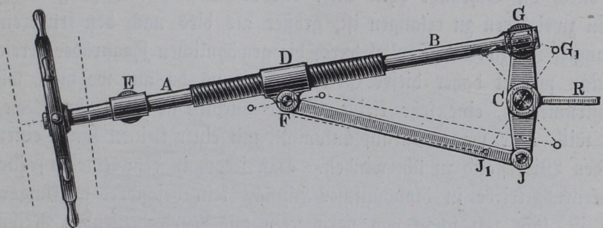
Größe s_1 durch den Lagerbock E in der Richtung AB hindurchgezogen wird, während durch die Bewegung des anderen Hebelendes J nach J_1 die Mutter D um eine ebenfalls bestimmte Größe s_2 in der entgegengesetzten Richtung BA sich verschieben muß. Das gegenseitige Verhältniß dieser beiden Verschiebungen s_1 und s_2 ist in jeder Stellung des Ruders oder Hebels GJ abhängig von den Längen und Richtungen der betreffenden Organe, und sei hinsichtlich der Ermittelung dieses Verhältnisses

Fig. 519.



auf das nachfolgende Capitel verwiesen. Jedenfalls ist aber die Summe dieser beiden Verschiebungen $s_1 + s_2$ immer genau gleich der Größe s, welche diejenige relative Verschiebung zwischen Mutter und Schraube darstellt, die zu der stattgehabten Drehung der letzteren gehört. Ist daher $n = tang\, \alpha$ wieder das Steigungsverhältniß der Schraube vom mittleren Halbmesser r, und bedeutet ω deren Drehungswinkel, so hat man immer $r \omega n = s_1 + s_2$. Dieser Mechanismus zeigt also eine Anordnung der Schraube, bei welcher der Spindel allein die Drehung mitgetheilt wird, während sowohl die Spindel wie auch die Mutter jede einer Verschiebung ausgesetzt ist und zwar in einem Verhältniß, welches sich fortwährend verändert. Es liegt hierin ein neuer Beleg für die vielseitige Anwendung, deren das Schraubengetriebe vermöge der Differentialwirkung fähig ist, welche man erhält, wenn man, wie auch in §. 130, die Spindel und die Mutter gleichzeitig in verschiedenen Beträgen an der Drehung oder Verschiebung Theil nehmen läßt.

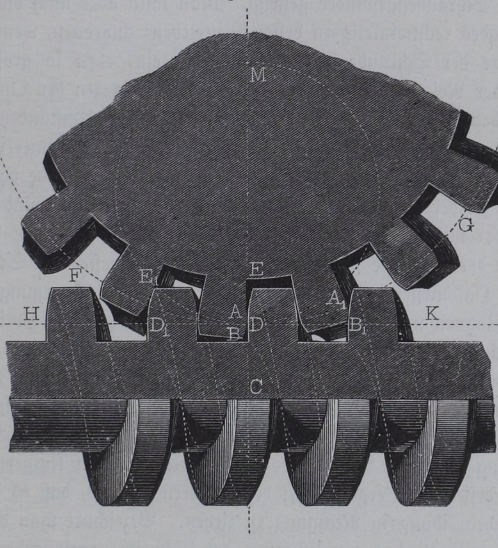
Schraube ohne Ende. Es wurde bereits in §. 124 darauf hingewiesen, daß eine Schraubenspindel auch mit einem Rade im Eingriffe stehen kann, in welchem Falle die Schraube den Namen Schraube ohne Ende oder Schnecke und das Rad denjenigen Schnecken- oder Wurmrad führt. Von der Entstehung eines Schneckenrades gewinnt man eine Anschauung, wenn man aus der Schraubenmutter durch zwei durch die Axe gehende Schnittebenen einen Streifen herausgeschnitten denkt, welcher zu einem Rade gekrümmt wird. Wenn dabei, wie meist gebräuchlich, die Schraube eine §. 132.

eingängige ist, so wird das Rad bei jeder vollen Schraubendrehung genau um einen Zahn herumgedreht, indem jeder Zahn einem Gewindegange entspricht. Das Umsetzungsverhältniß zwischen den beiden Axen der Schraube und des Rades ist daher durch die Anzahl z der Zähne gegeben. Wäre die Schraube mit einem zwei-, drei- oder allgemein νgängigen Gewinde versehen, so würde das Umdrehungsverhältniß bezw. durch $\frac{z}{2}, \frac{z}{3} \cdots \frac{z}{\nu}$ ausgedrückt sein. Man erkennt hieraus, daß, da die Zähnezahl z beliebig groß angenommen werden kann, durch die Schraube ohne Ende ein bedeutendes Umsetzungsverhältniß zwischen zwei Axen zu erlangen ist, größer als dies nach den früheren Ermittelungen im zweiten Capitel durch die gewöhnlichen Zahnräder erreichbar ist. Man wendet daher dieses Getriebe meistens da an, wo man, wie bei Meßinstrumenten, eine sehr kleine Größe durch eine merkliche Bewegung messen will, oder wo es darauf ankommt, mit einer kleinen Kraft einen bedeutenden Widerstand zu überwinden. Daß jedoch in dem letzteren Falle das Schneckenradgetriebe in ökonomischer Hinsicht kein besonders wirkungsvolles Mittel ist, läßt sich schon von vornherein aus dem bedeutenden Reibungswiderstande der gewöhnlichen Schrauben vermuthen.

Fast immer geht bei dem Schneckengetriebe der Antrieb von der Schraubenspindel aus, und nur in vereinzelten Fällen wird die Schraube von dem Schneckenrade aus in Bewegung gesetzt, wie es z. B. bei den Windfängen in Uhrwerken zuweilen geschieht. In solchem Falle muß der Steigungswinkel der Schraube ein beträchtlicher sein, wenn überhaupt die Bewegung möglich sein soll, weshalb hierbei die Schraube meist mehrgängiges Gewinde erhält.

Bei der Schraube ohne Ende ist die Querschnittsform der Gewinde nicht mehr, wie bei den bisher betrachteten Schrauben, eine beliebig anzunehmende, sondern mit Rücksicht auf die Grundsätze festzustellen, nach denen die Zähne einer Zahnstange und ihres Getriebes bestimmt werden. Denkt man sich nämlich durch die Axe C der Schraube, Fig. 520, eine Ebene senkrecht zur Axe des Rades M gelegt, so liefert der Durchschnitt derselben die Profile für die Gewinde der Schraube und für die Zähne des Schneckenrades. Eine einfache Ueberlegung zeigt, daß diese Profile gerade so zu verzeichnen sind wie diejenigen einer Zahnstange HK und eines Getriebes vom Halbmesser MA, für welche beide die Theilung $\widehat{AA_1} = DD_1$ gleich der Steigung s der Schraube ist. Stellt daher der Kreis FAG den dem Schneckenrade entsprechenden Theilkreis und HK die den Theilriß der Zahnstange vorstellende Tangente dar, so erhält man nach dem Früheren (s. §. 71, Fig. 244) durch Abwälzung des Kreises vom Durchmesser AM und der Geraden AK die radialen Begrenzungen AE und DC für die Zahnflanken resp. inneren Gewindetheile, während die Zahnköpfe AB durch die Evolvente des Theilkreises FAG und die äußeren Gewindeprofile $DE = D_1 E_1$ durch die Cycloide des Wälzungskreises vom Durchmesser MA begrenzt sind. Die Eingrifflinie ist natürlich durch $B_1 A E_1$ gegeben, wie früher ausführlicher nachgewiesen. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, daß man anstatt der Geradflankenprofile ebenso gut andere Zahnformen, z. B. die in Fig. 253, §. 74 angegebenen Evolventenprofile wählen kann. Es darf bemerkt werden, daß die auf solche Weise nach den allgemeinen Regeln der Verzahnung gefundenen

Fig. 520.



Profile der Schneckenradzähne nur für die mittlere Ebene dieses Rades genau richtig sind, zu beiden Seiten von dieser Mittelebene werden die Zahnprofile Abweichungen zeigen müssen, da die Ebenen dieser Profile nicht durch die Axe der Schraube hindurchgehen. Den geometrischen Charakter dieser Begrenzungsflächen der Zähne theoretisch zu bestimmen, dürfte sehr weitläufig sein, und es mag die Bemerkung genügen, daß man diese Flächen in der Praxis bei sorgfältiger Ausführung meistens dadurch herstellt, daß man sie mittelst einer schraubenförmigen Fräse (s. §. 89) bearbeitet, deren Grundform mit derjenigen der Schnecke genau übereinstimmt. Es ist dabei nur erforderlich, die Fräse continuirlich in Umdrehung zu setzen, wobei dieselbe ganz von selbst dem zu schneidenden Rade die zur richtigen Bearbeitung nöthige Drehung um seine Axe ertheilt.

Es ist an sich klar, daß das Schneckenrad auch durch einen Radsector ersetzt werden kann, wenn es darauf ankommt, der Axe desselben nur die Drehung um einen gewissen Winkel zu ertheilen, und kommen derartige Getriebe zuweilen bei Stellvorrichtungen vor, z. B. bei den mehrfarbigen Walzendruckmaschinen für Kattundruck, wo es sich darum handelt, die Muster der einzelnen Dessinwalzen in genauen Rapport zu einander zu bringen.

In dem Vorhergehenden ist immer angenommen worden, daß die mittlere Ebene des Schneckenrades die Schraubenaxe in sich aufnimmt, und dann sind die Zähne in ihrer Mitte gegen diese mittlere Ebene unter dem Neigungswinkel des Schraubengewindes geneigt. Man kann aber auch die Zähne des Schneckenrades rechtwinkelig zu dessen Mittelebene anordnen, wenn man nämlich der Axe der Schraube gegen diese Ebene eine eben so große Neigung giebt, als der Neigungswinkel der Schraubengänge gegen den Querschnitt der Schraube beträgt. Auf diese Anordnung, welche unter Umständen bei Raumbeschränkung sich empfehlen dürfte, hat zuerst Olivier*) aufmerksam gemacht.

Um die Verhältnisse von Kraft und Last an der Schraube ohne Ende zu bestimmen, sei der am Umfange des Schneckenrades zu überwindende Widerstand wieder mit Q bezeichnet, und sei s die Steigung und r der mittlere Halbmesser der Gewinde sowie a der Theilkreishalbmesser des Schneckenrades und ϱ der Halbmesser der Zapfen desselben. Bei der Bewegung treten zwischen den Zähnen und Schraubengewinden streng genommen zwei Reibungen ein, nämlich die eigentliche Schraubenreibung längs der Gewinde, welche wie bei der gewöhnlichen Schraube mit Mutter zu beurtheilen ist, und ein der Zahnreibung an einer Zahnstange entsprechender Widerstand, welcher dadurch entsteht, daß die Zähne des Rades auf den Gewinden eine Verschiebung in der Richtung nach dem Radius des Rades erleiden. Der letztgedachte Widerstand ist indessen im Vergleich mit dem ersteren so klein, daß es genügt, nur die Schraubenreibung in Rechnung zu ziehen. Bezeichnet man daher wieder wie früher mit P_1 den am Umfange der Schraube anzuwendenden Druck, welcher bei einer vollen Schraubendrehung die mechanische Arbeit $P_1 \,.\, 2\pi r$ verrichtet, so veranlaßt derselbe (s. §. 126) auf diesem Wege eine Reibungsarbeit

$$\mu P_1 \sin\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha} = \mu P_1 s.$$

Der Druck Q am Umfange des Schneckenrades erzeugt an den Zapfen des letzteren eine Reibung φQ, welche auf den Radumfang reducirt durch $\varphi Q \frac{\varrho}{a}$ ausgedrückt ist. Man hat daher am Umfange der Schraube in deren Axenrichtung einen Widerstand

*) S. Olivier, Théorie géometrique des engrenages.

$$Q + \varphi Q \frac{\varrho}{a} = Q \left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right)$$

einzuführen und erhält daher wie früher

$$P_1 = Q \left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Bezeichnet z die Zähnezahl des Rades, so kann man aus $2\pi a = zs$ auch

$$a = \frac{zs}{2\pi} = nzr$$

setzen und erhält dann

$$P_1 = Q \left(1 + \varphi \frac{\varrho}{nzr}\right) \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Soll nun dieser Druck P_1 am Umfange der Schraube durch eine am Hebelsarme R einseitig wirkende Kraft P erzeugt werden, so findet man die letztere, wenn wieder $\mathfrak{r}$ den Halbmesser des Halszapfens und $\mathfrak{r}_1$ den Reibungshalbmesser des Spurzapfens der Schraube bezeichnet, durch

$$PR = P_1 r + \varphi P \mathfrak{r} + \varphi Q \left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \mathfrak{r}_1 \text{*)}$$

zu

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}} \left[P_1 + \varphi Q \left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right]$$
$$= \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}} Q \left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right),$$

ähnlich wie in §. 126.

Es kann bemerkt werden, daß wegen der schrägen Zähne des Schneckenrades die Axe des letzteren auch einen bestimmten Druck ihrer Länge nach erleidet, durch welchen eine gewisse Stirnreibung veranlaßt wird, deren Betrag indessen wegen der sehr geringen Bewegung vernachlässigt werden mag. Ohne Reibungswiderstände hätte man die erforderliche Umtriebskraft P_0 zu

$$P_0 = \frac{r}{R} Qn,$$

daher der Wirkungsgrad des Schneckengetriebes sich bestimmt zu

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{R - \varphi \mathfrak{r}}{R} \frac{n}{\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right)\left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right)}.$$

Giebt man in diesen Ausdrücken für P und η den Reibungscoefficienten μ und φ entgegengesetzte Vorzeichen, so erhält man die Formeln für den

*) Hierbei ist diejenige Halsreibung außer Acht gelassen, welche in den Lagern der Schnecke durch den einseitig oder excentrisch wirkenden Druck des Schneckenrades hervorgerufen wird.

Rückgang, d. h. für den Fall, daß der Antrieb von dem Schneckenrade ausgeht. Aus dem Werthe

$$(P) = \frac{r}{R + \varphi \mathfrak{r}}\, Q \left(1 - \varphi\, \frac{\varrho}{a}\right) \left(\frac{n - \mu}{1 + n\mu} - \varphi\, \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right)$$

erhält man die Bedingung, unter welcher ein solcher Rückgang überhaupt möglich ist, durch

$$\frac{n - \mu}{1 + n\mu} - \varphi\, \frac{\mathfrak{r}_1}{r} = 0 \text{ zu: } n = \frac{\mu r + \varphi \mathfrak{r}_1}{r - \mu \varphi \mathfrak{r}_1}$$

wie bei der gewöhnlichen Schraube.

Beispiel. Wenn bei der im §. 126 berechneten Schraubenwinde die drehbare Mutter zu einem Schneckenrade von 0,15 Meter Halbmesser ausgebildet ist, an welchem der an jener Stelle ermittelte Druck von 447 Kilogramm ausgeübt werden soll, wie groß ist die Kraft an der Kurbel von 0,20 Meter Länge auf der zugehörigen Schraube ohne Ende, wenn deren mittlerer Halbmesser $r = 40$ Millimeter, die Steigung $s = 15$ Millimeter angenommen wird, und die Axe dieser Schnecke einen Halszapfen von 40 Millimeter und einen Spurzapfen von 24 Millimeter Stärke hat? Man hat hier

$Q = 447$ Kilogramm, $\mathfrak{r} = 20$ Millimeter, $\mathfrak{r}_1 = \frac{1}{3} . 24 = 8$ Millimeter und

$$n = \frac{15}{2\pi . 40} = 0{,}0597 = tang\, 3^0\, 25'.$$

Da die Reibung des Schneckenrades in seinem Halslager bereits bei Bestimmung des Widerstandes Q berücksichtigt wurde und in dem Werthe 447 Kilogramm enthalten ist, so findet man die gesuchte Kraft P an der Kurbel durch

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}}\, Q \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi\, \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right)$$

$$= \frac{40}{200 - 0{,}08 . 20}\, Q \left(\frac{0{,}0597 + 0{,}1}{1 - 0{,}1 . 0{,}0597} + 0{,}08\, \frac{8}{40}\right)$$

$$= 0{,}2016\, Q\, (0{,}1607 + 0{,}016) = 0{,}0356\, Q = 15{,}9 \text{ Kilogramm.}$$

Die Anzahl der Zähne des Schneckenrades bestimmt sich zu

$$z = \frac{2\pi . 150}{15} = 62{,}8 = rot.\ 63.$$

Ohne Reibungswiderstände würde man haben:

$$P_0 = \frac{r}{R}\, Q n = \frac{40}{200}\, 0{,}0597\, Q = 0{,}0119\, Q = 5{,}32 \text{ Kilogramm,}$$

daher ist der Wirkungsgrad des Schneckenradgetriebes

$$\eta = \frac{0{,}0119}{0{,}0356} = 0{,}334 \text{ oder etwa } \frac{1}{3}.$$

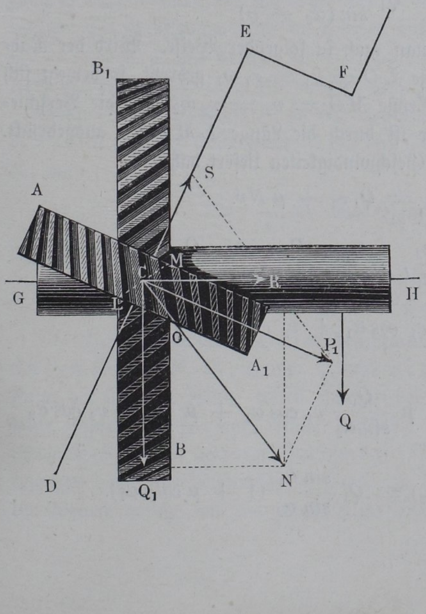
Da der Wirkungsgrad für die Windenschraube im §. 126 zu 0,191 ermittelt wurde, so hat man für die hier betrachtete Windevorrichtung im Ganzen den Wirkungsgrad von

$$\eta = 0{,}191 . 0{,}334 = 0{,}064,$$

also den winzigen Betrag von etwa $6\frac{1}{2}$ Procent. Man erkennt aus diesem Beispiele deutlich, wie wenig ökonomisch die gewöhnlichen Schraubenwinden sind.

Schraubenräder. Mit der Schraube ohne Ende stehen die Schraubenräder in engem Zusammenhange. Ein Schraubenräderwerk besteht nämlich im Wesentlichen aus zwei in einander greifenden Schraubenspindeln. Daß man auch das Schneckenrad der Schraube ohne Ende als eine Schraubenspindel ansehen kann, ergiebt sich leicht aus der folgenden Betrachtung. Denkt man die Schraube ohne Ende als eine mehrgängige ausgeführt, so nimmt dieselbe die Form eines Rades mit so viel Zähnen an, als die Schraube neben einander laufende Gewinde besitzt. Wäre z. B. die Schraube aus eben so vielen Gewinden zusammengesetzt, wie das Schneckenrad Zähne besitzt, und wären die Halbmesser r der Schraube und R des Rades gleich, so würde ein Formunterschied zwischen Schraube und Schneckenrad gar nicht existiren, und man könnte beide mit einander verwechseln. Man erhält in diesem Falle zwei gleiche auf rechtwinkelig zu einander stehenden Axen befindliche Räder, welche ihrer Natur nach als Schraubenspindeln betrachtet werden können. In solcher Weise kann man zu irgend zwei windschief im Raume stehenden Axen zwei Schraubenspindeln von verschiedenen Durchmessern denken, und erhält so als allgemeinen Fall das Schraubenräderpaar, Fig. 521, von welchem die bisher betrachtete Schraube ohne Ende nur ein specieller Fall ist, welcher durch rechtwinkelige Axenlage und dadurch charakterisirt ist, daß die Zähnezahl des einen Rades, d. h. der Schnecke, in der Regel durch 1 gegeben ist. §. 133.

Fig. 521.



Um die Verhältnisse von Kraft und Last sowie die Widerstände zwei solcher Schraubenräder zu beurtheilen, seien mit r_1 und r_2 die mittleren Halbmesser der Schraubenspindeln AA_1 und BB_1 (Fig. 521) und mit α_1 und α_2 die Neigungswinkel der mittleren Schraubenlinien gegen die Radebenen bezeichnet, so daß, wenn die Berührung der Zähne in LM stattfindet, $LMA = \alpha_1$ und $LMB = \alpha_2$, also der Axenwinkel