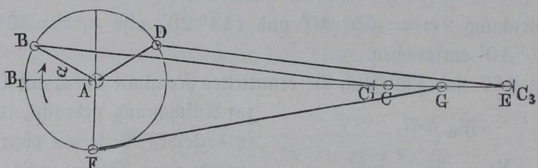
ersten Quadranten zu suchen, man hat daher den Ungleichförmigkeitsgrad hier:

$$\delta = (0{,}242 + 0{,}042) \frac{Q r}{(m_1 + m_2)\, v_1^2} = 0{,}284 \frac{Q r}{(m_1 + m_2)\, v_1^2}.$$

§. 148. **Die dreifache Kurbel.** Es kommt zuweilen, wenn auch selten, der Fall vor, daß eine Welle mit drei gleich langen unter 120° gegen einander versetzten Kurbeln versehen ist, sei es nun, daß diese Welle durch drei Dampfkolben bewegt werde, oder daß sie dreien Pumpkolben ihre hin- und hergehende Bewegung mittheilt. Zunächst ist klar, daß von der Lage der Kurbelwelle, in welcher die eine Kurbel AB in dem todten Punkte B_1 steht, Fig. 568, eine Drehung um 120° genügt, um eine eben solche Lage des

Fig. 568.



Systems wieder herbeizuführen, indem dann jede einzelne Kurbel an die Stelle der vorhergehenden getreten ist und auch die Verbindung mit ihrem Kreuzkopfe genau dieselbe ist, wie sie bei ihrer Vorgängerin war. Eine ganze Umdrehung der Welle wird daher aus drei übereinstimmenden Perioden bestehen, und es genügt, die Bewegung für eine Drehung von 120° zu untersuchen. Eine solche Bewegung zerfällt aber ihrerseits wieder in zwei gleiche Abschnitte von je 60° Drehung, welche dadurch von einander verschieden sind, daß in der ersten Hälfte zwei Kurbeln B und D im Hingange, und eine F im Rückgange befindlich sind, während die zweite Hälfte der Bewegung durch das Hingehen nur einer Kurbel B und das Hergehen der beiden anderen D und F charakterisirt ist. Unter Beibehaltung der früher gebrauchten Bezeichnungen lassen sich die hierfür gültigen Gleichungen wie in den vorhergehenden Fällen leicht aufstellen, wenn man nur berücksichtigt, daß der einem Drehungswinkel α entsprechende Weg des Kreuzkopfes durch

$$s = r\left(1 - \cos\alpha - \frac{r}{2l}\sin^2\alpha\right)$$

beim Hingange und durch

$$s = r\left(1 - \cos\alpha + \frac{r}{2l}\sin^2\alpha\right)$$

beim Rückgange ausgedrückt ist. Demgemäß ist die mechanische Arbeit der äußeren Kräfte P und Q während der Drehung α der Kurbelwelle für den ersten Sextanten der Bewegung ausgedrückt durch:

$$A = -Pr\alpha + Qr\left(1 - \cos\alpha - \frac{r}{2l}\sin^2\alpha\right)$$

$$+ Qr\left[1 - \cos(120^0 + \alpha) - \frac{r}{2l}\sin^2(120^0 + \alpha)\right.$$

$$\left. - \left(1 - \cos 120^0 - \frac{r}{2l}\sin^2 120^0\right)\right]$$

$$+ Qr\left[1 - \cos(60^0 + \alpha) + \frac{r}{2l}\sin^2(60^0 + \alpha)\right.$$

$$\left. - \left(1 - \cos 60^0 + \frac{r}{2l}\sin^2 60^0\right)\right],$$

woraus nach leichter Umformung

$$A = -Pr\alpha + Qr\left[1 - 2\cos(60^0 + \alpha) + \frac{r}{l}\sin\alpha\sin(60^0 - \alpha)\right]$$

folgt. In derselben Weise erhält man für die zweite Hälfte der Periode:

$$A = -Pr\alpha + Qr\left[1 - 2\cos(60^0 + \alpha) - \frac{r}{l}\sin\alpha\sin(60^0 - \alpha)\right].$$

Da für eine ganze Umdrehung der Axe während des Beharrungszustandes

$$P 2\pi r = 3 . Q . 4 r$$

ist, so hat man hieraus:

$$P = \frac{6}{\pi} Q$$

und somit die verrichtete Arbeit

$$A = Qr\left[1 - 2\cos(60^0 + \alpha) \pm \frac{r}{l}\sin\alpha\sin(60^0 - \alpha) - \frac{6}{\pi}\alpha\right].$$

Diese Arbeit setzt sich in lebendige Kräfte der Massen m_1 und $3 m_2$ über und zwar wie folgt. Die rotirende Masse m_1 geht aus der Geschwindigkeit v_1 im Todtpunkte der Kurbel B_1 in diejenige v über, nimmt also die mechanische Arbeit

$$m_1 \frac{v^2 - v_1^2}{2}$$

auf. Die Masse m_2 des Kreuzkopfes C geht von der Geschwindigkeit 0 in diejenige

$$c = v\left(\sin\alpha - \frac{r}{2l}\sin 2\alpha\right)$$

über. Vernachlässigt man auch hier wieder wie früher die Glieder mit

$$\frac{r}{l}\,\frac{m_2}{m_1},$$

so ist die entsprechende Massenarbeit durch

$$m_2\,\frac{v^2\,sin^2\,\alpha}{2}$$

gegeben. Ebenso ermitteln sich die von den Kreuzköpfen E und G aufgenommenen resp. abgegebenen Massenarbeiten, indem hier die Anfangsgeschwindigkeiten $v_1\ sin\,60^0$ in $v\ sin\,(60^0 - \alpha)$ und bezw. $v\,sin\,(60^0 + \alpha)$ übergehen. Man hat daher die gesammte von sämmtlichen Massen aufgenommene mechanische Arbeit zu

$$L = m_1\,\frac{v^2 - {v_1}^2}{2} + m_2\,\frac{v^2}{2}[sin^2\alpha + sin^2(60^0 - \alpha) + sin^2(60^0 + \alpha)]$$

$$- m_2\,\frac{{v_1}^2}{2}\,(sin^2\,120^0 + sin^2\,60)$$

$$= m_1\,\frac{v^2 - {v_1}^2}{2} + m_2\,\frac{v^2}{2}\left(sin^2\,\alpha + \frac{3}{2}\,cos^2\,\alpha + \frac{1}{2}\,sin^2\,\alpha\right) - \frac{3}{2}\,m_2\,\frac{{v_1}^2}{2}$$

$$= \left(m_1 + \frac{3}{2}\,m_2\right)\frac{v^2 - {v_1}^2}{2}.$$

Setzt man diesen Werth von L gleich der Arbeit A der äußeren Kräfte, so berechnet sich wie in den früheren Fällen die Geschwindigkeit zu

$$v = \sqrt{{v_1}^2 + \frac{2\,Qr\left[1 - 2\,cos\,(60^0 + \alpha) \pm \frac{r}{l}\,sin\,\alpha\,sin\,(60^0 - \alpha) - \frac{6}{\pi}\,\alpha\right]}{m_1 + {}^3/_2\,m_2}}$$

$$= v_1\left[1 - \frac{Qr}{(m_1 + {}^3/_2\,m_2)\,{v_1}^2}\left(\frac{6}{\pi}\,\alpha + 2\,cos\,(60^0 + \alpha) \mp \frac{r}{l}\,sin\,\alpha\,sin\,(60^0 - \alpha) - 1\right)\right],$$

worin wieder das obere Vorzeichen für den ersten, das untere Zeichen für den zweiten Sextanten gilt.

Durch Differentiation findet man hieraus für die eminenten Geschwindigkeitswerthe:

$$\frac{6}{\pi} - 2\,sin\,(60^0 + \alpha) \mp \frac{r}{l}\,[sin\,(60^0 - \alpha)\,cos\,\alpha - sin\,\alpha\,cos\,(60^0 - \alpha)] = 0$$

oder:

$$sin\,(60^0 + \alpha) = \frac{3}{\pi} \mp \frac{r}{2l}\,sin\,(60^0 - 2\,\alpha).$$

Für das Verhältniß $\frac{r}{l} = {}^1/_5$ erhält man hieraus für den ersten Sextanten:

$$\alpha_1 = 0^0\ 20'; \quad v_{min} = v_1 \left(1 - 0{,}000\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\ m_2)\ v_1^2}\right)$$

und

$$\alpha_2 = 39^0\ 18'; \quad v_{max} = v_1 \left(1 + 0{,}0580\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\ m_2)\ v_1^2}\right);$$

dagegen mit dem unteren Vorzeichen für den zweiten Sextanten:

$$\alpha_1 = 20^0\ 42'; \quad v_{min} = v_1 \left(1 - 0{,}0580\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\ m_2)\ v_1^2}\right)$$

und

$$\alpha_2 = 59^0\ 40'; \quad v_{max} = v_1 \left(1 + 0{,}000\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\ m_2)\ v_1^2}\right).$$

Man hat daher hierbei den Ungleichförmigkeitsgrad der Bewegung zu:

$$\delta = 2\,.\,0{,}0580\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\, m_2)\ v_1^2} = 0{,}116\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2 m_2) v_1^2}.$$

Für $\alpha = 60^0$ erhält man für beide Sextanten $v = v_1$.

Unter Voraussetzung unendlich langer Lenkerstangen würde man aus

$$\frac{6}{\pi} = 2 \sin (60^0 + \alpha)$$

für beide Sextanten

$$\alpha_1 = 12^0\ 44'; \quad v_{min} = v_1 \left(1 - 0{,}0181\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\, m_2)\ v_1^2}\right)$$

$$\alpha_2 = 47^0\ 16'; \quad v_{max} = v_1 \left(1 + 0{,}0181\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2\, m_2)\ v_1^2}\right),$$

daher einen Ungleichförmigkeitscoefficienten

$$\delta = 0{,}0362\ \frac{Q r}{(m_1 + {}^3/_2 m_2)\ v_1^2}$$

erhalten. Im letzteren Falle wird auch für

$$\alpha = 30^0 = \frac{\pi}{6}$$

die Geschwindigkeit $v = v_1$, während man bei dem Verhältnisse $\frac{r}{l} = {}^1/_5$ diejenigen Kurbelstellungen zwischen den Endpunkten der Sextanten, in welchen die Geschwindigkeit $v = v_1$ wird, aus

$$\frac{6}{\pi}\,\alpha + 2 \cos (60^0 + \alpha) \mp 0{,}2\ \sin\alpha\ \sin (60^0 - \alpha) - 1 = 0$$

erhält, welche Stellungen, wie aus der vorstehenden Berechnung von v_{min}

und v_{max} sich ergiebt, sehr nahe mit den Kurbelstellungen für v_{min} im ersten und für v_{max} im zweiten Sextanten zusammentreffen.

Da die hier berechnete Periode sich während einer ganzen Kurbeldrehung dreimal wiederholt, so giebt es im Ganzen sechs größte und sechs kleinste Geschwindigkeiten und in zwölf Stellungen, unter denen die Todtlagen der einzelnen Kurbeln enthalten sind, hat die Geschwindigkeit den Werth v_1. Eine Darstellung dieser Bewegung durch ein Geschwindigkeitsdiagramm, wie es für die einfache und doppelte Kurbel angegeben wurde, dürfte keine Schwierigkeiten darbieten.

Geht der Antrieb von der Kurbelwelle aus, so bleiben obige Resultate dieselben, nur vertauschen Maximal- und Minimalgeschwindigkeiten in jedem Sextanten ihre Stellen.

Aus dem Nenner $m_1 + {}^3/_2\, m_2$ obigen Ausdrucks für die Geschwindigkeit ist zu ersehen, daß die schwingenden Massen $3\, m_2$ nur halb so viel Einfluß auf die Bewegung der Kurbel ausüben, wie eine gleich große am Kurbelzapfen angebrachte und mit der Welle rotirende Masse. Gleiches gilt auch für die doppelte und näherungsweise für die einfache Kurbel.

§. 149. **Die Kurbel in Verbindung mit dem Balancier.** Wenn, wie dies bei größeren Maschinen häufig der Fall ist, die Kurbel mit der Kolbenstange nicht direct, sondern vermittelst eines doppelarmigen Hebels oder Balanciers in Verbindung steht, so bewegt sich der eine Endpunkt der Lenkerstange anstatt in einer Geraden in einem Kreisbogen $C_1\, C_2\, C_3$, Fig. 569, und man hat es in diesem Falle mit dem allgemeinen Kurbelviereck (§. 135) zu thun. Für diesen Fall lassen sich die Bewegungsgesetze wie folgt ermitteln. Sei wieder r der Kurbelhalbmesser AB und l die Länge BC der Schubstange, bezeichne ferner a den Hebelarm des Balanciers und β den beliebigen Schwingungswinkel CMC_2 desselben von der mittleren Lage MC_2 aus gerechnet, und möge β_1 den größten Schwingungswinkel für die äußerste Lage MC_1 bedeuten. Zunächst soll eine solche Anordnung vorausgesetzt werden, bei welcher die Kurbelaxe A in die Sehne $C_1\, C_3$ des Schwingungsbogens hineinfällt, und möge endlich mit γ der

Fig. 569.