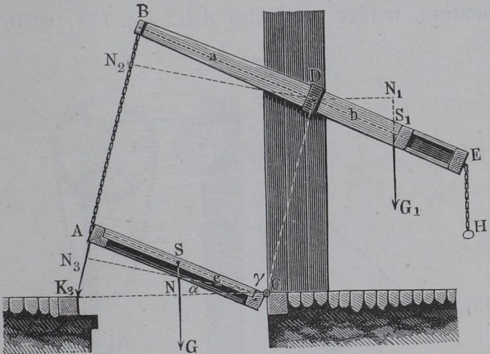
der vergrößerten Zapfenreibung des Balanciers, bezw. in der Kolbenreibung eingeführt werden, ist selbstverständlich, doch dürfte dieser Nachtheil durch die Vortheile des Apparates mehr als aufgewogen werden.

Zugbrücken. Mancherlei Gegengewichtsanordnungen kommen bei den Zugbrücken vor, bei denen man zu erreichen sucht, daß das Gegengewicht der Klappe in allen Lagen das Gleichgewicht hält, so daß zur Bewegung nur die Ueberwindung der schädlichen Reibungswiderstände erforderlich ist. §. 185.

Die einfachste Anordnung bietet die Zugbrücke mit Schlagbäumen, Fig. 736, dar, bei welcher die um die Angeln C drehbare Klappe AC mittelst der Ketten AB an dem Schwengel oder Schlagbaum BDE aufgehangen ist.

Fig. 736.



gehangen ist. Der letztere ist durch ein Gegengewicht G_1 derart belastet, daß dadurch das Gewicht G der Brückenklappe im Gleichgewichte gehalten wird, und es kann die Bewegung der Klappe durch Arbeiter an der Handhabe H geschehen. Wenn die Drehaxe C und D und die Aufhängepunkte A und B die Eckpunkte eines Parallelogramms bilden, also

$$CA = DB = a$$

ist, so wird die Brücke, wenn sie in irgend einer Lage durch das Gegengewicht G_1 abbalancirt ist, auch in jeder beliebigen anderen Stellung im Gleichgewichte sein, wie folgende Rechnung zeigt. Ist G das Gewicht der Brückenklappe und hat deren Schwerpunkt S den Abstand $CS = c$ von der Drehaxe C, so wird in irgend einer Stellung der Klappe, in welcher dieselbe den Winkel $\alpha = ACN$ mit dem Horizonte bildet, in den Ketten AB eine Spannung K erzeugt werden, welche durch

$$G c \cos\alpha = K a \sin\gamma$$

gegeben ist, unter γ den Winkel ACD des Parallelogramms verstanden. Bezeichnet nun $DS_1 = b$ den Abstand, welchen der Schwerpunkt des belasteten Schlagbaumes von der Axe D hat, so hat man, da der Schlagbaum immer parallel zur Brückenklappe bleibt, für das Gleichgewicht des Schlagbaumes

$$G_1 b \cos\alpha = K a \sin\gamma.$$

Daher folgt

$$G c \cos\alpha = G_1 b \cos\alpha,$$

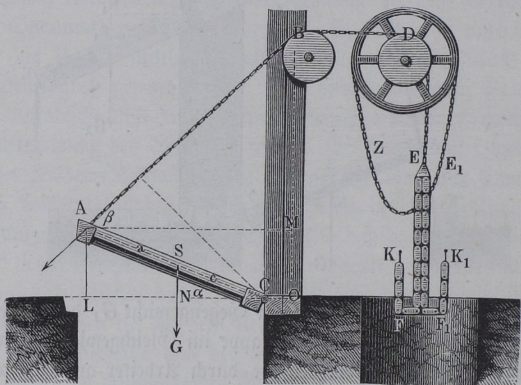
oder

$$G_1 = \frac{c}{b}\, G$$

für jeden beliebigen Ausschlagswinkel α der Klappe.

Will man einen Schlagbaum, etwa aus räumlichen Rücksichten, nicht anwenden, so kann man sich zur Ausgleichung der Brückenklappe eines Gegengewichtes bedienen, welches an Ketten AB, Fig. 737, wirkt, die an der

Fig. 737.



Brücke bei A befestigt und über feste Leitrollen B geführt sind. Bezeichnet auch hier wieder $a = AC$ die Länge der Brückenklappe zwischen der Drehaxe C und den Angriffspunkten der Ketten, und $c = SC$ den Abstand des Schwerpunktes der Klappe von deren Axe, so bestimmt sich jetzt der Zug der Kette K für eine Brückenneigung α durch

$$G c \cos\alpha = K a \sin(\alpha + \beta)$$

zu

$$K = G\, \frac{c \cos\alpha}{a \sin(\alpha + \beta)},$$

wenn β den Winkel BAM bezeichnet, unter welchem die Ketten gegen den Horizont geneigt sind. Diese Zugkraft K ist mit den Winkeln α und β veränderlich und wird bei verticaler Stellung der Klappe gleich Null. Soll daher die Brücke in allen Lagen im Gleichgewichte sein, so hat man diesem Kettenzuge entsprechend auch die Einwirkung des Gegengewichtes veränderlich zu machen. Man hat dies in verschiedener Weise zu erreichen gesucht, und zwar entweder durch Veränderung des direct an der Kette wirkenden Gegengewichtes, oder durch Anwendung eines constanten Gegengewichtes, das an einem veränderlichen Hebelarme angreift, auch hat man ein constantes Gegengewicht derartig in einer bestimmten krummen Bahn geführt, daß die auf die Kette übertragene Kraftcomponente stets gleich der von der Brücke ausgeübten Zugkraft ist. Bei der Poncelet'schen Brückenconstruction, Fig. 737, ist ein direct an der Kette ABD der Klappe angreifendes Gegengewicht von veränderlicher Größe dadurch zur Wirkung gebracht, daß auf jeder Seite der Brücke die Zugkette AB über die beiden Leitrollen B und D geführt und unterhalb mit einer das Gegengewicht darstellenden Gliederkette EFK belastet ist. Diese Gliederkette, welche übrigens, wie die Figur zeigt, in doppelter Ausführung EFK und $E_1 F_1 K_1$ zur Anwendung kommt, ist mit ihren freien Enden bei K und K_1 an feste Punkte gehängt. Hierdurch wird von diesen Festpunkten das Gewicht der darunter hängenden Kettenstücke FK aufgenommen, so daß nur die Stücke FE durch ihr Gewicht zur Ausgleichung der Klappe dienen. Es ist ersichtlich, wie die Länge dieser Kettenstücke FE in dem Maße sich vermindert, in welchem mit allmäliger Erhebung der Brückenklappe das Kettenende E sich senkt. Die über das Rad R gelegte Zugschleife Z dient den Arbeitern zum Angriffe, indem eine Drehung der Axe von D nach der einen oder anderen Richtung ein Heben oder Senken der Brücke bewirkt.

Um die Verhältnisse für diese Ausgleichungsvorrichtung zu berechnen, bestimmt man in der oben gefundenen Formel für den Kettenzug

$$K = G \frac{c \cos \alpha}{a \sin(\alpha + \beta)}$$

den Winkel β aus den Dimensionen der Construction. Wird nämlich der verticale Abstand der Axe C von dem Auflaufpunkte B der Rolle $OB = h$ und die horizontale Entfernung $CO = b$ gesetzt*), so hat man:

$$tang\, \beta = \frac{BM}{AM} = \frac{h - a \sin \alpha}{b + a \cos \alpha}.$$

Für die niedergelassene Brücke ist

$$\alpha = 0 \text{ und } tang\, \beta = \frac{h}{a + b},$$

*) Da der Auflaufspunkt B der Kette sich mit der Stellung der Klappe ändert, so wird man eine mittlere Lage dieses Punktes und mittlere Werthe von h und b zu Grunde legen müssen.

daher

$$K_1 = G\,\frac{c}{a\sin\beta} = G\,\frac{c}{a}\,\frac{\sqrt{(a+b)^2+h^2}}{h},$$

und für die aufgezogene Brücke hat man

$$\alpha = 90^0,\ tang\,\beta = \frac{h-a}{b} \text{ und } K_2 = 0.$$

Soll nun die Ausgleichungskette für diese beiden äußersten Lagen das Gleichgewicht herstellen, so hat man ihr eine Länge

$$l = EF + FK = \sqrt{(a+b)^2+h^2} - \sqrt{b^2+(h-a)^2}$$

und ein Gewicht

$$G_1 = K_1 = G\,\frac{c}{ah}\,\sqrt{(a+b)^2+h^2}$$

zu geben, d. h. jede Längeneinheit der doppelten Kette muß ein Gewicht von $\frac{G_1}{l}$ haben, wenn die Kette gleichmäßig schwer gemacht wird.

Wollte man die Bedingung stellen, daß auch in Zwischenlagen die Ausgleichung stattfinde, so müssen die Kettenglieder ungleich schwer werden. Um die dieser Bedingung entsprechende Vertheilung der Gewichte der einzelnen Glieder zu bestimmen, hätte man für eine Reihe der Werthe von $\alpha = 0^0$, 10^0, 20^0, 30^0 ... mit Hülfe der vorstehenden Formel die zugehörigen Werthe von β und aus $\alpha + \beta$ die entsprechenden Kettenzugkräfte K, K_1, K_2 ... zu entwickeln. Berechnet man gleichzeitig die den Werthen von α entsprechenden Längen des Kettenstückes AB durch

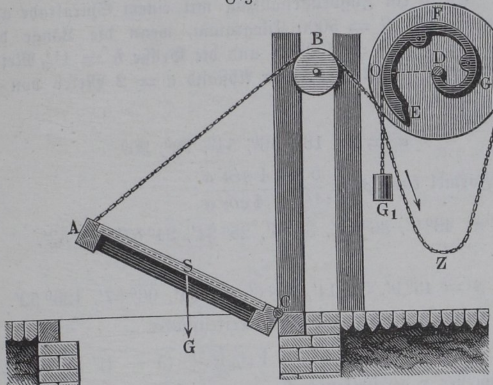
$$l = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{(b + a\cos\alpha)^2 + (h - a\sin\alpha)^2},$$

so hat man, wenn l, l_1, l_2, l_3 ... diese Längen bedeuten, den Stücken $l - l_1$, $l_1 - l_2$, $l_2 - l_3$ ... der Ausgleichungskette die bezüglichen Gewichte $K - K_1$, $K_1 - K_2$, $K_2 - K_3$ ... zu geben.

Ein constantes Gewicht, das an veränderlichem Hebelsarme wirkt, ist bei der Brücke von Derché, Fig. 738, angewendet. Hier wickelt sich jede Tragkette ABE der Klappe auf eine Scheibe R, welcher durch die Zugschleife Z wieder die zum Oeffnen und Schließen der Brücke erforderliche Drehung ertheilt wird. Mit dieser Scheibe ist ein Spiralgang $OFGD$ verbunden, auf welchen die Kette des Gegengewichtes G_1 sich aufwickeln kann. Beim Heben der Klappe sinkt dabei G_1 allmälig herunter, wobei der Hebelsarm DO stetig abnimmt, so daß das Drehungsmoment des Gegengewichtes möglichst in allen Stellungen mit dem Momente des Klappengewichtes G in Bezug auf die Axe C im Gleichgewichte bleibt.

Die Rechnung ist hier ähnlich wie bei der Poncelet'schen Ausgleichsvorrichtung durchzuführen. Ist r der constante Halbmesser der Scheibe R,

Fig. 738.



und z der veränderliche Radius der Spirale, an dem das Gegengewicht G_1 wirkt, so hat man $G_1 z = Kr$ und daher

$$z = \frac{G r c \cos \alpha}{G_1 a \sin(\alpha + \beta)}.$$

Man hat daher bei der herabgelassenen Brücke, d. h. für $\alpha = 0$:

$$z = \frac{G r c}{G_1 a \sin \beta} = \frac{G r c}{G_1 a h} \sqrt{(a + b)^2 + h^2},$$

dagegen bei ganz aufgezogener Brücke oder für $\alpha = 90^0$; $z = 0$, wofür man wegen der Reibung einen Halbmesser etwa gleich demjenigen der Axe D annehmen wird. Soll die Spiralenscheibe nur eine volle Umdrehung machen, so muß der Umfang der Scheibe R gleich der aufzuwickelnden Kettenlänge, d. h.

$$2 \pi r = \sqrt{(a + b)^2 + h^2} - \sqrt{b^2 + (h - a)^2}$$

gemacht werden. Für eine Reihe von Werthen des Neigungswinkels der Klappe 0, α_1, α_2, α_3 ... kann man wieder die zugehörigen Winkel β_0, β_1, β_2, β_3 ... und daraus mittelst der obigen Formel die Werthe z_0, z_1, z_2, z_3 ... für den Radiusvector der Spirale ermitteln. Berechnet man dazu noch die zugehörigen Längen l_0, l_1, l_2, l_3 ... des zwischen A und B befindlichen Kettenstückes und zieht von allen diesen Längen das niemals über B hinaustretende Kettenstück $\sqrt{b^2 + (h - a)^2}$ ab, so ergeben die verbleibenden Reste, wenn sie durch $\frac{2 \pi r}{360^0}$ dividirt werden, die zugehörigen Drehungswinkel der

Spiralscheibe. Hieraus und den bezw. Radien z ist die Spirale selbst dann aufzutragen.

Beispiel. Es ist ein Zugbrückenaufzug mit einem Spiralrade auszuführen für ein Klappengewicht $G = 3000$ Kilogramm, wenn die Länge der Klappe $a = 4$ Meter, die Höhe $h = 5$ Meter und die Größe $b = 1\frac{1}{3}$ Meter beträgt, und der Schwerpunkt der Klappe einen Abstand $c = 2$ Meter von der Drehaxe hat.

Für die Werthe

$$\alpha = 0^0,\ 18^0,\ 36^0,\ 54^0,\ 72^0,\ 90^0$$

folgt aus der Formel $tang\,\beta = \dfrac{5 - 4\,sin\,\alpha}{\frac{4}{3} + 4\,cos\,\alpha}$:

$$\beta = 43^0\,9',\ 36^0\,14',\ 30^0\,6',\ 25^0\,34',\ 24^0\,57',\ 36^0\,52',$$

also daraus

$$\alpha + \beta = 43^0\,9',\ 54^0\,14',\ 66^0\,6',\ 79^0\,34',\ 96^0\,57',\ 126^0\,52'.$$

Nun ist die Länge des aufzuwickelnden Kettenstückes

$$l = \sqrt{(1\tfrac{1}{3} + 4)^2 + 5^2} - \sqrt{(\tfrac{4}{3})^2 + (5 - 4)^2} = 5{,}644,$$

daher der Halbmesser r der Kettenscheibe, wenn dieselbe zum gänzlichen Aufziehen eine volle Umdrehung machen soll:

$$r = \frac{5{,}644}{2\,\pi} = 0{,}898 \text{ Meter.}$$

Giebt man dem größten Radiusvector der Spirale denselben Halbmesser r, so folgt die Größe des Gegengewichtes zu:

$$G_1 = \frac{G\,c}{a\,sin\,\beta} = \frac{3000\,.\,2}{4\,.\,sin\,43^0\,9'} = 2193 \text{ Kilogramm.}$$

Für den veränderlichen Radiusvector z ergiebt sich nun aus

$$z = \frac{G\,c\,r\,cos\,\alpha}{G_1\,a\,sin\,(\alpha + \beta)} = r\,sin\,43^0\,9'\,\frac{cos\,\alpha}{sin\,(\alpha + \beta)} = 0{,}614\,\frac{cos\,\alpha}{sin\,(\alpha + \beta)}$$

$$z = 0{,}898,\ 0{,}720,\ 0{,}544,\ 0{,}367,\ 0{,}191,\ 0{,}00$$

und für die Länge des Kettenstückes oberhalb der Brückenbahn:

$$l = \sqrt{(1{,}33 + 4\,cos\,\alpha)^2 + (5 - 4\,sin\,\alpha)^2} = \frac{1{,}33 + 4\,.\,cos\,\alpha}{cos\,\beta}$$

$$l = 7{,}31,\ 6{,}33,\ 5{,}00,\ 3{,}75,\ 2{,}59,\ 1{,}67.$$

Zieht man den letzten Werth von allen vorhergehenden ab, so erhält man die aufzuwickelnden Kettenbogen:

$$s = 5{,}64,\ 4{,}66,\ 3{,}33,\ 2{,}08,\ 0{,}92,\ 0{,}00.$$

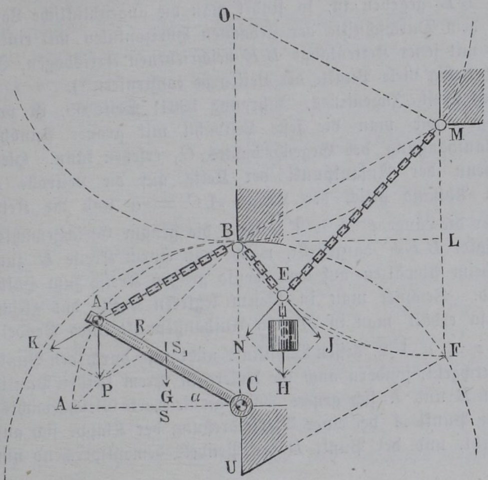
Hieraus folgen endlich die den oben berechneten Radiusvectoren entsprechenden Centriwinkel

$$\varphi = s\,\frac{360^0}{2\,\pi\,r} = \frac{57{,}296^0}{0{,}898}\,s = 63{,}78\,s$$

$$\varphi = 360^0,\ 297{,}4^0,\ 212{,}4^0,\ 132{,}6^0,\ 58{,}9^0,\ 0^0.$$

Anmerkung. Man kann sich zur Ausgleichung der Brückenklappe auch eines constanten Gegengewichtes bedienen, welches auf einer krummlinigen Bahn von bestimmter Form geführt wird. Um sich hiervon eine Vorstellung zu machen, denke man die Klappe CA, Fig. 739, aus ihrer horizontalen Lage durch Drehung um den beliebigen Winkel $ACA_1 = \alpha$ in die Lage CA_1 gebracht, so wird das in S wirkende Eigengewicht G in dem Kettenstücke, welches über die Leitrolle in B geführt sein mag, den oben berechneten Zug K hervorrufen, welcher sich auch graphisch leicht ermitteln läßt, indem man die durch G in A_1 hervorgerufene Verticalkraft $P = G\frac{c}{a}$ nach den Richtungen A_1C und A_1B in die beiden Kräfte R und K zerlegt. Während R von dem Zapfen C der Brücke aufgenommen wird, stellt K den Kettenzug vor. Wenn nun das am anderen Ende

Fig. 739.



E der Kette A_1BE angebrachte Gewicht G_1 auf der festen Leitcurve BEF geführt wird, so wird von dem Gewichte $G_1 = EH$ nur diejenige Componente EJ auf die Kette EB ziehend wirken, welche man erhält, wenn man EH nach den Richtungen BE der Zugkette und EN der Normale zur Führungsbahn in E zerlegt, indem die in die letztere Richtung fallende Componente durch die Reaction der Leitbahn aufgehoben wird. Zur vollkommenen Ausgleichung der Brücke hat man daher die Form der Leitbahn BEF so zu bestimmen, daß in jeder Stellung der Brücke die gedachte Componente $Z = EJ$ des Gegengewichtes gleich der zugehörigen Kettenkraft K ist. Auf diesem Principe beruhen die Zugbrücken mit der sogenannten Sinusoidenbahn von Belidor und Delile. Johann Bernouilli hat gezeigt, daß die zu der kreisförmigen Bahn AA_1B des Brückenpunktes A gehörige Gleichgewichtscurve, welche der vorstehenden Bedingung entspricht, eine Epicycloide ist*).

Durch Construction läßt sich diese Curve in jedem Falle leicht wie folgt bestimmen. Hat man das Gewicht G_1 gleich dem Kettenzuge

$$K = G\,\frac{c}{a\sin\beta}$$

der Klappe in ihrer horizontalen Lage bestimmt, so muß bei irgend einer Drehung der Brückenklappe um den Winkel α, vermöge deren der Schwerpunkt S derselben um $h = c\sin\alpha$ erhoben wurde, nach dem Princip der virtuellen Geschwindig-

*) Siehe Grunert's Lehrbuch der Statik fester Körper, und Poncelet's Cours de mécanique app. aux machines.

keiten das Gegengewicht um eine Höhe $h_1 = \frac{G}{G_1} h$ gesunken sein. Man findet daher in der um h_1 unter der höchsten Lage des Gegengewichtes gezeichneten Horizontalen die entsprechende Höhenlage des Gegengewichtes. Da außerdem der Abstand der letzteren von der festen Rolle B durch die ebenfalls bekannte Länge des freien Kettenstückes BE gegeben ist, so findet man die augenblickliche Lage des Gegengewichtes in dem Durchschnitte der gedachten Horizontalen mit einem um B als Mittelpunkt mit jener Kettenlänge BE beschriebenen Kreisbogen. In solcher Art kann man beliebig viele Punkte der Leitcurve construiren *).

In einem Artikel des Civil-Ingenieurs, Jahrgang 1861, Seite 65, ist von J. Nöggerath gezeigt, wie man die feste Leitbahn mit großer Annäherung durch die Pendelaufhängung des Gegengewichtes G_1 ersetzen kann. Hierbei wird nämlich, wenn der Anlaufpunkt der Kette auf die Leitrolle B von der Axe C einen Abstand gleich der Länge $AC = a$ und die Kette zwischen A und B daher die Länge $z = a\sqrt{2}$ hat, die genaue Gleichgewichtscurve durch die Epicycloide BEF dargestellt, welche von einem Kreise U zum Halbmesser $UB = z$ beim Abwälzen auf dem ebenso großen Kreise zum Halbmesser OB erzeugt wird. Zeichnet man in diesem letzteren Kreise das gleichseitige Dreieck BOM, so erhält man in M den Aufhängepunkt eines Pendels von der Länge $MB = z = a\sqrt{2}$, dessen Bahnlinie nicht nur durch den Punkt B der Epicycloide hindurchgeht, sondern auch die letztere in ihrem tiefsten Punkte F berührt, und zwischen B und F sich genau genug an die exacte Gleichgewichtscurve anschließt. Da der Punkt A bei einer Vierteldrehung der Klappe sich auf die Höhe $CB = a$ erhebt, und der Punkt B des Pendels dementsprechend um die Höhe

$$LF = BM \sin 30^0 = \tfrac{1}{2} a \sqrt{2}$$

fällt, so findet man das erforderliche Gegengewicht durch die Beziehung

$$Pa = Gc = G_1 \tfrac{1}{2} a \sqrt{2} \text{ zu } G_1 = \frac{c}{a} G \sqrt{2}.$$

Von der Theorie des Spiralkorbes und des Ausgleichungswagens wird bei den betreffenden Hebevorrichtungen gehandelt werden.

§. 186. Gegengewicht der Kurbeln. Auch bei Kurbeln sind in vielen Fällen Gegengewichte zur Ausgleichung der schwingenden Massen erforderlich. Dies ist offenbar nicht nöthig bei der Anordnung zweier Kurbeln von gleicher Länge r, welche diametral gegenüber stehen und gleichen Widerständen Q_1 beim Aufgange und Q_2 beim Niedergange ausgesetzt sind. Denn hierbei halten sich die Eigengewichte G_0 der beiden gleichen Gestänge einschließlich der Kurbelarme und Warzen in jeder Stellung das Gleichgewicht, und es sind diese Gewichte nur insofern von Einfluß, als der Druck auf die Kurbelaxe dadurch um $2\,G_0$ vergrößert und eine vermehrte Zapfenreibung an der Kurbelwelle erzeugt wird. Ist der Widerstand an jeder Kurbel AB und AB_1, Fig. 740, beim Aufgange durch $Q_1 = W_1 + G_0$ und beim Niedergange durch $Q_2 = W_2 - G_0$ ausgedrückt, so berechnet sich der Druck

*) S. auch A. Ritter, Lehrbuch der analytischen Mechanik, S. 170.