keiten das Gegengewicht um eine Höhe $h_1 = \frac{G}{G_1} h$ gesunken sein. Man findet daher in der um h_1 unter der höchsten Lage des Gegengewichtes gezeichneten Horizontalen die entsprechende Höhenlage des Gegengewichtes. Da außerdem der Abstand der letzteren von der festen Rolle B durch die ebenfalls bekannte Länge des freien Kettenstückes BE gegeben ist, so findet man die augenblickliche Lage des Gegengewichtes in dem Durchschnitte der gedachten Horizontalen mit einem um B als Mittelpunkt mit jener Kettenlänge BE beschriebenen Kreisbogen. In solcher Art kann man beliebig viele Punkte der Leitcurve construiren *).

In einem Artikel des Civil-Ingenieurs, Jahrgang 1861, Seite 65, ist von J. Nöggerath gezeigt, wie man die feste Leitbahn mit großer Annäherung durch die Pendelaufhängung des Gegengewichtes G_1 ersetzen kann. Hierbei wird nämlich, wenn der Anlaufpunkt der Kette auf die Leitrolle B von der Axe C einen Abstand gleich der Länge $AC = a$ und die Kette zwischen A und B daher die Länge $z = a\sqrt{2}$ hat, die genaue Gleichgewichtscurve durch die Epicycloide BEF dargestellt, welche von einem Kreise U zum Halbmesser $UB = z$ beim Abwälzen auf dem ebenso großen Kreise zum Halbmesser OB erzeugt wird. Zeichnet man in diesem letzteren Kreise das gleichseitige Dreieck BOM, so erhält man in M den Aufhängepunkt eines Pendels von der Länge $MB = z = a\sqrt{2}$, dessen Bahnlinie nicht nur durch den Punkt B der Epicycloide hindurchgeht, sondern auch die letztere in ihrem tiefsten Punkte F berührt, und zwischen B und F sich genau genug an die exacte Gleichgewichtscurve anschließt. Da der Punkt A bei einer Vierteldrehung der Klappe sich auf die Höhe $CB = a$ erhebt, und der Punkt B des Pendels dementsprechend um die Höhe

$$LF = BM \sin 30^0 = \tfrac{1}{2} a \sqrt{2}$$

fällt, so findet man das erforderliche Gegengewicht durch die Beziehung

$$Pa = Gc = G_1 \tfrac{1}{2} a \sqrt{2} \text{ zu } G_1 = \frac{c}{a} G \sqrt{2}.$$

Von der Theorie des Spiralkorbes und des Ausgleichungswagens wird bei den betreffenden Hebevorrichtungen gehandelt werden.

§. 186. Gegengewicht der Kurbeln. Auch bei Kurbeln sind in vielen Fällen Gegengewichte zur Ausgleichung der schwingenden Massen erforderlich. Dies ist offenbar nicht nöthig bei der Anordnung zweier Kurbeln von gleicher Länge r, welche diametral gegenüber stehen und gleichen Widerständen Q_1 beim Aufgange und Q_2 beim Niedergange ausgesetzt sind. Denn hierbei halten sich die Eigengewichte G_0 der beiden gleichen Gestänge einschließlich der Kurbelarme und Warzen in jeder Stellung das Gleichgewicht, und es sind diese Gewichte nur insofern von Einfluß, als der Druck auf die Kurbelaxe dadurch um $2\,G_0$ vergrößert und eine vermehrte Zapfenreibung an der Kurbelwelle erzeugt wird. Ist der Widerstand an jeder Kurbel AB und AB_1, Fig. 740, beim Aufgange durch $Q_1 = W_1 + G_0$ und beim Niedergange durch $Q_2 = W_2 - G_0$ ausgedrückt, so berechnet sich der Druck

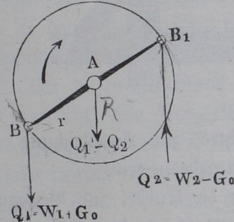
*) S. auch A. Ritter, Lehrbuch der analytischen Mechanik, S. 170.

auf den Zapfen A, abgesehen von dem Einflusse der am Umfange des Kurbelkreises wirkenden Umdrehungskraft P, fortwährend zu

$$R = W_1 - W_2 + 2\,G_0.$$

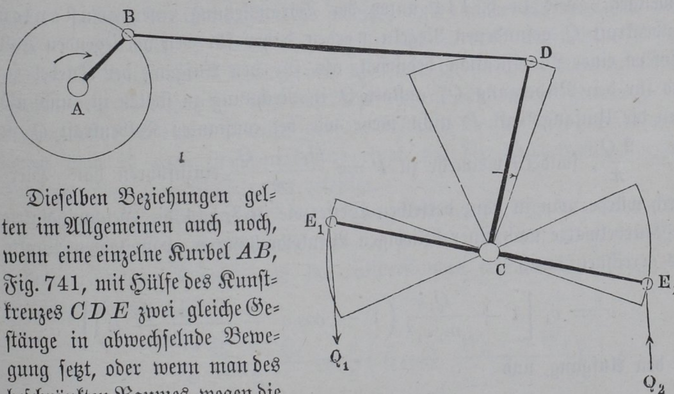
Die Zapfenreibung an den Kurbelwarzen B und B_1 wird dagegen an dem einen Zapfen durch das Stangengewicht G_0 um ebenso viel verkleinert, wie sie an dem anderen Zapfen dadurch vergrößert wird; das Gewicht der Gestänge vermehrt daher die Warzenreibung nur dann, wenn die Zapfenstärke mit Rücksicht auf G_0 größer werden muß, als bei Anwendung gewichtsloser Gestänge nöthig wäre. Dieses letztere ist dann der Fall, wenn $Q_1 > Q_2$ ist, denn im entgegengesetzten Falle, wo $Q_2 > Q_1$ ist, hat man die Zapfenstärke auf den Druck $Q_2 = W_2 - G_0$ zu berechnen, woraus folgt, daß durch G_0 eine Entlastung des Kurbelzapfens und somit eine Ermäßigung seiner Stärke veranlaßt wird.

Fig. 740.



Die am Umfange des Kurbelkreises nöthige Umdrehungskraft P ergiebt sich in dem vorliegenden Falle aus $P r \pi = Q_1 2 r + Q_2 2 r$ zu $P = \frac{2}{\pi}(W_1 + W_2)$, genau wie bei einer einzelnen doppeltwirkenden Kurbel mit der Kolbenkraft $Q = W_1 + W_2$.

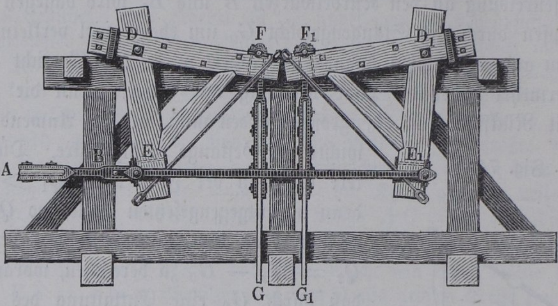
Fig. 741.



Dieselben Beziehungen gelten im Allgemeinen auch noch, wenn eine einzelne Kurbel AB, Fig. 741, mit Hülfe des Kunstkreuzes CDE zwei gleiche Gestänge in abwechselnde Bewegung setzt, oder wenn man des beschränkten Raumes wegen die Gestänge an zwei durch eine Stange EE_1 verbundene Bruchschwingen DEF und $D_1E_1F_1$ hängt, Fig. 742 (a. f. S.), welche ihre Bewegung von der Lenkerstange AB einer Kurbel empfangen.

Wenn dagegen die Kurbel nur mit einem Gestänge verbunden ist, wie dies bei allen Dampfmaschinen und vielen Pumpen der Fall ist, so kann die

Fig. 742.



Anwendung eines entsprechenden Gegengewichtes zur Ausgleichung der schwingenden Massen aus verschiedenen Gründen geboten sein.

Faßt man zunächst den Fall ins Auge, daß die Kurbel zur Bewegung eines schweren Pumpengestänges dient, bei welchem die Widerstände $Q_1 = W_1 + G_0$ und $Q_2 = W_2 - G_0$ sehr verschieden ausfallen, sei es entweder wegen des Stangengewichtes G_0 oder wegen der Verschiedenheit von W_1 und W_2. In diesem Falle wird die Ungleichförmigkeit der Kurbel eine um so größere sein, je mehr die Werthe von Q_1 und Q_2 von einander abweichen. Die in §. 144 unter der Voraussetzung einer constanten Kolbenkraft Q gefundenen Regeln werden daher für den vorliegenden Fall insofern einer Modification bedürfen, als für den Aufgang der Kurbel Q_1 und für den Niedergang Q_2 anstatt Q in Rechnung zu stellen ist, und als man die Umfangskraft P nicht mehr wie bei constanter Kolbenkraft Q zu $P = \frac{2\,Q}{\pi}$, sondern vielmehr zu $P = \frac{Q_1 + Q_2}{\pi}$ einzuführen hat. Hierdurch würde man in ganz derselben Weise wie in §. 144 die Geschwindigkeit der Kurbelwarze nach einer beliebigen Winkeldrehung α, vom todten Punkte aus gerechnet, durch

$$v = v_1 \left[1 + \frac{Q_1 r}{m_1 v_1{}^2}\left(1 - \cos\alpha - \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1 \pi}\,\alpha\right)\right]$$

für den Aufgang, und

$$v = v_2 \left[1 + \frac{Q_2 r}{m_1 v_2{}^2}\left(1 - \cos\alpha - \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2 \pi}\,\alpha\right)\right]$$

für den Niedergang erhalten, wenn wie dort m_1 die auf den Kurbelzapfen reducirte rotirende Masse, v_1 die Geschwindigkeit im unteren und v_2 diejenige im oberen todten Punkte bedeutet. Diese Geschwindigkeiten v_1 und v_2 in den todten Punkten sind wegen der Ungleichheit von Q_1 und Q_2 jetzt natürlich auch verschieden, und es leuchtet ein, daß nunmehr auch die Ungleichförmigkeit unter sonst gleichen Umständen größer ausfallen wird, als der in §. 145 für $Q_1 = Q_2$ berechnete Werth, welcher für eine sehr lange Lenkerstange zu

$$\delta = 0{,}4210 \frac{Q r}{m_1 v_1^2}$$

sich ergab. Es würde daher zur Erzielung eines hinreichend gleichmäßigen Ganges eine sehr bedeutende Größe des Nenners $m_1 v_1^2$ erforderlich sein, und da derartige Kurbeln für Pumpwerke nur mit mäßiger Durchschnittsgeschwindigkeit v arbeiten, so wären äußerst große rotirende Massen erforderlich. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, ist es daher angezeigt, durch ein Gegengewicht eine Ausgleichung der Widerstände für den Aufgang und Niedergang vorzunehmen, in welchem Falle, wenn dadurch $Q_1 = Q_2 = Q$ gemacht worden ist, die Rechnung in §. 144 u. f. ohne Weiteres hier ihre Gültigkeit hat. Wie eine solche Ausgleichung direct an dem Gestänge mit Hülfe eines Gegengewichtsbalanciers zu geschehen hat, ist bereits in §. 181 u. f. näher erläutert. Kann man aber einen solchen Gegengewichtsbalancier nicht anbringen, so ist auch eine Ausgleichung durch ein mit der Kurbelwelle zu verbindendes Gegengewicht zu erreichen. Im Allgemeinen wird eine directe Ausgleichung des Gestänges mancherlei Vortheile darbieten, insofern dadurch das Gestänge mehr geschont und auch der Kurbelzapfen mehr entlastet wird, während durch das mit der Kurbelwelle verbundene Gegengewicht die letztere direct belastet und die Reibung an ihren ohnehin starken Zapfen vergrößert wird. Mit Rücksicht hierauf erscheint es gerathen, das Gegengewicht in einem thunlich großen Abstande von der Axe anzubringen, indem man es etwa in dem Kranze eines auf der Kurbelwelle sitzenden Schwungrades oder Wasserrades befestigt.

Wird der Axenabstand AC des Gegengewichtes G, Fig. 743 (a. f. S.), mit b bezeichnet, so erhält man wie in §. 181 für den Gegengewichtsbalancier die zur Ausgleichung des Widerstandes erforderliche Größe des Gegengewichtes zu

$$G = \frac{r}{b} \frac{Q_1 - Q_2}{2} = \frac{r}{b} \left(G_0 + \frac{W_1 - W_2}{2} \right).$$

Für einen doppelten Krummzapfen mit zwei unter rechtem Winkel zu einander stehenden Kurbeln AB und AB_1, Fig. 744 (a. f. S.), kann man für jede Kurbel nach obiger Formel das Gegengewicht G_1 bestimmen und die beiden in C und C_1 wirkenden Gewichte zu ihrer Mittelkraft $2\,G_1$ in der

Mitte D zwischen C und C_1 vereinigt denken. Dieses Gewicht $2\,G_1$ in D kann dann statisch durch ein im Abstande $AE = b$ angebrachtes Gewicht

Fig. 743.

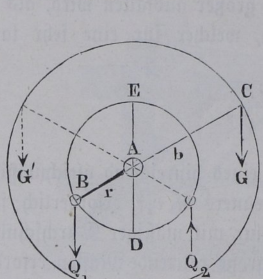
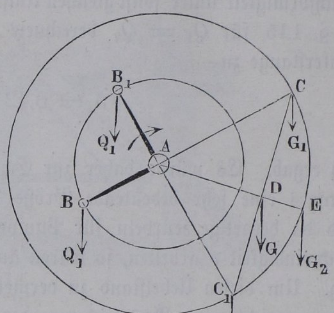


Fig. 744.



$$G = 2\,G_1 \frac{AD}{AE} = 2\,G_1 \sqrt{\frac{1}{2}} = G_1 \sqrt{2}$$

ersetzt werden, so daß man

$$G = \frac{r}{b} \sqrt{2} \left(G_0 + \frac{W_1 - W_2}{2} \right)$$

erhält.

§. 187. Trägheitskraft des Gegengewichtes. In dem vorhergehenden Paragraphen war nur von den statischen Wirkungen des Gegengewichtes gesprochen und man kann die Größe desselben nach den angegebenen Regeln bestimmen, so lange die statischen Wirkungen im Vordergrunde stehen, d. h. so lange die Geschwindigkeiten des betreffenden Getriebes nur mäßige sind, wie dies meist bei den Pumpwerken der Fall ist. Bei schnellen Rotationsbewegungen, wie sie bei den meisten Dampfmaschinen üblich sind, treten jedoch die Trägheitskräfte des Gegengewichtes und der schwingenden Massen in den Vordergrund, wogegen die Gewichte der letzteren im Vergleiche zu den wirkenden Kräften meist als unbeträchtlich außer Acht gelassen werden können. In solchen Fällen dienen daher die Gegengewichte nicht dazu, um die Gewichte der schwingenden Massen, sondern um deren lebendige Kräfte auszugleichen. In wie weit dies geschehen kann, ergiebt sich aus den folgenden Betrachtungen.

Es ist bereits in §. 151 darauf aufmerksam gemacht worden, in welcher Weise die Trägheitskräfte der hin- und hergehenden Massen m_2 bei dem Kurbelgetriebe zur Wirkung kommen, und es wurde daselbst gezeigt, daß der