

$$n_2 = \frac{14}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 0,0446 = \tan 2^\circ 33'.$$

Es ergibt sich daher die wirklich erforderliche Umdrehungskraft zu:

$$P = \frac{5000}{500} \left( 30 \frac{0,1592 + 0,1}{1 - 0,0159} - 50 \frac{0,0446 - 0,1}{1 + 0,00446} \right) = 10 (7,902 + 2,757)$$

$$= 106,6 \text{ Kilogramm}$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{25,5}{106,6} = 0,239 \text{ oder nahe } 24 \text{ Procent.}$$

Diese Anordnung steht daher hinsichtlich ihrer Wirkungsfähigkeit zwischen den beiden in §. 126 berechneten Ausführungsarten mit drehbarer Spindel und drehbarer Mutter.

**Schraube mit Differentialbewegung.** Aus dem Vorstehenden er- §. 130.  
giebt sich zur Genüge, daß die Schrauben im Allgemeinen einen nur geringen Wirkungsgrad haben, und daß dieselben daher zur Verwendung als stetig wirkende Arbeitsmaschinen wegen der geringen Dekonomie an mechanischer Arbeit wenig empfehlenswerth sind. Wenn sie trotzdem doch so häufige Verwendung auch zu Arbeitsmaschinen wie Winden, Pressen u. c. finden, so liegt der Grund hauptsächlich in der Bequemlichkeit, mit welcher sie eine bedeutende Verlangsamung der Geschwindigkeit, daher Steigerung der auszuübenden Kraft ermöglichen, indem das Steigungsverhältniß  $n$  direct das Verhältniß ergibt, in welchem die Geschwindigkeit der am Umfange der Schraubenspindel wirkenden Kraft zur Geschwindigkeit der zu hebenden Last steht.

Der geringe Werth des Wirkungsgrades hat, wie die Untersuchung zeigt, hauptsächlich seinen Grund in der Reibung zwischen den Gewinden und in derjenigen an der Stützfläche der Spindel resp. der Mutter. In Betreff der letzteren Reibung an der Stützfläche ergab sich bereits, daß es für den Wirkungsgrad vortheilhafter ist, die Spindel zu drehen, da man den Spurzapfen derselben von geringerem Halbmesser ausführen kann, als die ringförmige Stützfläche der Mutter, und der durch diese Spurreibung veranlaßte Arbeitsverlust um so geringer ist, je kleiner der Halbmesser  $r_1$  dieses Zapfens im Verhältniß zum mittleren Halbmesser  $r$  des Gewindes genommen werden kann. Die Halszapfenreibung hat dagegen meist nur einen geringen Einfluß.

Faßt man zunächst nur die Gewindereibung ins Auge, und schreibt

$$\eta = n \frac{1 - \mu n}{n + \mu},$$

so findet man den höchsten Wirkungsgrad, welcher unter dieser Voraussetzung  $\varphi = 0$  von der Schraube überhaupt erwartet werden kann, aus  $\frac{\partial \eta}{\partial n} = 0$ , also durch

$$(n + \mu) (1 - 2\mu n) - (n - \mu n^2) = 0$$

oder aus

$$n^2 + 2\mu n = 1.$$

Hieraus folgt

$$n = -\mu \pm \sqrt{1 + \mu^2}$$

für denjenigen Werth des Steigungsverhältnisses der Schraube, für welchen man bei einem bestimmten Reibungscoefficienten  $\mu$  den günstigsten Effect erwarten darf. Dieser Werth von  $n$  ist, wenn  $\mu$  ein nur kleiner Bruch ist, wie bei guter Delung der Gewinde angenommen werden kann, nur wenig von der Einheit verschieden, z. B. findet man für  $\mu = 0,1$ ;  $n = 0,905$ , entsprechend einem Neigungswinkel der Schraube

$$\alpha = \text{arc. tang } 0,905 = 42^\circ 9'.$$

Es würde sich für diese Verhältnisse ein Wirkungsgrad

$$\eta = 0,905 \frac{0,9095}{1,005} = 0,819$$

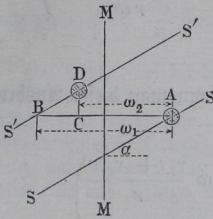
ergeben.

Wollte man die Schraube mit einer so bedeutenden Steigung ausführen, so würde zwar die Gewindereibung am wenigsten kraftzehrend sein, aber man würde den Vortheil einer merklichen Geschwindigkeitsverminderung, worauf es bei den betreffenden Maschinen immer ankommt, Preis geben, indem bei so bedeutendem Neigungswinkel die Wege  $s$  der Last und  $2\pi r$  der Umfangskraft nahezu gleich wären. Die im vorigen Paragraphen erörterte Differentialschraube gestattet nun zwar trotz der Anwendung steiler Schraubengewinde eine beträchtliche Umsezung, da der Weg der Last bei jeder Umdrehung der Schraube durch die Differenz  $s_1 - s_2$  ausgedrückt ist. Wenn dies als ein Vortheil der Differentialschraube angesehen werden kann, so ist dagegen ein Nachtheil darin zu erkennen, daß die Gewindereibung dabei an zwei Stellen zu überwinden ist, wogegen allerdings die Stützzapfenreibung wegfällt.

Man kann noch in einer anderen Weise den angedeuteten Zweck einer beträchtlichen Umsezung mittelst steiler Schrauben und zwar ebenfalls durch Differentialwirkung dadurch erreichen, daß man die Mutter sowohl wie die Spindel nach derselben Richtung, beide aber in ungleichen Beträgen in Drehung versetzt. Giebt man nämlich der Spindel eine Drehung um  $\omega_1$  in derselben Zeit, in welcher die Mutter um  $\omega_2$  gedreht wird, so beträgt die relative Verschiebung beider Theile gegen einander, wie schon in §. 125 angegeben,  $h = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} s$ . Die bei dieser Bewegung zwischen den Gewinden stattfindende Reibung ist dabei entsprechend auf einem Wege zu überwinden, welcher durch  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\cos \alpha}$  ausgedrückt ist, wie aus Fig. 512 ersichtlich ist. Sei  $SS$  ein unter dem Neigungswinkel  $\alpha$  ansteigendes Schraubengewinde zur Ase  $MM$  und  $A$  ein beliebiger Punkt der Mutter, so wird der letztere von  $A$  nach  $D$  gelangen, wenn man der Schraubenspindel eine

Bewegung um  $AB = \omega_1$  und der Mutter eine gleichzeitige Bewegung nach derselben Richtung um  $AC = \omega_2$  ertheilt. Die axiale Erhebung der Mutter beträgt dabei

Fig. 512.



$$CD = h = (\omega_1 - \omega_2) \tan \alpha$$

und die relative Verschiebung der Mutter auf dem Schraubengange

$$BD = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\cos \alpha}.$$

Das Verhältniß zwischen dem Wege  $n(\omega_1 - \omega_2)$  der Last  $Q$  und dem Wege  $\omega_1$  der an dem Schraubenumfange wirkenden Kraft kann auch hier beliebig klein gemacht werden,

und man erkennt, daß diese Schraubenanordnung gegenüber der im vorigen Paragraphen angeführten Differentialschraube den Vortheil einer sehr geringen Gewindereibung hat, da der Weg der letzteren mit der kleinen Differenz  $(\omega_1 - \omega_2)$  proportional ist. Dagegen tritt die Stützzapfenreibung, welche bei der Differentialschraube (Fig. 511) ganz wegfällt, hier sowohl an der Mutter wie an der Spindel auf. Eine solche Anordnung, wie die hier gedachte, wird daher nur dann einen günstigen Effect versprechen, wenn man die Halbmesser der Stützzapfen möglichst klein machen kann. Daß derartige Anordnungen in der Praxis mehrfach, namentlich bei Bohrwerken, vorkommen, ist bereits erwähnt, und ist im Früheren durch die Figuren 134 und 155 auch erläutert, in welcher Art man die beiden ungleichen Drehungen der Spindel und der Mutter hervorbringen kann.

Zur Berechnung des Effectes dieser Schraube möge wieder  $n = \tan \alpha$  das Steigungsverhältniß der Schraubenlinie von dem mittleren Halbmesser  $r$  und  $Q$  die axiale Last sowie  $P_1$  die am Umfange der Spindel wirkende Umdrehungskraft bedeuten. Man findet dann wieder wie früher, wenn die Zapfenreibungen zunächst vernachlässigt werden, bei einer Drehung der Spindel um  $\omega_1$ , bei welcher die Mutter um  $\omega_2$  sich dreht, aus

$P_1 r \omega_1 = Q r (\omega_1 - \omega_2) n + \mu Q r (\omega_1 - \omega_2) + \mu P_1 n r (\omega_1 - \omega_2)$ ,  
die Umfangskraft

$$P_1 = Q \frac{n + \mu}{\frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} - n \mu}$$

Wenn nun wieder  $r$  den Halbmesser des Halszapfens und  $r_1$  und  $r_2$  die Reibungshalbmesser der Stützzapfen für Spindel und Mutter bezeichnen, so findet man die an einem Halbmesser  $R$  der Spindel erforderliche Umdrehungskraft  $P$  aus:

$$P R \omega_1 = P_1 r \omega_1 + \varphi P r \omega_1 + \varphi Q (r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2)$$

zu

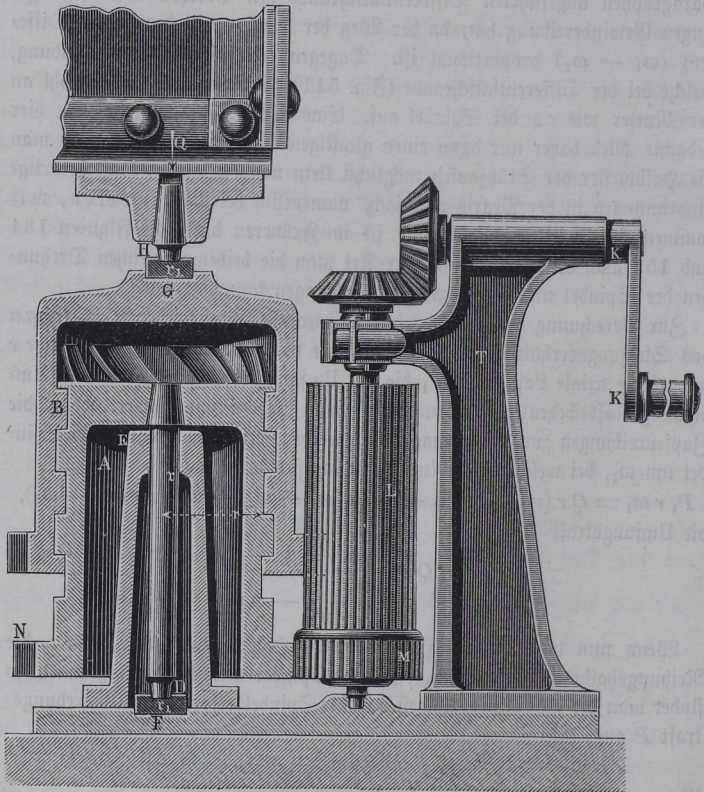
$$P = \frac{P_1 r \omega_1 + \varphi Q (r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2)}{(R - \varphi r) \omega_1}$$

$$= \frac{r}{R - \varphi r} Q \left( \frac{n + \mu}{\frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} - n \mu} + \varphi \frac{r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2}{r \omega_1} \right).$$

Bezeichnet man das Verhältniß  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$  mit  $\nu$ , so kann man diesen Ausdruck auch schreiben:

$$P = \frac{r}{R - \varphi r} Q \left( \frac{n + \mu}{\frac{1}{1 - \nu} - n \mu} + \varphi \frac{r_1 + r_2 \nu}{r} \right).$$

Fig. 513.



Ohne Nebenhindernisse würde aus  $P_0 R \omega_1 = Qr(\omega_1 - \omega_2) n$  die Kraft  $P_0 = \frac{r}{R} Q \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} n$  folgen, woraus der entsprechende Wirkungsgrad  $\eta = \frac{P_0}{P}$  sich berechnet.

Beispiel. Sei bei der Schraubenwinde mit Differentialbewegung, Fig. 513, der mittlere Halbmesser  $r$  der Gänge gleich 125 Millimeter, und das Steigungsverhältnis  $n = 1$ , also  $\alpha = 45^\circ$ . Sind dabei die Halbmesser der auf der Schraubenspindel  $A$  und auf der Mutter  $B$  befindlichen Räder  $R_1 = 0,248$  Meter und  $R_2 = 0,250$  Meter und die Halbmesser der eingreifenden Zahngetriebe  $M$  und  $L$  bezw.  $r_1 = 0,052$  und  $r_2 = 0,050$  Meter, so hat man:

$$\nu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{50 \cdot 248}{250 \cdot 52} = 0,954.$$

Saben ferner die stählernen Stützzapfen  $D$  und  $H$  eine Stärke von 30 Millimeter, setzt man daher  $r_1 = r_2 = \frac{2}{3} 15 = 10$  Millimeter, und ist der Halbmesser des Halszapfens bei  $E$   $r = 20$  Millimeter, so berechnet sich für eine Last  $Q = 5000$  Kilogramm die am Umfange des Rades  $N$  der Spindel vom Halbmesser  $R_1$  erforderliche Kraft  $P$ , wenn wieder  $\mu = 0,1$  und  $\varphi = 0,08$  vorausgesetzt wird, zu

$$P = \frac{125}{248 - 0,08 \cdot 20} 5000 \left( \frac{1 + 0,1}{1 - 0,954} + 0,08 \frac{10 + 10 \cdot 0,954}{125} \right) \\ = 2536,5 (0,0508 + 0,0125) = 160,6 \text{ Kilogramm.}$$

Ohne Nebenhindernisse hätte man:

$$P_0 = \frac{125}{248} 5000 (1 - 0,954) = 114,9 \text{ Kilogramm,}$$

folglich bestimmt sich der Wirkungsgrad der vorliegenden Einrichtung zu

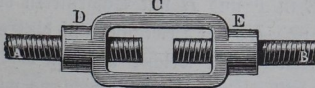
$$\eta = \frac{114,9}{160,6} = 0,715,$$

also wesentlich größer als bei den in §. 126 und 129 berechneten Schraubenwinden für dieselbe Belastung  $Q$ .

### Schrauben mit rechtem und linkem Gewinde. Für gewisse §. 131.

Zwecke wendet man auch Schraubenspindeln mit Gewinden von gleicher Steigung und entgegengesetzter Richtung, also mit rechten und linken Gewinden an. So stellt z. B. Fig. 514 diejenige Construction dar, welche häufig bei den Spannstäben eiserner Dachstühle zc. zur Anwendung kommt, um die Länge dieser Spannstäben

Fig. 514.



stets den Temperaturveränderungen entsprechend reguliren zu können. Hierbei sind die beiden Stangenenden  $A$  und  $B$  mit entgegengesetzten Gewin-