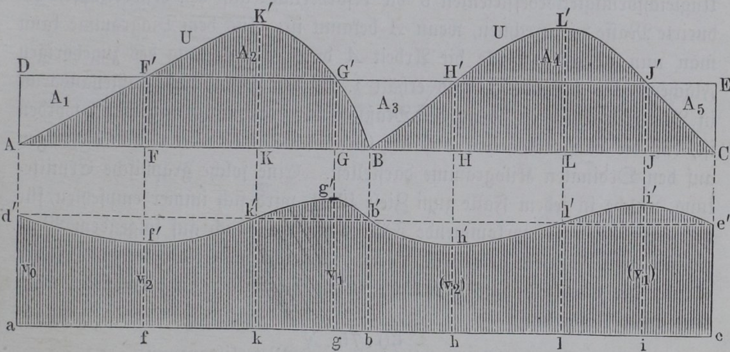
Geschwindigkeit v_1 dem Punkte F an, in welchem der Stempel schon einen gewissen Druck auf das untergelegte Blech ausübt. Die kleinste Geschwindigkeit v_2 stellt sich in dem Punkte G ein, wo der gesammte Nutz- und Nebenwiderstand auf die Größe des umdrehenden Räder- oder Riemendruckes GG' herabgegangen ist. Daß hier die starke Steigerung des Widerstandes auch eine schnelle Verminderung der Geschwindigkeit auf der Strecke fg zur Folge haben muß, ist selbstredend.

Grösse der Schwungmasse. Nunmehr bietet die Berechnung der in jedem einzelnen Falle erforderlichen Schwungmasse m keine Schwierigkeiten mehr dar. Wie man aus den vorstehenden Diagrammen, etwa dem in Fig. 757, für eine eincylindrige Maschine angegebenen ersieht, ist die Schwan- **§. 191.**

Fig. 757.



kung der Geschwindigkeit zwischen einem Minimalwerthe $ff' = v_2$ und dem darauf folgenden Maximum $gg' = v_1$ abhängig von der Größe der betreffenden Fläche $F'K'G' = A_2$. Ebenso bestimmt die unterhalb der Widerstandslinie DE gelegene Fläche $G'H'B = A_3$ die Abnahme der Geschwindigkeit von $gg' = v_1$ in $hh' = (v_2)$ und die Fläche $H'L'J' = A_4$ die Zunahme der Geschwindigkeit $ii' - hh'$. Endlich sind die beiden zusammenhängend zu denkenden Flächen

$$J'EC + ADF' = A_5 + A_1$$

wiederum maßgebend für die Abnahme der Geschwindigkeit von $ii' = (v_1)$ auf $ff' = v_2$.

Bezeichnet man nun mit A das absolut größte dieser Flächenstücke A_1, A_2, A_3 ..., so hat man für die beiden zugehörigen größten und kleinsten Werthe v_1 und v_2 der Geschwindigkeiten angegeben sind, während in den §§. 145 bis 148 die Formel

$$\delta = k_1 \frac{Q r}{m_1 v^2}$$

zu Grunde gelegt ist, worin Q die constante Kolbenkraft bedeutet. Man findet aber aus k_1 sehr leicht den hier in Frage kommenden Werth k aus dem Verhältnisse $\frac{P}{Q}$, welches bei constanter Kolbenkraft für die einfache, doppelte und dreifache Kurbel beziehungsweise durch

$$\frac{2}{\pi}, \frac{4}{\pi} \text{ und } \frac{6}{\pi}$$

ausgedrückt ist, so daß man entsprechend den Werth

$$\frac{\pi}{2} k_1, \frac{\pi}{4} k_1 \text{ und } \frac{\pi}{6} k_1 \text{ als } k$$

zu betrachten und bei der Bestimmung von α und α_1 zu Grunde zu legen hat.

Tabelle der Werthe α und α_1 zur Berechnung der Schwungräder für Dampfmaschinen

ohne Expansion

$\frac{l}{r}$	Einfache Kurbel		Doppelte Kurbel		Dreifache Kurbel	
	α	α_1	α	α_1	α	α_1
∞	4647	423900	466	42500	133	12150
6	5494	501100	1290	117700	—	—
5	5683	518900	1577	143000	427	38900
4	5999	547300	1756	160300	—	—

mit Expansion $l = 5r$

Expansion ε	2	3	4	5	6
α	9174	9659	9989	10214	10383
α_1	836900	881100	911300	931800	947200

Die gefundenen Ausdrücke für G geben das auf den Kurbelhalbmesser r reducirt zu denkende Gewicht der Schwungmasse, vorausgesetzt, daß man unter v die Umfangsgeschwindigkeit am Kurbelzapfen versteht. Man findet übrigens durch dieselben Formeln und Coefficienten auch das an irgend welchen beliebigen Punkt, z. B. an den Umfang des Schwungrades reducirte Gewicht, wenn man unter v die Geschwindigkeit und unter r den Drehungshalbmesser dieses Punktes versteht, wie sich aus den Regeln für die Reduction der Massen ergiebt.

Nach den Ermittelungen über das Kurbelgetriebe hat man unter G nicht nur das reducirte Gewicht von der rotirenden Masse m, sondern auch von der Hälfte der schwingenden Masse m_2 zu verstehen (vergl. §. 148). Bei der Benutzung der nebenstehenden Tabelle und der Formeln für G hat man eine Annahme über die Größe des zulässigen Ungleichförmigkeitsgrades δ zu machen, und man pflegt hierfür in der Praxis etwa folgende Werthe zuzulassen für

Hammer- und Pochwerke . . . . $\delta = 1/5$
Pumpen und Sägegatter . . . . $\delta = 1/20$ bis $1/30$
Mahlmühlen . . . . $\delta = 1/25$ bis $1/35$
Webstühle und Papiermaschinen . $\delta = 1/30$ bis $1/40$
Spinnereien . . . . $\delta = 1/40$ bis $1/100$.

Im Durchschnitte pflegt man bei der Construction von Dampfmaschinen nach Watt einen Ungleichförmigkeitscoefficienten von $1/32$ anzunehmen.

Beispiel. Für eine doppeltwirkende Dampfmaschine mit zweifacher Expansion wurde §. 150 die Gleichung

$$\delta = 1{,}305 \frac{P r}{m v^2}$$

entwickelt, folglich hat man daraus für einen Ungleichförmigkeitscoefficienten $\delta = 1/30$ die reducirte Masse

$$m = 39{,}15 \frac{P r}{v^2} = 39{,}15 \frac{N \,.\, 75 \,.\, 60}{2\pi \,.\, n v^2} = 28053 \frac{N}{n v^2}.$$

Ist nun die Stärke der Maschine $N = 30$ Pferdekraft, und macht dieselbe bei einem Kurbelhalbmesser $r = 0{,}4$ Meter in der Minute $n = 40$ Umdrehungen, so hat man

$$v = \frac{2\pi \,.\, 0{,}4 \,.\, 40}{60} = 1{,}675 \text{ Meter},$$

folglich ist das auf den Kurbelzapfen reducirte Gewicht der Schwungmasse

$$G = m g = 28053 \frac{30 \,.\, 9{,}81}{40 \,.\, 1{,}675^2} = 73575 \text{ Kilogramm}.$$

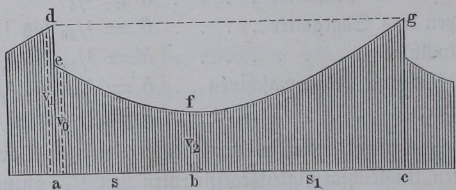
An einem Halbmesser $r_1 = 2{,}4$ Meter des Schwungringes hätte man das erforderliche Gewicht

$$G_1 = G \left(\frac{0{,}4}{2{,}4}\right)^2 = \frac{73575}{36} = 2044 \text{ Kilogramm}.$$

§. 192. Das Gewicht des Schwungrades für Maschinen, welche, wie Hammer-, Poch- und Walzwerke, plötzlichen Geschwindigkeitsveränderungen unterworfen sind, läßt sich auf folgende Weise ausmitteln. Denken wir uns wieder sämmtliche Kräfte und Massen auf denselben Punkt, z. B. bei einem Walzwerke auf den Umfang der Walzen, oder bei einem Hammerwerke auf den Punkt reducirt, in welchem der Hammer von den Welldaumen ergriffen wird. Bezeichnen wir die constant wirkende Umdrehungskraft durch P, die in Absätzen zu bewegende Last, z. B. das Gewicht des Hammers, durch Q, ferner die stetig rotirende Masse durch M und die abwechselnd aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse durch M_1, und setzen wir wieder die Maximalgeschwindigkeit $= v_1$ und die Minimalgeschwindigkeit $= v_2$.

Ein Spiel oder eine Periode der Bewegung der Maschine besteht hier aus drei Theilen. Zuerst wird die Last Q von der Maschine stoßweise ergriffen und es geht fast plötzlich die Maximalgeschwindigkeit $v_1 = ad$, Fig. 758,

Fig. 758.



des Angriffspunktes der Kraft in eine kleinere Geschwindigkeit $v_0 = ae$ über, welche, wenn wir einen unelastischen Stoß voraussetzen, nach I, §. 359, durch die Formel

$$v_0 = \frac{M v_1}{M + M_1}$$

bestimmt wird.

In dem folgenden Theile der Periode, während welcher die Maschine die Last Q bewegt, also wirkliche Arbeit verrichtet, wird die Bewegung verzögert und es geht hierbei die Geschwindigkeit allmälig in ihr Minimum $v_2 = bf$ über. Hieran schließt sich endlich der letzte Theil des ganzen Spieles, in welchem die Maschine ganz leer geht, also ihr Arbeitsvermögen nur auf die Beschleunigung der rotirenden Masse M verwendet, und die Geschwindigkeit wieder zu ihrem Maximalwerthe $v_1 = cg = ad$ gelangt. Während des Stoßes, oder während des ersten Theiles der Periode ist der Weg der Maschine oder des Punktes, auf welchen wir die Kraft und Last sowie alle Massen reducirt annehmen, fast Null, in dem zweiten Theile der Periode hingegen durchläuft Kraft und Last einen gewissen Weg $s = ab$ und im letzten Theile des Spieles legt die Kraft allein einen gewissen Weg $s_1 = bc$

zurück. Deshalb gelten denn auch für die beiden letzten Bewegungszustände die bekannten Formeln

$$Ps = Qs - {}^1/_2 (M + M_1)(v_0^2 - v_2^2)$$

und

$$Ps_1 = {}^1/_2 M (v_1^2 - v_2^2).$$

Setzen wir in der letzten Formel, wie in §. 191,

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = v \text{ und } v_1 - v_2 = \delta v,$$

bezeichnen wir also auch hier die mittlere Geschwindigkeit der Maschine durch v und den Grad der Ungleichförmigkeit derselben durch δ, so erhalten wir folgende Grundformel:

$$Ps_1 = \delta M v^2, \text{ oder } M = \frac{Ps_1}{\delta v^2},$$

aus der sich die einem gewissen Ungleichförmigkeitsgrade δ entsprechende Umdrehungsmasse berechnen läßt.

Ist μ das Verhältniß

$$\frac{s_1}{s + s_1} = \frac{Ps_1}{P(s + s_1)}$$

des Weges s_1, während dessen die Maschine leer geht, zum ganzen Wege $s + s_1$ eines Spieles, oder das Verhältniß der Ueberwucht oder Arbeit während des beschleunigten Ganges zur Arbeit während eines ganzen Spieles, so kann man auch schreiben:

$$M = \frac{\mu P (s + s_1)}{\delta v^2} = \frac{60 \mu}{\delta} \cdot \frac{L}{n v^2},$$

wenn n die Anzahl der Spiele pro Minute und L die Leistung

$$\frac{n}{60} P (s + s_1)$$

der Maschine pro Secunde in Meterkilogrammen bezeichnet.

Da die Arbeit $P(s + s_1)$ nicht allein auf die Ueberwindung der Last Q, sondern auch auf die Veränderung des Bewegungszustandes der Masse M_1 verwendet wird, und da durch den Stoß selbst, nach I, §. 359, die Arbeit

$${}^1/_2 (v_1 - v_0)^2 \frac{M M_1}{M + M_1}$$

verloren geht, so ist zu setzen:

$$P(s + s_1) = Qs + {}^1/_2 M_1 v_2^2 + {}^1/_2 \cdot \frac{M M_1}{M + M_1} \cdot (v_1 - v_0)^2,$$

oder

$$\frac{n}{60} P(s+s_1) = \frac{n}{60} Q s + \frac{n}{60}\left(\frac{1}{2} M_1 v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M M_1}{M+M_1}(v_1 - v_0)^2\right),$$

d. i.

$$L = L_1 + \frac{n}{60}\left(\frac{1}{2} M_1 v_2^2 + \frac{1}{2} \frac{M M_1}{M + M_1}(v_1 - v_0)^2\right),$$

wofern $L_1 = \frac{n}{60} Q s$ die Arbeit der Last Q pro Secunde bezeichnet.

Nun ist aber noch

$$v_0 = \frac{M v_1}{M + M_1},$$

ferner

$$v_1 = \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) v,$$

sowie

$$v_2 = \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) v;$$

daher folgt hieraus

$$L = L_1 + \frac{n}{60} \cdot \frac{v^2}{2}\left[\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2 M_1 + \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3}\right],$$

und die gesuchte Umdrehungsmasse

$$M = \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{L_1}{n v^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left[\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2 M_1 + \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3}\right],$$

oder einfacher, da δ sehr klein gegen 1 gefordert werden muß:

$$M = \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{L_1}{n v^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left(M_1 + \frac{M M_1^3}{(M + M_1)^3}\right).$$

Drückt man noch die Massen M und M_1 durch die Gewichte $G = g M$ und $G_1 = g M_1$, sowie die Leistung L_1 in Pferdekräften aus, so erhält man für das Gewicht des Schwungringes die Formel

$$G = 9{,}81 \cdot \frac{60\mu}{\delta} \cdot \frac{75 L_1}{n v^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G + G_1)^3}\right)$$

$$= 44145 \cdot \frac{\mu L_1}{\delta n v^2} + \frac{\mu}{2\delta}\left(G_1 + \frac{G G_1^3}{(G + G_1)^3}\right).$$

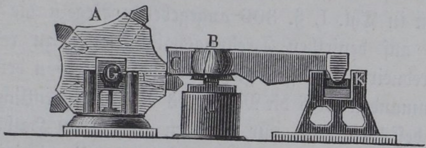
In der Regel ist G_1 gegen G so klein, daß sich diese Gleichung in Beziehung auf G sehr bequem auf dem Wege der Näherung auflösen läßt.

Anmerkung. In den Artikeln „Hammerwerke, Pochwerke, Walzwerke ꝛc.“ wird dieser Gegenstand weiter verfolgt.

Beispiel. Ein Stirnhammer CK von 5000 Kilogramm Gewicht, Fig. 759, wird mittelst Hebedaumen durch eine mit 0,6 Meter Geschwindigkeit umlaufende

Welle AG pro Minute 90 mal und zwar so hoch aufgehoben, daß der Schwerpunkt desselben 0,3 Meter senkrecht steigt; wie groß ist das erforderliche Gewicht

Fig. 759.



der Umdrehungsmasse, wenn die Welle während des Anhebens denselben Weg zurücklegt, als während des Leergehens, wenn also $\mu = \frac{1}{2}$ ist, und wenn der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = 0{,}1$ gefordert wird?

Die effective Leistung dieser Maschine ist

$$L_1 = \frac{90}{60}\, 5000 \,.\, 0{,}3 = 2250 \text{ Meterkilogramm} = 30 \text{ Pferdekräfte},$$

da in jeder Minute der Hammer 90 mal auf 0,3 Meter Höhe gehoben wird. Man findet daher das auf den Angriffspunkt der Daumen reducirte Gewicht der rotirenden Masse nach der oben gefundenen Formel zu

$$G = 44145 \,.\, 0{,}5 \,\frac{30}{0{,}1 \,.\, 90 \,.\, 0{,}36} + \frac{0{,}5}{2 \,.\, 0{,}1}\left(G_1 + \frac{G\, G_1^{\,3}}{(G + G_1)^3}\right)$$

$$= 204375 + 2{,}5\left(G_1 + \frac{G\, G_1^{\,3}}{(G + G_1)^3}\right).$$

Ist nun das auf den Angriffspunkt des Daumens reducirte Gewicht des Hammers mit Helm $G_1 = 3000$ Kilogramm, so hat man

$$G = 204375 + 2{,}5\left[3000 + \left(\frac{3000}{G + 3000}\right)^3 G\right],$$

und man kann sehr genau

$$G = 204375 + 7500 = 211875 \text{ Kilogramm}$$

setzen, da das zweite Glied in der Parenthese, wenn man darin $G = 211875$ einsetzt, nur

$$\left(\frac{3000}{214875}\right)^3 211875 = 0{,}6 \text{ Kilogramm}$$

giebt. Ist der mittlere Halbmesser des Schwungrades 5 mal so groß als der Hebelsarm GC des Daumens, so wäre das Gewicht des Schwungringes zu

$$\frac{G}{5^2} = \frac{211875}{25} = 8475 \text{ Kilogramm}$$

anzunehmen.

Vertheilung der Schwungmasse. Die vorstehenden Regeln ergeben die auf einen gewissen Punkt im Abstande r von der Drehaxe, dessen Geschwindigkeit v ist, reducirte Masse M, welche durch ihre Trägheit regulirend wirken soll. In Wirklichkeit bringt man nun die Schwungmasse in Form eines Rades auf der Axe an, und es muß daher dieses Schwungrad solche Abmessungen erhalten, daß seine auf den Halbmesser r reducirte Masse §. 193.

jenem berechneten Werthe von M gleichkommt. Das Schwungrad besteht aus einem Ringe, dessen Gewicht mit R bezeichnet sei, aus einer Anzahl von Armen, deren Gesammtgewicht A sein möge, und aus der Nabe. Man hat daher nach den in Thl. I, §. 306 angegebenen Regeln die Massen der einzelnen Theile auf denselben Drehungshalbmesser r zu reduciren und die Summe der reducirten Massen gleich M zu setzen. Von den einzelnen so erhaltenen Summanden wird die Masse des Ringes wesentlich vorwiegen, weil das Gewicht desselben nicht nur, sondern auch dessen Halbmesser, also seine Geschwindigkeit, am bedeutendsten ist. Dagegen ist die in den Armen enthaltene Masse nur von mäßigem Betrage, während die Masse der Nabe wegen des geringen Abstandes von der Axe in allen Fällen vernachlässigt werden kann. Es sei in der folgenden Rechnung unter r_1 der äußere, unter r_2 der innere und unter $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ der mittlere Halbmesser des Schwungringes verstanden und möge dessen radiale Breite $r_1 - r_2$ gleich b gesetzt werden. Bezeichnet dann R das Gewicht des Ringes, also $\frac{R}{g}$ seine Masse, so ist sein Trägheitsmoment nach I, §. 313 durch

$$\frac{R}{g}\left(r^2 + \frac{b^2}{4}\right) = W'$$

gegeben, so daß die auf den Halbmesser r reducirte Masse des Ringes sich zu

$$M' = \frac{R}{g\,r^2}\left(r^2 + \frac{b^2}{4}\right) = \frac{R}{g}\left(1 + \frac{b^2}{4\,r^2}\right)$$

berechnet. Bezeichnet ferner A das Gewicht aller Arme, so hat man, wenn man die Arme als prismatische Stangen von rechteckigem Querschnitte und der Länge r_2 betrachtet, das Trägheitsmoment derselben nach I, §. 311 gleich

$$W'' = {}^1\!/_3\,\frac{A}{g}\,{r_2}^2 = \frac{A}{3g}\left(r - \frac{b}{2}\right)^2,$$

daher die auf den Halbmesser r reducirte Masse der Arme zu

$$M'' = \frac{A}{3g}\left(1 - \frac{b}{2r}\right)^2.$$

Man erhält daher

$$M = M' + M'' = \frac{R}{g}\left(1 + \frac{b^2}{4r^2}\right) + \frac{A}{3g}\left(1 - \frac{b}{2r}\right)^2.$$

Da nun b nicht leicht über $0{,}1\,r$, also $\frac{b^2}{4\,r^2}$ nicht über $0{,}0025$ ausfällt und A ansehnlich kleiner ist als R, so kann man für die Ausführung genau genug $Mg = G = R + {}^1\!/_3\,A$ setzen, d. h. man kann die Arme durch den dritten Theil ihres Gewichtes, welches im mittleren Halbmesser des Ringes angebracht ist, ersetzt denken.

Bezeichnet ferner F den Querschnitt des Schwungrades und $F_1 = \nu F$ denjenigen jedes der z Arme, so hat man, unter γ das specifische Gewicht des Gußeisens verstanden, $R = 2\pi r F \gamma$ und sehr nahe $A = z \nu F r \gamma$, folglich:

$$G = (2\pi + \frac{1}{3} z \nu) F r \gamma,$$

woraus man, wenn $G = Mg$ gefunden wurde, den Kranzquerschnitt F durch

$$F = \frac{G}{(2\pi + \frac{1}{3} z \nu) r \gamma} = \frac{0,0000221}{1 + 0,053\, z \nu} \frac{G}{r}$$ Quadratmeter findet.

Die Anzahl der Radarme z variirt zwischen 4 und 8, das Querschnittsverhältniß $\nu = \frac{F_1}{F}$ passend zwischen 0,25 und 0,5, und man pflegt die radiale Breite des Ringes gleich der einfachen bis zweifachen Dicke desselben zu machen.

Beispiel. Für das in §. 192 berechnete Schwungrad ergab sich eine auf den Angriffspunkt der Daumen reducirte Masse von 211875 Kilogramm. Wenn dieser Punkt einen Halbmesser von 0,6 Meter, der mittlere Kreis des Schwungringes dagegen einen solchen von $r = 3$ Meter hat, so ergiebt sich die auf diesen Halbmesser reducirte Masse zu

$$211875 \frac{0,6^2}{3^2} = 8475.$$

Nimmt man den Querschnitt von jedem der sechs Arme $F_1 = \frac{1}{3} F$, so ergiebt sich

$$F = \frac{0,0000221}{1 + 0,053 \,.\, 6 \,.\, \frac{1}{3}} \frac{8475}{3} = 0,0564 \text{ Quadratmeter.}$$

Wählt man das Verhältniß der Breite b zur Dicke d des Ringquerschnittes gleich 1,5, so folgt aus $1,5\, d^2 = 0,0564$:

$$d = 0,194 \text{ Meter und } b = 0,290 \text{ Meter.}$$

Festigkeit der Schwungräder. Da die lebendige Kraft des Schwungrades mit dem Gewichte G im einfachen, mit der Geschwindigkeit v oder dem Halbmesser r dagegen im quadratischen Verhältnisse zunimmt, so wird man mit einem um so kleineren Gewichte G des Schwungrades ausreichen, je größer die Geschwindigkeit v oder der Halbmesser r des Rades gewählt wird. Außerdem wird mit einem geringeren Schwungradgewichte auch die Lagerreaction und damit die durch das Schwungrad veranlaßte Zapfenreibung kleiner werden. Andererseits hat aber die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes ihre natürliche Grenze in der Festigkeit des letzteren, welche bei übermäßiger Geschwindigkeit durch die Centrifugalkraft des Radkranzes gefährdet wird. Aus diesem Grunde pflegt man die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes nicht gern über 30 bis 35 Meter pro Secunde anzunehmen. §. 194.