

Dimensionen in jedem Punkte der Kurbelaxe mittelst der allgemeinen Formel

$$M = k \frac{W}{e},$$

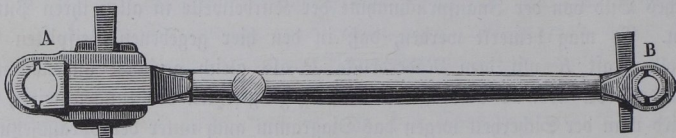
unter  $W$  wie immer das Trägheitsmoment des Querschnitts und unter  $e$  den Abstand der äußersten Faser von der neutralen Aze verstanden. Wie man aus der Figur ersieht, giebt das erhaltene Diagramm ein sehr anschauliches Bild von der Inanspruchnahme der Kurbelwelle in allen ihren Punkten. Es mag bemerkt werden, daß in den hier gegebenen Beispielen die Kolbenkraft  $K$  mit dem Räderdrucke  $P$  als gleich gerichtet angenommen wurde. Da aber  $K$  abwechselnd in entgegengesetzten Richtungen wirkt, so wird man der Sicherheit wegen das Diagramm auch unter der Voraussetzung zu entwerfen haben, daß  $K$  und  $P$  entgegengesetzte Richtung haben, und für jeden Arm diejenige Momentenfläche aus den beiden Diagrammen wählen, welche die größten Abmessungen ergiebt.

Eine ausführlichere Behandlung dieser graphischen Darstellungen für Kurbelwellen findet man u. a. in Reuleaux's Constructeur, welcher auch bei der vorstehenden Darstellung im Wesentlichen als Anhalt dient hat.

**Die Lenkerstange.** Die zur Uebermittlung der Zug- und Druckkraft zwischen dem Kreuzkopfe und dem Kurbelzapfen dienende Lenkerstange, auch wohl Schubstange, Pläuelstange, Pleuelstange genannt, wird in den weitaus meisten Fällen aus Schmiedeeisen dargestellt, und höchstens wandte man in früherer Zeit für die größten Dampfmaschinen wegen der schwierigen Darstellung so großer Schmiedestücke gußeiserne Lenkerstangen mit gerippten oder gefiederten Querschnitten an. Von der Verwendung von Gußeisen ist man derzeit indeß fast gänzlich zurückgekommen, insbesondere eignet sich dieses Material nicht für schnell gehende Maschinen, wegen der in solchen Fällen beträchtlichen Anstrengung durch die in der Masse auftretenden Trägheitskräfte. Dagegen behauptet gerade bei schnellgehenden Kurbelgetrieben das Holz als vorzügliches Material für Lenkerstangen neben dem Schmiedeeisen mehrfach seine Stelle, und man wendet dasselbe, wenn auch nicht bei Dampfmaschinen, so doch bei den Sägegattern mit Vorliebe an. Insbesondere wählt man hierzu recht gerade gewachsenes astfreies Tannenholz, welches neben verhältnißmäßig geringem specifischem Gewichte, also geringer Masse, besonders große Elasticität besitzt, vermöge deren es den wechselnden Wirkungen der lebendigen Kräfte vorzüglich zu widerstehen vermag (s. Thl. I, §. 375). Die Stange selbst führt man, wenn sie, wie bei einfachen Pumpen, nur auf Zug angestrengt wird, wohl von cylindrischer Form aus, während man ihr bei doppelt wirkenden Kurbeln wegen der Inanspruchnahme auf Zerknicken in der Mitte eine größere Stärke zu geben

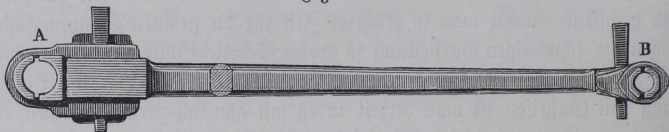
pflegt als nach den Enden hin, so daß sie annähernd die Form eines Körpers von gleicher Strebefähigkeit zeigt, Fig. 595. Bei langsam gehenden Kurbeln, bei welchen hauptsächlich die Festigkeit gegen Zerknicken zur Geltung kommt, giebt man dabei den schmiedeeisernen Lenkerstangen meist den kreisförmigen und den gußeisernen Stangen einen kreuz- oder sternförmigen Querschnitt, welcher nach jeder Ebene gleiche Festigkeit gegen Ausbiegung

Fig. 595.



gewährt. Dagegen giebt man den Lenkerstangen für sehr schnell rotirende Kurbeln, wie denen der Locomotiven und Sägegatter in der Regel in der Bewegungsebene der Stange eine größere Höhe als in der dazu senkrechten Richtung, da die Wirkung der Massen die Stange in der Ebene der Bewegung zu biegen strebt. Als Querschnitt wählt man daher meist ein Rechteck, dessen schmale Seiten abgerundet sind, Fig. 596, auch pflegt man hierbei wohl die Stange von dem Lager A der Warze nach dem den Kreuzkopf ergreifenden Ende B hin allmählig verjüngt zulaufen zu lassen.

Fig. 596.



Jedes Ende der Lenkerstange ist zu einem sogenannten Kopflager ausgebildet, in welchem je zwei Pfannen oder Futter sich befinden, die durch Reile oder auch mittelst Schrauben wie bei den gewöhnlichen Wellenlagern mit mäßigem Drucke zusammengepreßt werden können, damit auf solche Weise der durch Abnutzung entstehende Spielraum sich stets beseitigen läßt. Letzterer Umstand ist wegen des beständigen Richtungswechsels von Zug und Druck für Erreichung eines geräuschlosen Ganges von großer Wichtigkeit. Diese Kopflager führt man in sehr verschiedener Art aus, und es mag nur bemerkt werden, daß man im Allgemeinen die geschlossenen Lager von den offenen unterscheidet. Bei den geschlossenen Kopslagern, wie sie in Fig. 597 und 598 dargestellt sind, ist das Stangenende zu einem verstärkten Auge A ausgeschmiedet, in welches die Rothgußfutter  $a_1$  und  $a_2$



genau eingepaßt sind. Der Keil *C*, welcher in Fig. 598 mittelst der Zugschraube *D* und der Mutter *F* angezogen wird, hält die Lagerpfannen dicht schließend an den Zapfen. Die erweiterte Oeffnung *G* im Stangenkopfe,

Fig. 597.

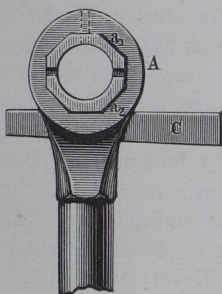


Fig. 598.

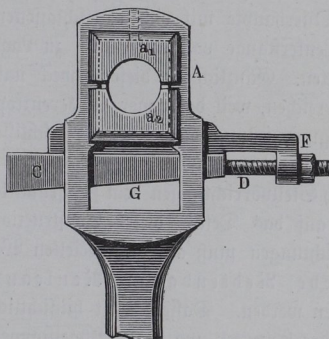
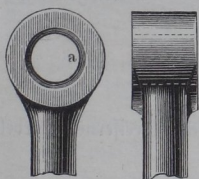


Fig. 598, hat nur den Zweck, die mit vorstehenden Rändern versehenen Pfannen *a* in das Auge einführen zu können. Nur bei geringen Kräften und kleiner Schwingungsbewegung, wie z. B. für die Schieber von Dampfmaschinen, läßt man die Nachstellvorrichtung fort und begnügt sich mit dem geschlossenen Auge, Fig. 599, in welches ein gehärteter Stahlring *a* eingesetzt wird, in welchem der gleichfalls stählerne Bolzen genau eingeschliffen ist.

Fig. 599.



Offene Kopflager zeigen die Figg. 600 und 601, bei welchen wieder *C* den Zugkeil zum Anziehen der Pfannen *a* darstellt, während die hakenförmigen Schließkeile *D* dem Zugkeile nicht nur als Unterlage dienen, sondern mittelst ihrer vorstehenden Ansätze die Schenkel *E* des Bügels resp. der

Fig. 600.

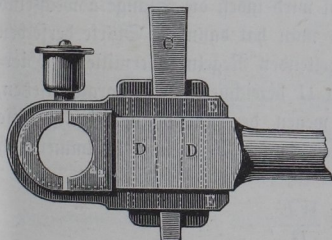
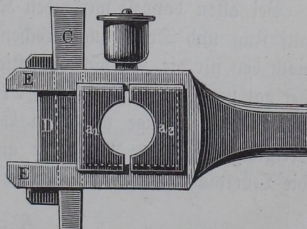


Fig. 601.



Stange an dem Auseinanderfedern hindern. Es leuchtet ein, daß bei den geschlossenen Kopflagern, Fig. 597 und 598, mit der Zeit durch das Anziehen des Keiles das Lagermittel nach außen, bei den offenen Lagern, Fig. 600 und 601, dagegen nach innen rückt. Aus dem Grunde pflegt man gern die Lenkerstangen von Dampfmaschinen am Kurbelzapfen mit einem offenen, am Querkopfe mit einem geschlossenen Lager zu versehen, um die Länge der Lenkerstange von Lagermitte zu Lagermitte nach Möglichkeit constant zu erhalten. Gänzlich ist dieser Zweck natürlich hierdurch schon deshalb nicht zu erreichen, weil das Lager am Kreuzkopfe wegen der geringen Oscillationsbewegung immer viel weniger verschliffen wird, als das am Kurbelzapfen. Man hat daher auch solche Kopflager ausgeführt, bei denen beide Pfannen durch Stellvorrichtungen dem Zapfenmittel genähert werden können. In Bezug auf das Detail dieser Constructionen sowie hinsichtlich der Schmier- vorrichtungen muß auf die speciellen Werke über die Constructionenlehre von Wiebe, Redtenbacher, Reuleaux, von Reiche, Uhlund u. v. verwiesen werden. Dasselbe gilt hinsichtlich der Anordnung der Kreuzköpfe sowie der Excenter und deren Bügelstangen.

Die Stärke  $D$  der Lenkerstange bestimmt sich, wenn die Stange nur auf Zug beansprucht wird, nach den Regeln der absoluten Festigkeit wie diejenige von Ankern durch

$$D^2 \frac{\pi}{4} k = K,$$

unter  $k$  die zulässige Faserspannung und unter  $K$  die größte Kolbenkraft verstanden. Nimmt man auch hier für Schmiedeeisen  $k = 6$  Kilogramm, so erhält man die Stärke der Zugstange zu

$$D = \sqrt{\frac{2}{3\pi} K} = 0,46 \sqrt{K},$$

also hat man in diesem Falle, unter  $d$  die Stärke des schmiedeeisernen Kurbelzapfens  $d = 1,13 \sqrt{K}$  verstanden, ein Verhältniß

$$\frac{D}{d} = 0,41.$$

Bei allen doppelt wirkenden Kurbeln wird indeß die Stange abwechselnd auf Zug und Druck angesprochen, und man hat dann die Stärke derselben nach den für die Zerknickungsfestigkeit geltenden Regeln zu ermitteln. Hierbei hat man den in Thl. I, S. 273 mit II bezeichneten Fall vorauszusetzen, wonach die Stange an ihren Enden wegen der Abrundung eine gewisse Neigung gegen ihre Längensaxe annehmen kann. Demgemäß bestimmen sich die Querdimensionen nach der Formel

$$K = \pi^2 \frac{WE}{l^2},$$



unter  $l$  die ganze Länge der Stange, unter  $W$  das Trägheitsmoment des Querschnitts und unter  $E$  den Elasticitätsmodul des Materials verstanden. Man hat hierbei eine gewisse vier- bis sechsfache Sicherheit anzunehmen, und kann sich auch zur Bequemlichkeit der Grasshof'schen Formel bedienen und den betreffenden Coefficienten aus den in Thl. I, §. 274 dafür angegebenen Tabellen entnehmen, indem man für das Verhältniß der Länge  $l$  zur gesuchten Querdimension vorläufig einen voraussichtlichen Werth annimmt. Nach Reuleaux soll man bei kreisförmigem Querschnitt der schmiedeeisernen Lenkerstange in der Mitte einen Durchmesser  $D$  geben, welcher durch

$$D = 0,21 d \sqrt{\frac{l}{d}}$$

gefunden wird, wenn wieder  $d$  den Wazendurchmesser und  $l$  die Länge der Lenkerstange bedeutet. Bei großer Umdrehungsgeschwindigkeit der Kurbel ist die Lenkerstange auch noch einer beträchtlichen Anstrengung auf Biegung durch die Trägheitskräfte der in der Stange vorhandenen Massentheilen ausgesetzt. Diese Kräfte, welche nur in der Schwingungsebene der Lenkerstange auftreten, sind die Ursache, warum man den Lenkerstangen schnellgehender Kurbelgetriebe in dieser Ebene größere Querdimensionen zu geben pflegt als in der dazu senkrechten Richtung. Namentlich gilt dies, wie schon oben bemerkt, für die Lenkerstangen von Locomotiven und Sägegattern.

Um die Einwirkung der Beschleunigungskräfte auf die Lenkerstange zu prüfen, sei eine constante Geschwindigkeit  $v$  der Kurbel vorausgesetzt, welche Annahme für den vorliegenden Zweck gerechtfertigt ist, da die Veränderungen der Kurbelgeschwindigkeit während jeder Umdrehung, welche in den §. 144 u. f. näher untersucht wurden, in der Wirklichkeit bei schnellgehenden Maschinen nur sehr geringe sind. In diesem Falle sind von zwei Punkten der Lenkerstange die Beschleunigungen für jeden Augenblick der Bewegung ihrer Größe und Richtung nach bekannt. Der Punkt der Lenkerstange, welcher in die Axe des Kurbelzapfens hineinfallend zu denken ist, hat wie der Kurbelzapfen wegen der gleichförmigen Rotationsbewegung nur eine normale, nach der Welle hin gerichtete Beschleunigung, welche für ein daselbst etwa vorhandenes Massentheilen  $m$  durch den Ausdruck für die Centrifugalkraft

$$m \frac{v^2}{r} = p$$

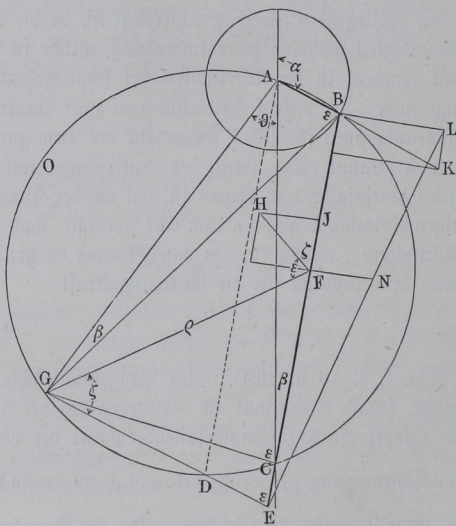
gegeben ist (s. Thl. I, §. 46 u. 299). Eine Tangentialbeschleunigung besitzt dieser Punkt nicht, sobald  $v$  constant ist. Dagegen hat der andere mit dem Mittel des Kreuzkopfszapfens zusammenfallende Punkt der Lenkerstange nur eine Tangentialbeschleunigung  $p_1$ , welche bekanntlich allgemein durch  $p_1 = \frac{\partial c}{\partial t}$  ausgedrückt ist, wenn  $c$  wieder die Geschwindigkeit des Kreuzkopfes bezeichnet.

Diese Beschleunigung  $p_1$  fällt in die Richtung der Geradföhrung. Eine Normalacceleration hat dieser Punkt nicht, indem der Ausdruck  $\frac{c^2}{\rho}$  gleich Null ausfällt wegen des unendlich großen Krümmungshalbmessers  $\rho$  der geradlinigen Bahn. Die Beschleunigung  $p_1$  dieses Lenkerstangenendes ist übereinstimmend mit der in §. 151 schon berechneten Beschleunigung der schwingenden Masse  $m_2$ , und wurde daselbst zu

$$p_1 = \left( \cos \alpha + \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \frac{v^2}{r}$$

gefunden. Um auch die Beschleunigung der übrigen Punkte der Lenkerstange zu finden, sei auf die in der Einleitung, §. 15, gefundene Eigenschaft des Beschleunigungscentrums zurückgegangen. Danach besteht für jedes bewegte System unter dem Namen Beschleunigungscentrum ein Punkt, welcher selbst ohne Beschleunigung ist, und dessen Fahrstrahlen nach den sämtlichen Systempunkten nicht nur mit den Beschleunigungen dieser Punkte proportional sind, sondern auch mit diesen Beschleunigungen einen und denselben Winkel  $\varepsilon$  bilden. Dieses Beschleunigungscentrum ändert während der Systembewegung fortwährend seinen Platz, und durchläuft während einer Kurbelumdrehung eine gewisse Schleifenlinie etwa von der Form der Ziffer 8, indem das Beschleunigungscentrum zweimal in den

Fig. 602.



Kreuzkopf fällt, nämlich in denjenigen Augenblicken, wo die Beschleunigung des Kreuzkopfes zu Null wird, welche nach dem Früheren dem Maximum der Geschwindigkeit  $c$  der schwingenden Masse  $m_2$  entsprechen. Für jede einzelne Kurbelstellung, z. B.  $ABC$  in Fig. 602, kann man das Beschleunigungscentrum leicht wie folgt bestimmen. Legt man um das Kurbeldreieck  $ABC$  eine Kreislinie  $O$ , so muß auf derselben das Beschleunigungscentrum  $G$  liegen, da nur die Punkte dieses Kreises die Eigenschaft haben, daß die Fahrstrahlen nach  $B$  und  $C$  mit den Beschleunigungsrichtungen  $BA$  und  $CA$  gleiche Winkel  $\varepsilon$  einschließen, als Peripheriewinkel über gleichen Bögen. Um  $G$  selbst auf diesem Kreise zu finden, hätte man nur etwa eine Beziehung für den Winkel  $\vartheta$  zu entwickeln, da man  $\varepsilon$  in der Regel nicht kennt, sofern zu dessen Bestimmung die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um den jedesmaligen Pol bekannt sein muß (s. §. 15, Einleitung). Zur Bestimmung von  $\vartheta$  schreibe man:

$$GB = AB \frac{\sin[\pi - (\alpha - \vartheta)]}{\sin \beta} \quad \text{und} \quad GC = BC \frac{\sin \vartheta}{\sin \alpha},$$

woraus durch Division:

$$\frac{GB}{GC} = \frac{r \sin \alpha \sin(\alpha - \vartheta)}{l \sin \beta \sin \vartheta}$$

folgt. Da nun

$$r \sin \alpha = l \sin \beta$$

und

$$\frac{GB}{GC} = \frac{p}{p_1}$$

bekannt ist, so findet man

$$\frac{p}{p_1} = \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\sin \vartheta} = \frac{\sin \alpha}{\tan \vartheta} - \cos \alpha,$$

also

$$\tan \vartheta = \frac{\sin \alpha}{\frac{p}{p_1} + \cos \alpha},$$

woraus  $\vartheta$  für jeden Winkel  $\alpha$  ermittelt werden kann.

Für die vorliegende Entwicklung ist aber die Bestimmung des Beschleunigungscentrums nicht erforderlich, wie aus folgenden Bemerkungen hervorgeht. Denkt man von dem Beschleunigungscentrum  $G$  nämlich denjenigen Strahl  $GE$  an die verlängerte Lenkerstange geführt, welcher mit dieser gerade den Winkel  $\varepsilon$  bildet\*), so fällt die Beschleunigung  $p_0$  dieses Punktes  $E$

\*) Man erhält diesen Strahl, wenn man  $AD \parallel BC$  und  $GD$  durch den Schnittpunkt mit dem Kreise zieht.



in die Lenkerstange  $CB$  hinein, hat also keine auf  $CB$  normale Componente, und übt daher auch keine biegende Wirkung auf die Lenkerstange aus. Wenn man nun den beliebigen Punkt  $F$  im Abstände  $EF = x$  von  $E$  ins Auge faßt, dessen Beschleunigungsstrahl  $GF = \rho$  sein mag, so ist die Größe der Beschleunigung  $p_x$  desselben nach der besagten Eigenschaft von  $G$  gefunden durch:

$$p_x : p = \rho : GB \text{ zu } p_x = \frac{p}{GB} \rho.$$

Diese in der Richtung  $FH$  wirkende Beschleunigung hat eine auf der Lenkerstange  $CB$  normale Componente

$$HJ = p_x \sin HFJ,$$

und da  $HFJ = EGF = \xi$  ist, so erhält man diese Componente zu

$$HJ = p_x \sin \xi = \frac{p}{GB} \rho \sin \xi.$$

Da nun ferner

$$\rho : x = \sin \varepsilon : \sin \xi,$$

so hat man endlich die Componente

$$HJ = \frac{p \sin \varepsilon}{GB} x = kx,$$

wenn man die constante Größe  $\frac{p \sin \varepsilon}{GB}$  mit  $k$  bezeichnet. Wenn man nun in jedem Punkte der Lenkerstange die zu deren Richtung senkrechte Componente der beschleunigenden Kraft als Ordinate aufträgt, indem man  $FN = HJ$  macht, so folgt aus jenem Ausdrucke  $HJ = kx$ , daß die Endpunkte dieser Ordinaten sämtlich in einer geraden Linie liegen, welche durch den Punkt  $E$  hindurchgeht, in welchem die Beschleunigung in die Richtung der Lenkerstange hineinfällt. Die betreffende Ordinate der beschleunigenden Kraft in dem Endpunkte  $B$  erhält man dabei durch Zerlegung der Centrifugalbeschleunigung daselbst

$$BK = \frac{mv^2}{r}$$

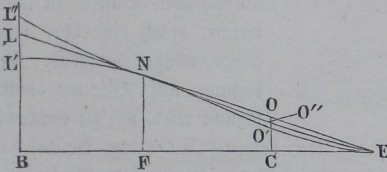
nach der Richtung der Lenkerstange  $BC$  und senkrecht dazu in  $BL$ . Das hier gefundene Gesetz, wonach die zur Stange normale Beschleunigungscomponente für jedes Massenelement  $m$  proportional mit dessen Abstände von einem Punkte  $E$  ist, gilt beiläufig auch ganz allgemein für eine nicht gleichförmige Drehung der Kurbelwelle. Wenn nun die Masse der Lenkerstange gleichmäßig über dieselbe vertheilt ist, die Stange selbst also einen prismatischen Körper von überall gleichem Querschnitte  $f$  bildet, so daß also in jedem Längenelemente  $dl$  der Stange die Masse



$$m = \frac{f \cdot \partial l \gamma}{g}$$

enthalten ist, unter  $\gamma$  das specifische Gewicht verstanden, so kann man durch die gerade Linie  $EL$  auch das Gesetz der Inanspruchnahme der Stange durch die den beschleunigenden Kräften entgegengesetzten Trägheitskräfte dargestellt denken; indem man etwa die Fläche  $BLOC$ , Fig. 603, als eine Belastung annimmt, welcher die in  $B$  und  $C$  auf Stützen ruhende Stange ausgesetzt

Fig. 603.



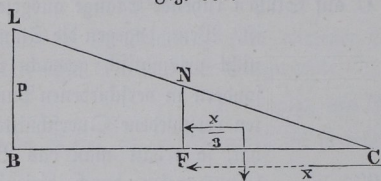
ist. Wenn dagegen die Stange nicht prismatisch gemacht ist, sondern in verschiedenen Punkten verschiedene Querschnitte  $f$  hat, so erhält man das Belastungsgesetz durch diejenige Curve ausgedrückt, deren Ordinaten durch die Producte der

Querschnittsfläche  $f$  in die Ordinaten der geraden Linie  $LE$  dargestellt werden. So würde z. B. die Belastungslinie für eine Lenkerstange, welche in einem mittleren Punkte  $F$  die größte Stärke hat und sich nach beiden Enden hin verjüngt, eine Linie wie  $L'NO'E$  sein, während die Curve  $LNO'E$  einer Stange entsprechen würde, welche an dem Warzenlager  $B$  die größte Stärke hat, welche sich allmählig nach dem Kreuzkopfe  $C$  hin verjüngt. Diese drei Belastungslinien haben über dem Punkte  $F$ , in welchem die Querschnitte gleich sind, den Punkt  $N$  gemein. Der Verlauf dieser Curven hängt selbstredend von dem Längenprofil der Stange oder von dem Gesetze ab, durch welches die Veränderlichkeit des Querschnittes ausgedrückt ist. Im Folgenden möge der einfachere Fall einer gleichmäßigen Massenvertheilung, also eine prismatische Lenkerstange vorausgesetzt werden, für welche die gerade Linie  $LE$  die Belastungsart ausdrückt. Es ist aus dem Vorstehenden ersichtlich, daß diese Gerade  $LE$  für verschiedene Stellungen der Lenkerstange verschieden ausfällt, und daß namentlich der Schnittpunkt  $E$  sehr veränderliche Abstände von  $C$  hat. Während in den Todtlagen der Kurbel Normalbeschleunigungen in der Lenkerstange gar nicht auftreten, die Belastungsgrenze  $LE$  daher in die Stange  $BC$  hineinfällt, wird der Punkt  $E$  in den Kreuzkopf  $C$  fallen, sobald die Beschleunigung desselben Null, d. h. sobald dessen Geschwindigkeit ein Maximum ist. Früher sind diese Lagen, welche wesentlich

von dem Verhältniß  $\frac{r}{l}$  abhängen, näher ermittelt worden, und wurde angegeben, daß das Maximum der Kolbengeschwindigkeit bei den gewöhnlichen Verhältnissen von  $\frac{r}{l}$  sehr nahe in der Kurbelstellung stattfindet, in welcher die Lenkerstange

mit der Kurbel einen rechten Winkel bildet. Da nun in dieser Stellung die Beschleunigung des Elementes  $m$  im Warzenlager  $B$  senkrecht auf der Lenkerstange steht, daher mit ihrem ganzen Betrage transversal zur Wirkung kommt, so wird diese Lage auch sehr nahe mit derjenigen übereinstimmen, in welcher die Stange am stärksten durch die transversalen Beschleunigungskräfte in Anspruch genommen wird. Wenn man daher diese Kurbelstellung der Rechnung zu Grunde legt, so hat

Fig. 604.



man es mit einem auf zwei Stützen  $B$  und  $C$ , Fig. 604, aufliegenden Balken zu thun, welcher durch eine über seine ganze Länge vertheilte Belastung auf Biegung in Anspruch genommen wird, wie sie durch die Dreiecksfläche  $BLC$  dargestellt ist. Hierin bedeutet  $BL = p$  die auf das Massenelement der Längeneinheit in  $B$  wirkende beschleunigende Kraft

$$p = \frac{f\gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Es ist zunächst die ganze auf die Stange wirkende Last entsprechend der Dreiecksfläche  $BLC$  gleich

$$P = p \frac{l}{2},$$

welche bekanntlich in  $B$  und  $C$  die Reactionen hervorruft:

$$B = \frac{2}{3} P = p \frac{l}{3} \quad \text{und} \quad C = \frac{1}{3} P = p \frac{l}{6}.$$

Für irgend welchen Punkt  $F$  im Abstände  $x$  von  $C$ , dessen Belastungsordinate  $y = \frac{p}{l} x$  ist, hat man daher das Moment der äußeren Kräfte  $M$  zu

$$M = Cx - y \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} = p \frac{lx}{6} - \frac{p}{6l} x^3 = \frac{p}{6} \left( lx - \frac{x^3}{l} \right).$$

Dieses Moment erreicht sein Maximum für

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 0 = l - 3 \frac{x^2}{l},$$

d. h. für

$$x = l \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = 0,577 l.$$

Mit diesem Werthe von  $x$  erhält man das maximale Bruchmoment

$$M_{max} = 0,0642 p l^2 = 0,064 \frac{f\gamma l^2 v^2}{g \cdot r}.$$

Setzt man hierin



$$v = \frac{2\pi r n}{60},$$

wenn  $n$  die Anzahl der Kurbelumdrehungen per Minute bedeutet, und ferner die Beschleunigung der Schwere  $g = 9810$  Millimeter, so findet man

$$M_{max} = 0,0717 \frac{f \gamma l^2 r n^2}{1000000} = k \frac{W}{e}.$$

Legt man einen kreisförmigen Querschnitt vom Durchmesser  $D$  zu Grunde, für welchen

$$\frac{W}{e} = \frac{\pi}{32} D^3 = 0,0982 D^3$$

und  $f = 0,785 D^2$  ist, so erhält man

$$D = 0,000000573 \frac{\gamma l^2 n^2 r}{k}.$$

Diese Formel kann dazu dienen, bei schnell gehenden Kurbeln die Dicke  $D$  zu bestimmen, welche wegen der Trägheitskräfte erforderlich ist, oder, falls die Rücksicht auf Zerknicken größere Dimensionen erheischt, diejenige Spannung  $k$  zu ermitteln, welche durch den Einfluß der beschleunigenden Kräfte in der Stange hervorgerufen wird.

Wenn die Stange nicht überall denselben Querschnitt hat, so wird die Ermittlung des größten durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen Spannungsmomentes am besten graphisch geschehen, indem man aus dem Gesetz der Querschnittsveränderung, wie schon angegeben, die Belastungscurve  $L' O'$  resp.  $L'' O''$ , Fig. 603, und danach in der früher angegebenen Weise (Thl. I, Anhang, §. 45) das Seilpolygon entwirft. Diese Untersuchung ist von Pröll in einem Aufsatze\*), welcher auch bei der vorstehenden Untersuchung benutzt worden ist, vorgenommen, und ist darin das Resultat abgeleitet, daß für eine doppelt conische Stange, deren Stärke in der Mitte gleich  $D$ , ferner in einem Abstände gleich  $0,1 l$  vom Kurbelzapfen  $0,8 D$ , sowie in  $0,1 l$  Abstand vom Kreuzkopfszapfen  $0,7 D$  beträgt, unter sonst gleichen Verhältnissen die Beziehung gilt:

$$D = 0,000000559 \frac{\gamma l^2 n^2 r}{k}.$$

Für eine Stange endlich von rechteckigem Querschnitte mit constanter Breite und den Höhen  $h$  am Kurbelzapfen und  $0,6 h$  am Kreuzkopfe ergab sich daselbst:

$$h = 0,000000567 \frac{\gamma l^2 n^2 r}{k},$$

so daß daraus geschlossen werden kann, daß bei der letztgedachten Stange mit

\*) R. Pröll, Civil-Ingenieur, Bd. XVIII, Heft 2 und 3.

rechteckigem Querschnitte das Material der Stange am besten, bei der geraden cylindrischen Stange am wenigsten ausgenutzt wird.

Die Literatur über die Theorie der Krummzapfen ist ziemlich ausgedehnt. Eine größere Abhandlung von J. Weisbach darüber findet sich in dem polytechnischen Centralblatte, Jahrg. 1843, Bd. 1. Die erste richtige Theorie rührt von Cytelwein her, auch Morin bespricht im dritten Theile seiner *Leçons de mécanique pratique* die Theorie des Kurbelgetriebes ausführlich. In Bezug auf die vielen aus dem Kurbelgetriebe hergeleiteten Mechanismen sei auf die elegante Darstellung in Reuleaux, *Theoretische Kinematik*, verwiesen. Auch Laboulaye in *Traité de Cinématique* behandelt den Kurbelmechanismus. Die Regeln für die constructive Ausführung der einzelnen Glieder des Kurbelgetriebes geben fast alle Lehrbücher der Maschinenconstructionslehre, so der Constructeur von Reuleaux, in welchem namentlich den graphischen Methoden besondere Aufmerksamkeit zugewendet ist. Der Arbeiten von Radinger über „Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit“ und von Pröll über die „Beschleunigungen in der Schubstange eines Kurbelmechanismus“ ist schon im Vorhergehenden gedacht worden.