daher ist der Wirkungsgrad dieser Räder:

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{120}{137,8} = 0,871 \text{ oder circa 87 Procent.}$$

Der Normaldruck N bestimmt sich sonach zu

$$N = \frac{a}{r_1} \frac{P}{\sin \alpha_1} = \frac{1,2 \;.\; 137,8}{0,2 \;.\; 0,596} = 1387 \text{ Kilogramm.}$$

Hieraus berechnet sich nach §. 78 die Zahnstärke resp. die normale Theilung t für gußeiserne Zähne zu

$$t = 1,73 \sqrt{N} = 1,73 \sqrt{1387} = 64,4 = rot.\ 65 \text{ Millimeter,}$$

folglich sind die Umfangstheilungen

$$t_1 = \frac{t}{\sin \alpha_1} = \frac{65}{0,596} = 109,1 \text{ Millimeter,}$$

$$t_2 = \frac{t}{\sin \alpha_2} = \frac{65}{0,993} = 65,5 \text{ Millimeter.}$$

Endlich bestimmen sich hieraus die Zähnezahlen zu

$$z_1 = \frac{2 \pi r_1}{t_1} = \frac{6,28 \,.\, 200}{109,1} = 11,5,$$

$$z_2 = \frac{2 \pi r_2}{t_2} = \frac{6,28 \;.\; 600}{65,5} = 57,6,$$

wofür passend 12 und 60 Zähne zu nehmen sind, so daß die Umfangstheilungen zu

$$t_1 = \frac{6,28 \;.\; 200}{12} = 104,67 \text{ Millimeter und } t_2 = \frac{6,28 \;.\; 600}{60} = 62,8 \text{ Millimeter}$$

sich corrigiren.

§. 134. **Dimensionen der Schrauben.** Die einzelnen Dimensionen der Schraubengewinde pflegt man in der Regel im Verhältniß zu der Schraubenstärke oder dem Durchmesser d der Schraubenspindel zu wählen, wenigstens gilt dies allgemein von den scharfgängigen Befestigungsschrauben, für welche fast ausschließlich von den Fabrikanten aus Gründen der Bequemlichkeit beim praktischen Gebrauche das von Whitworth aufgestellte einheitliche Gewindesystem angenommen ist. Eine größere Freiheit ist dagegen in der Wahl der Verhältnisse bei den flachgängigen Schrauben gelassen, wie sie meist als Bewegungsorgane für Windewerke, Pressen ꝛc. gebraucht werden, und bei welchen die einzelnen Abmessungen, insbesondere die Steigung und der Neigungswinkel der Gewinde in der Regel aus dem zu erlangenden Umsetzungsverhältnisse der Geschwindigkeit sich ergeben.

Der Durchmesser der Schraubenspindel ergiebt sich aus den auf die Schraube einwirkenden Kräften nach den im Thl. I behandelten Gesetzen der Festigkeit. Die Schraubenspindeln sind fast allgemein und zwar die Befestigungsschrauben immer durch den axial wirkenden Druck auf Abreißen in Anspruch genommen, nur bei Winden und Pressen, sowie manchen Stellschrauben wirkt dieser Druck öfter auf Zerdrücken resp. Zerknicken der Schraubenspindel. In keinem Falle sollte man die Anordnung so treffen, daß die Schraubenspindel auf Biegung angestrengt wird. Jedenfalls wird aber die Schraubenspindel während ihrer Drehung oder der Drehung ihrer Mutter auch noch auf ihre Torsionsfestigkeit beansprucht und ist als verdrehende Kraft diejenige anzusehen, welche am Umfange der Schraubenspindel erforderlich ist, um die Drehung zu bewirken. Der Reibungswiderstand, welchen die Mutter auf ihrer Unterlage erleidet, ist für dieses verdrehende Moment ohne Einfluß.

Dem Obigen zufolge hätte man die Schraubenspindel wie einen auf Zug resp. Druck und auf Torsion beanspruchten Körper zu berechnen und nach Thl. I, §. 283 die Formel

$$Q = Fk\left[1 - \left(\frac{Me}{kW}\right)^2\right]$$

anzuwenden, worin Q den in der Axenrichtung wirkenden Druck, k die höchstens zulässige Materialspannung, M das verdrehende Moment, F den Querschnitt an der Bruchstelle, W dessen Torsionsmoment und e den Abstand der äußersten Faser dieses Querschnitts von der Axe bezeichnet. Gewöhnlich pflegt man indessen die Schrauben einfacher durch $Q = Fk$ zu berechnen, indem man der Torsionsanstrengung dadurch Rechnung trägt, daß man für die zulässige Spannung k nur einen geringen Werth annimmt.

Als den Querschnitt, in welchem das etwaige Abreißen eines Schraubenbolzens erfolgt, hat man den Flächeninhalt des Kerns oder desjenigen Cylinders anzusehen, auf welchem die Schraubengänge haften, und man hat daher, unter d_0 diesen inneren Durchmesser der Gewindegänge verstanden, für denselben:

$$Q = \frac{\pi d_0^2}{4} k.$$

Bei den gewöhnlichen scharfgängigen Befestigungsschrauben hat man im Durchschnitt

$$\frac{d}{d_0} = 0{,}75,$$

so daß man den äußeren, d. h. den Durchmesser der Schraubenspindel d auch erhält durch:

$$Q = \frac{0{,}75^2 d^2 \pi}{4} k = 0{,}441\, d^2 k.$$

Nimmt man nun bei schmiedeeisernen Schrauben für k den geringen Werth von 2 Kilogramm pro Quadratmillimeter an, so erhält man:

$$Q = 0,88\ d^2 \quad \text{oder} \quad d = 1,07\ \sqrt{Q}\text{*)}.$$

Die Steigung s der Befestigungsschrauben soll man nach Redtenbacher bestimmen durch die Beziehung:

$$z = \sqrt{48 + 16,8\ d},$$

worin $z = \frac{d}{s}$ die Anzahl der Gewindegänge auf einer Länge gleich dem Spindeldurchmesser d bedeutet, und kann man dabei den Kerndurchmesser

$$d_0 = \frac{z - 2}{z}\ d$$

setzen. Letztere Angabe stimmt mit den der Whitworth'schen Scala zu Grunde liegenden Werthen von d, d_0 und z genau überein. Reuleaux giebt für die Steigung s der Whitworth'schen Schrauben die empirische Formel

$$s = 1 + 0,08\ d,$$

welche genügend angenäherte Werthe ergiebt. Der Kantenwinkel 2β dieses Schraubensystems beträgt 55^0, und demzufolge würde bei scharf ausgeschnittenen Gängen, Fig. 522, die radiale Gangtiefe sich ergeben zu

$$t_0 = \frac{s}{2}\ cotg\ \frac{55^0}{2} = 0,96\ s;$$

wegen der Abrundungen aber, Fig. 523, hat man nur etwa:

$$t = \tfrac{2}{3}\ t_0 = 0,64\ s.$$

Der mittlere Neigungswinkel der Gewinde nach Whitworth's System variirt etwa zwischen 2^0 und $4^0\ 30'$.

Die Schraubenmuttern werden in der Regel von der Form eines regulären sechsseitigen Prismas, Fig. 524, gemacht, und soll man nach Redtenbacher die Weite des Schlüssels, d. h. den Durchmesser D des dem Sechseck eingeschriebenen Kreises

$$D = 5 + 1,4\ d$$

und die Höhe der Mutter

$$h = \tfrac{2}{3}\ D = 3,33 + 0,93\ d$$

machen.

Meist pflegt man $h = d$ und den Durchmesser des um das Sechseck beschriebenen Kreises gleich $2\,d$ zu nehmen. Die Festigkeit der auf Abscheeren beanspruchten Muttergewinde ist bei der Höhe $h = d$ eine reichlich große,

---

*) Redtenbacher giebt für den Schraubendurchmesser die Formel:

$$d = \frac{1}{9}\ \sqrt{P}\ cm = 1,11\ \sqrt{P}\ mm.$$

indem die Abscheerungsfläche durch $\pi d h = \pi d^2$ ausgedrückt ist, daher die Anstrengung auf Schub nur

$$\frac{Q}{\pi d^2} = \frac{Q}{\pi\, 1{,}07^2\, Q} = 0{,}28 \text{ Kilogramm}$$

beträgt. Dem Schraubenkopfe giebt man in der Regel dieselbe Grundrißform wie der Mutter, aber meist nur die geringere Höhe $h_1 = 0{,}7\, d$.

Fig. 522.

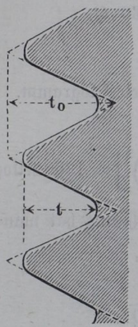


Fig. 523.

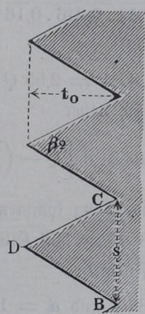
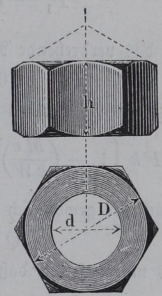


Fig. 524.



Für Schrauben mit rechteckigem Gewinde kann man die Zahl z der Gänge für eine Länge gleich dem Durchmesser nach Redtenbacher passend zu:

$$z = \tfrac{1}{2} \sqrt{48 + 16{,}8\, d}$$

und den Durchmesser des Kerns zu

$$d_0 = \frac{z - 1}{z}\, d$$

annehmen. Die Höhe der Mutter h ist hierbei mit Rücksicht auf den Verschleiß verhältnißmäßig größer zu machen, so zwar, daß der specifische Flächendruck in den Gewinden den Werth von 0,5 Kilogramm nicht übersteigt; in der Regel pflegt man bei diesen Schrauben die Mutterhöhe $h = 1{,}5\, d$ anzunehmen.

Bei allen Schrauben, besonders den einer häufigen Bewegung unterworfenen von Pressen ꝛc., ist darauf zu achten, daß die Muttern möglichst gut ringsum aufsitzen, um die biegenden Wirkungen, welche durch einseitiges Aufliegen hervorgerufen werden, zu vermeiden.

Beispiel. Welchen Druck Q in der Axenrichtung kann die im Beispiel zu §. 127 berechnete einzöllige Befestigungsschraube ausüben, wenn die höchstens zulässige Spannung k den Werth 6 Kilogramm pro Quadratmillimeter nicht überschreiten soll?

Man hat hier $d = 25{,}4$ Millimeter; $d_0 = 19$ Millimeter; daher

$$F = \frac{\pi d_0^2}{4} = 283{,}5;\quad e = 9{,}5 \text{ und } \frac{W}{e} = \frac{\pi d^3}{16} = 1346.$$

Ferner ist die am mittleren Gewindeumfange wirkende Kraft

$$P_1 = Q \frac{n + 1{,}14\,\mu}{1 - 1{,}14\,n\,\mu},$$

oder, wenn wieder $\mu = 0{,}16$ und n hier $= 0{,}046$ gesetzt wird:

$$P_1 = Q\,\frac{0{,}046 + 1{,}14\,.\,0{,}16}{1 - 1{,}14\,.\,0{,}046\,.\,0{,}16} = 0{,}230\;Q,$$

folglich das verdrehende Moment

$$M = P_1 r = 0{,}230\;Q\,.\,11{,}1 = 2{,}55\;Q \text{ Millimeterkilogramm.}$$

Mit diesen Werthen ergiebt sich daher

$$Q = F k \left[1 - \left(\frac{M e}{k W}\right)^2\right] = 283{,}5\,.\,6\left[1 - \left(\frac{2{,}55\;Q}{6\,.\,1346}\right)^2\right] = 1360 \text{ Kilogramm.}$$

Nach der gewöhnlich zur Anwendung kommenden Rechnung hat man nur

$$Q = 0{,}88\;d^2 = 568 \text{ Kilogramm,}$$

woraus man erkennt, daß obige Formeln

$$Q = 0{,}88\,d^2 \text{ und } d = 1{,}07\,\sqrt{Q}$$

eine große Sicherheit gewähren.

Anmerkung. Ueber die Theorie der Schrauben handeln fast sämmtliche Lehrbücher der Mechanik und angewandten Maschinenlehre, so z. B. Poncelet in seinem Cours de mécanique appliquée aux machines, nächstdem Navier in seinem Resumé des Leçons sur l'application de la mécanique etc. und Coriolis in seinem Calcul de l'effet des machines. Siehe auch Ritter, Lehrbuch der technischen Mechanik und Wiebe's Lehre von den einfachen Maschinentheilen. Von den Schraubenrädern handelt Olivier in seiner geometrischen Theorie der Zahnräderwerke. Es ist auch hierüber nachzulesen Willis' Principles of mechanism. Eine ausführliche Abhandlung über die Herstellung der Schrauben giebt Karmarsch im dreizehnten Bande von Prechtl's technologischer Encyklopädie. Ueber die Verhältnisse der Schrauben s. u. A. Redtenbacher, Resultate für den Maschinenbau; Reuleaux, Der Constructeur.