so hat man auch

$$\omega^2 + 2\omega\Delta_{\rm I} + \Delta_{\rm I}^2 - \omega^2 = \omega^2 - \omega^2 + 2\omega\Delta_{\rm II} - \Delta_{\rm II}^2$$

oder

$$\Delta_{\rm I}^2 + \Delta_{\rm II}^2 = 2\omega(\Delta_{\rm II} - \Delta_{\rm I}).$$

Da die linke Seite dieser Gleichung immer positiv ist, so folgt daraus

$$\Delta_{\rm II} > \Delta_{\rm I},$$

d. h. die untere Geschwindigkeit des Regulators ω'' beim Abfallen weicht von der normalen Geschwindigkeit ω um einen größeren Betrag ab, als die obere Geschwindigkeit ω' beim Anheben. Da indessen die Größen Δ immer nur einem kleinen Bruchtheile von ω (etwa 0,02) entsprechen, so kann man genau genug

$$\Delta_{\rm I} = \Delta_{\rm II}, \text{ also } \omega = \frac{\omega' + \omega''}{2}$$

setzen, d. h. man nimmt die mittlere Geschwindigkeit in jeder Lage des Regulators gleich dessen normaler, d. h. als diejenige an, welche dem Gleichgewichtszustande entspricht, sobald von den schädlichen Widerständen abgesehen wird.

Innerhalb dieser beiden Geschwindigkeiten ω' und ω'' verhält sich der Regulator somit unempfindlich gegen Geschwindigkeitsänderungen und man bezeichnet das Verhältniß $\frac{\omega' - \omega''}{\omega} = \varepsilon$ als das Maß dieser relativen Unempfindlichkeit mit dem Namen des Unempfindlichkeitsgrades*).

Um zu einem Ausdrucke für diesen Werth ε zu gelangen, setze man

$$\frac{\omega' - \omega}{\omega} = {}^1/_2\,\varepsilon \text{ und } \omega' + \omega = 2\omega,$$

so erhält man das Product

$$\frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega^2} = \varepsilon.$$

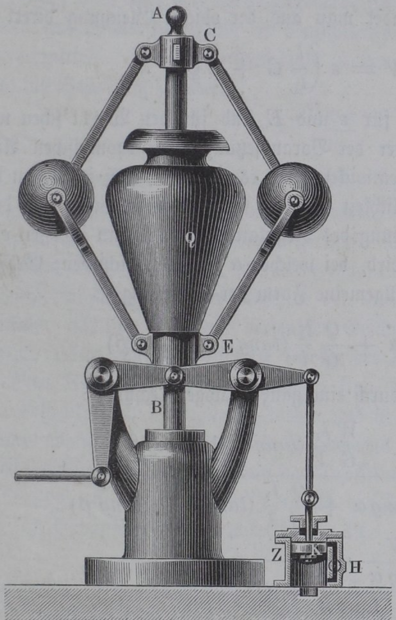
Setzt man auf der linken Seite die oben gefundenen Werthe für den Zähler und Nenner ein, so folgt

$$\varepsilon = \frac{\frac{g}{h}\left(1 + \frac{2l_1}{l}\frac{Q+W}{G}\right) - \frac{g}{h}\left(1 + \frac{2l_1}{l}\frac{Q}{G}\right)}{\frac{g}{h}\left(1 + \frac{2l_1}{l}\frac{Q}{G}\right)} = \frac{W}{\frac{l}{2l_1}G + Q}.$$

*) Zuweilen wird auch der Werth $\frac{\omega' - \omega}{\omega}$ als Unempfindlichkeitsgrad bezeichnet, s. z. B. Pröll, Civil-Ingen., Bd. 18.

Die Unempfindlichkeit des Regulators wächst daher im directen Verhältnisse mit W; ein festeres Anziehen z. B. der Stopfbüchse, durch welche die Ventilstange des Absperrventils geht, erhöht die Unempfindlichkeit. Außerdem erkennt man aus dieser Formel den Einfluß der Hülsenbelastung $2\,Q$ auf die Empfindlichkeit des Regulators. Die Anwendung schwerer Belastungen der Hülse ist zuerst bei dem Porter'schen Regulator, Figur 765,

Fig. 765.



geschehen und neuerdings sehr beliebt geworden. Bei der Aufhängungsart des Porter'schen Regulators, wo die Kugeln in den Angriffspunkten der Hülsenstangen befindlich sind, hat man $l = l_1$ und daher

$$\varepsilon = \frac{W}{\frac{1}{2}\,G + Q}.$$

Wählt man z. B. die Hülsenbelastung $2\,Q = 3\,G$, so erhält man

$$\varepsilon = \frac{W}{2\,G},$$

während ohne Hülsenbeschwerung der Unempfindlichkeitsgrad

$$\varepsilon = \frac{2\,W}{G},$$

also viermal so groß ausfallen würde. Daß die Geschwindigkeit des Regulators in Folge der Belastung $2\,Q$ größer wird, als ohne diese, ist schon oben bemerkt worden, man hätte z. B. bei dem vorausgesetzten Verhältnisse $2\,Q = 3\,G$:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}\left(1 + \frac{2\,l_1}{l}\,\frac{Q}{G}\right)} = \sqrt{\frac{g}{h}\left(1 + 2\,\frac{3}{2}\right)} = 2\sqrt{\frac{g}{h}},$$

also genau doppelt so groß, wie ohne Belastung der Hülse.

Aus der gefundenen Formel

$$\varepsilon = \frac{W}{\frac{l}{2\,l_1}\,G + Q}$$

folgt, daß der Unempfindlichkeitsgrad des Regulators im directen Verhältnisse zu der Anhebungslast $2W$ des Stellzeuges steht. Je geringer diese Anhebungslast $2W$ ist, desto empfindlicher wird der Regulator sein. Man spricht wohl auch von der Energie des Regulators und versteht darunter diejenige Kraft E, welche von dem Regulator in dem Augenblicke auf die Hülse ausgeübt wird, in welchem die Geschwindigkeit der Spindel von dem normalen Werthe ω auf ω' gestiegen, oder auf ω'' gesunken ist, also in Folge einer Geschwindigkeitsveränderung von $\omega' - \omega = \omega - \omega''$. Die Größe dieser Energie $E = 2W$ findet man aus der obigen Gleichung direct zu

$$E = 2W = \varepsilon \left(\frac{l}{l_1} G + 2Q\right).$$

Die vorstehenden Formeln für ε und E sind für den Watt'schen und Porter'schen Regulator unter der Voraussetzung einer rhombischen Aufhängung, d. h. für $\alpha = \beta$ entwickelt, und es zeigt sich, daß in diesem besonderen Falle die Unempfindlichkeit und die Energie unabhängig von dem Winkel α, d. h. von der Stellung des Regulators sind. Wenn indessen eine andere Aufhängung gewählt wird, bei welcher α und β verschiedene Größen haben, so muß man auf die allgemeine Form der Gleichung

$$\omega^2 \frac{r}{g} = tang\,\alpha + \frac{Q}{G}\frac{l_1}{l}(tang\,\alpha + tang\,\beta)$$

zurückgehen, und findet dann durch eine ganz analoge Rechnung:

$$\varepsilon = \frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega^2} = \frac{\frac{W}{G}\frac{l_1}{l}(tang\,\alpha + tang\,\beta)}{tang\,\alpha + \frac{Q}{G}\frac{l_1}{l}(tang\,\alpha + tang\,\beta)}$$

$$= \frac{W}{G\frac{l}{l_1}\frac{tang\,\alpha}{tang\,\alpha + tang\,\beta} + Q}.$$

Man erkennt hieraus, daß die Empfindlichkeit ε und die Energie $2W$ von der Stellung des Regulators abhängig, daher für verschiedene Ausschlagswinkel α verschieden sind. Um diese Werthe für einen beliebigen Ausschlagswinkel α zu ermitteln, hätte man aus den Größen l_1, l_2, c und e den zugehörigen Werth von β trigonometrisch zu ermitteln, wozu man die Gleichung aus Fig. 764 benutzen kann:

$$c + l_1 \sin\alpha = e + l_2 \sin\beta.$$

Die Ausführung dieser Rechnung und Einsetzung des Werthes von $tang\,\beta$ führt indeß auf weitläufige Formeln, und daher wird man in der Praxis bequemer zum Ziele kommen, wenn man den Regulator in verschiedenen Stellungen, d. h. unter Annahme verschiedener Ausschlagswinkel α aufzeichnet, und die zugehörigen Winkel β aus der Zeichnung entnimmt. Den kleinsten Ausschlagwinkel α pflegt man dabei nicht unter 15 oder 20^0 zu nehmen, und wählt den größten etwa zu 40 bis 45^0. Die Länge der Pendelarme und Hülsenstangen ist dabei so zu treffen, daß die Hülse bei dem angenommenen Spiele der Arme die zum vollständigen Abschluß der Admissionsvorrichtung erforderliche Verschiebung erhält. Aus der Länge der Arme ergiebt sich dann weiter die Winkelgeschwindigkeit nach der Formel für ω, und somit kann man auch das Umsetzungsverhältniß für die Räderverbindung ermitteln, welche die Bewegung der Regulatorspindel von der Maschinenwelle aus vermittelt. Die Umdrehungszahl n der Regulatorspindel ist aus ω durch die Beziehung gegeben:

$$\omega = \frac{2 \pi n}{60}.$$

Die Empfindlichkeit eines Regulators für Dampfmaschinen darf nicht zu groß sein, d. h. der Unempfindlichkeitscoefficient darf nicht unter einen gewissen Werth herabsinken. Dieser geringste Werth, welchen ε mindestens noch haben muß, ist nämlich, wie leicht ersichtlich ist, durch die Größe δ des Ungleichförmigkeitsgrades der Maschine von vornherein festgestellt. Wäre der Regulator nämlich innerhalb derjenigen Geschwindigkeitsveränderungen empfindlich, welche von der Maschine zufolge der Kurbelbewegung und des angewandten Schwungrades unzertrennlich sind, so würde der Regulator bei jedem Kolbenspiele in Bewegung gerathen und in Folge dessen ein unruhiger zuckender Gang sich ergeben. Es ist übrigens auch leicht zu erkennen, daß eine Einwirkung des Regulators auf das Drosselventil bei Expansionsmaschinen nur so lange von Einfluß sein kann, als die Dampfeinströmung noch nicht durch den Expansionsschieber unterbrochen ist.

Astasie. Aus der im vorhergehenden Paragraphen gefundenen Formel §. 197. für die Geschwindigkeit eines Centrifugalregulators

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} \sqrt{tang\, \alpha + \frac{Q}{G} \frac{l_1}{l} (tang\, \alpha + tang\, \beta)}$$

erkennt man, daß die normale Geschwindigkeit ω, bei welcher, abgesehen von allen Nebenhindernissen, das Pendel im Gleichgewichte ist, außer von dem Axenabstande r der Kugeln, wesentlich von dem Winkel α und damit β, d. h. von dem Ausschlage der Arme, abhängig ist. Ist etwa unter α_1 der größte und unter α_2 der kleinste Ausschlagwinkel verstanden, so wird der höchsten Gleichgewichtslage eine gewisse Winkelgeschwindigkeit ω_1 entsprechen, welche von derjenigen ω_2, die der tiefsten Lage zukommt, verschieden ist. In irgend einer zwischen den Grenzlagen α_1 und α_2 gelegenen Stellung, in welcher der Ausschlagwinkel mit α bezeichnet sein mag, wird ebenso eine

Winkelgeschwindigkeit ω zum Gleichgewichte erforderlich sein, welche im Allgemeinen zwischen den Grenzgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 gelegen ist. Wenn daher die Regulatorspindel irgend eine zwischen ω_1 und ω_2 liegende Geschwindigkeit ω angenommen hat, so wird dieser Geschwindigkeit eine ganz bestimmte Stellung der Pendelarme als Gleichgewichtslage entsprechen. Von dieser Eigenschaft des Regulators, für jede innerhalb ω_1 und ω_2 gelegene Geschwindigkeit eine Ruhelage zu finden, nennt man denselben einen statischen. Stellt man sich dagegen vor, daß vermöge der Anordnung des Regulators die den verschiedenen Ausschlagswinkeln α entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten sämmtlich von ein und derselben Größe ω wären, so würde der Regulator auch in allen verschiedenen Lagen bei dieser Geschwindigkeit, aber auch nur bei dieser, im Gleichgewichte sein können, bei einer Aenderung der Geschwindigkeit gäbe es keine Lage, in welcher er zur Ruhe gelangte. Einen solchen Regulator nennt man einen astatischen.

Denkt man sich zur Erläuterung des Gesagten als einfachsten Fall denjenigen des einfachen Centrifugalpendels mit Aufhängung des Armes CD in der Axe AB, Fig. 766, für welches in §. 195 gefunden wurde $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$. Die Größe $h = CE$, oder die Projection des Pendelarmes $CD = l$ auf die Axe, hat hier bei einem Ausschlagswinkel $\alpha = 0$ die Größe $h = l$ und nimmt bis zu Null ab, wenn α auf 90^0 steigt. Die letztere Stellung würde daher erst bei einer unendlich großen Geschwindigkeit eintreten können, während für $\omega = 0$ das Pendel vertical herabhängt. Die Geschwindigkeiten ω_1 in der Stellung CD_1 und ω_2 in derjenigen CD_2 verhalten sich

$$\omega_1 : \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{h_1}} : \sqrt{\frac{1}{h_2}}.$$

Man erkennt daraus, daß das Centrifugalpendel einen statischen Regulator ergiebt. Ein solcher wird zwar bei steigender Geschwindigkeit die Hülse erheben und das Stellzeug bewegen, er wird aber nicht im Stande sein, in der eingenommenen höheren Lage CD_1 dieselbe Geschwindigkeit der Maschine wieder herzustellen, mit welcher sich dieselbe in der tiefsten Pendelstellung CD_2 bewegte. Mit der statischen Eigenschaft des Regulators wird daher eine gewisse Ungleichförmigkeit der Maschine verbunden sein, welche um so größer ist, je mehr der Regulator von einem astatischen verschieden ist, d. h. je größer die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten ω_1 und ω_2 der Grenzlagen ausfällt. Man spricht auch bei einem Regulator von dem Grade seiner Ungleichförmigkeit und versteht darunter ebenso wie bei Kurbelgetrieben und Schwungrädern den kleinen Bruch

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega}.$$

Wollte man sich die Aufgabe stellen, dieses Pendel zu einem astatischen zu machen, so hätte man den Mittelpunkt der Kugel so zu führen, daß h für alle Lagen der Kugel constant wäre. Unter h ist dabei die Axenprojection

Fig. 766.

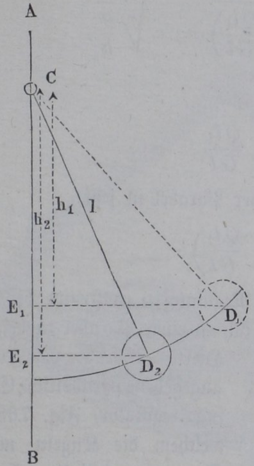
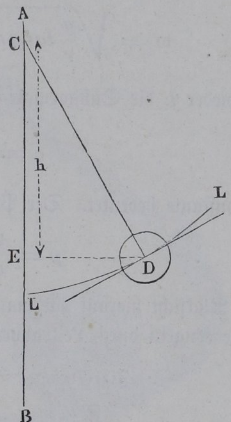


Fig. 767.



des Pendelarmes zwischen der Kugelmitte und der Spindel AB zu verstehen. Denkt man sich nun die Kugel, anstatt an dem festen Punkte C hängend, auf einer gewissen Leitcurve LL, Fig. 767, geführt, so wird die Wirkung des früheren festen Aufhängepunktes C nunmehr durch die in D zur Curve normale Reaction DC ersetzt. Es gilt daher dieselbe Rechnung, wie sie in §. 195 für das Centrifugalpendel angeführt wurde, und man hat wie dort die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$, wenn $h = CE$ die Subnormale der Leitcurve L bedeutet. Soll nun ω für alle Stellungen der Kugel constant sein, so muß es auch die Subnormale CE sein, woraus sich ergiebt, daß die Leitcurve L eine Parabel zur Axe AB und dem Parameter $\frac{2g}{\omega^2}$ sein muß, da der Parameter gleich der doppelten Subnormale ist. Umgekehrt ist für eine parabolische Leitbahn zum Parameter p die erforderliche Winkelgeschwindigkeit der Spindel $\omega = \sqrt{\frac{2g}{p}}$.

Die Parabel ist für den Watt'schen und Porter'schen Regulator nur so lange die astatische Curve, als der Winkel β, welchen die Hülsenstangen