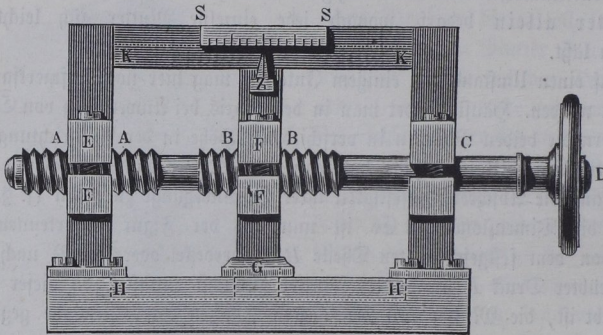


§. 129. **Differentialschraube.** Wenn das Verhältniß  $n = \frac{s}{2\pi r} = \tan \alpha$

der beiden Geschwindigkeiten in der Richtung der Ase und im Umfange der Schraube sehr klein ist, so wird bei einem bestimmten Schraubendurchmesser auch die Steigung  $s$  und damit die Stärke der Gewindegänge gering, und genügt bei größerem Drucke  $Q$  nicht mehr den Anforderungen der Festigkeit. Man kann in solchem Falle die geringe Axenbewegung unter Umgehung so feiner Gewinde durch die Verbindung zweier Schrauben mit verschiedenen Ganghöhen erreichen, und führt eine solche Anordnung zur Construction der sogenannten Differentialschraube. Eine solche, wie sie als Mikrometerschraube dienen kann, zeigt Fig. 510. Hier ist die Schraubenspindel

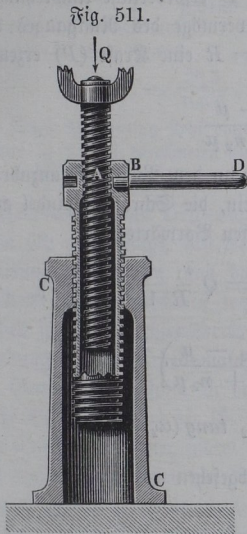
Fig. 510.



bei  $A$  und  $B$  mit Schraubengewinden von verschiedener Ganghöhe  $s_1$  und  $s_2$  versehen, und die Anordnung getroffen, daß die Mutter  $E$  der Schraube  $A$  mit der Steigung  $s_1$  fest in dem Rahmen  $HK$  angebracht ist, während die Muttergewinde der Schraube  $B$  von der Steigung  $s_2$  in einem verschiebbaren Stege  $FG$  befindlich sind, welcher durch die Prismenführung  $H$  und  $K$  an der Drehung verhindert wird. Da die Schraubenspindel  $AB$  außerdem einer Längenverschiebung in ihrem Halslager  $C$  befähigt ist, so wird dieselbe bei einer vollen Umdrehung sich in die feste Mutter  $E$  um die Steigung  $s_1$  hineinschrauben, während dabei gleichzeitig die Mutter  $F$  in entgegengesetzter Richtung um die Steigung  $s_2$  sich verschiebt. Die Bewegung der Mutter  $F$  und des daran befindlichen Zeigers  $Z$  beträgt daher  $s_1 - s_2$ , daher die Wirkung der Differentialschraube dieselbe ist, als ob man sich einer Schraube von der Steigung  $s_1 - s_2$  bediente. Es ist klar, daß man diese Differenz beliebig klein machen kann, ohne für die Ganghöhen  $s_1$  und  $s_2$  sehr geringe Werthe annehmen zu müssen.

Wenn es sich andererseits darum handelt, durch eine Schraube bedeutende

Kraftsteigerungen hervorzubringen, wie dies bei Winden oft wünschenswerth ist, so läßt sich die Differentialschraube ebenfalls verwenden, nur wird man ihr in solchem Falle die für diesen Zweck bequemere Form, Fig. 511, geben.



Hier findet die Schraubenspindel  $A$ , auf welcher die Last  $Q$  ruht, ihre Muttergewinde in der Röhre  $BB$ , welche äußerlich zu einer anderen Schraube gebildet ist, deren Mutter in dem Gestelle  $CC$  enthalten ist. Da auch hier beide Schrauben gleichzeitig rechts- oder links-gängige, ihre Steigungen  $s_1$  und  $s_2$  aber verschieden sind, so ergibt sich, daß bei einer Umdrehung der Röhre  $B$  durch den Schlüssel  $BD$  die Röhre sich um  $s_2$  niederschraubt, während die an der Drehung gehinderte Schraube  $A$  sich um  $s_1$  herauschraubt. Die Last  $Q$  wird daher bei einer Umdrehung um  $s_1 - s_2$  gehoben, und es berechnet sich die theoretische Betriebskraft  $P_0$ , welche bei Nichtvorhandensein von Nebenhindernissen an dem Hebelsarme  $AD = R$  angebracht werden müßte, durch

$$P_0 \cdot 2\pi R = Q (s_1 - s_2)$$

$$\text{zu } P_0 = Q \frac{s_1 - s_2}{2\pi R}, \text{ oder}$$

$$P_0 = \frac{Q}{R} (r_1 n_1 - r_2 n_2) = \frac{Q}{R} (r_1 \tan \alpha_1 - r_2 \tan \alpha_2),$$

unter  $n_1$  und  $n_2$  die Steigungsverhältnisse oder Tangenten der Neigungswinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  verstanden. Um die wirklich erforderliche Umdrehungskraft  $P$  zu ermitteln, kann man bemerken, daß eine Stützzapfenreibung hier nicht vorkommt, indem die Stützung der Last  $Q$  hier nur in den Gewindegängen stattfindet. Außer den Reibungswiderständen in den beiden Gewinden tritt nur noch die geringe Halslagerreibung auf, welche durch den einseitigen Druck  $P$  des Hebels  $D$  am Umfange der Gewinde erzeugt wird. Es ist ferner zu bemerken, daß bei dem Emporschrauben der Last  $Q$ , also bei dem Vorwärtsgange der ganzen Winde, die Schraubenspindel  $A$  sich aus ihrer Mutter  $B$  herauschraubt und zwar der Richtung der Last  $Q$  entgegen, während die Röhrenspindel  $B$  sich im Sinne der Last  $Q$  in das Stativ  $C$  hineinschraubt. Daher entspricht die Bewegung dem Zustande der Vorwärtsbewegung der Spindel  $A$  in  $B$  und dagegen dem Zustande des Rückganges für die Röhrenspindel  $B$  in  $C$ . Bedeutet daher hier  $r_1$  den mittleren Halbmesser

der Spindel  $A$ ,  $r_2$  denjenigen der Gewinde auf dem Röhrenumfang  $B$  und  $n_1 = \tan \alpha_1 = \frac{s_1}{2\pi r_1}$ , sowie  $n_2 = \tan \alpha_2 = \frac{s_2}{2\pi r_2}$  das betreffende Steigungsverhältniß, so berechnet sich die an  $D$  erforderliche Umdrehungskraft  $P$  wie folgt: Durch die Last  $Q$  wird vermöge des Rückganges der Röhrenspindel  $B$  an dem Hebelsarme  $AD = R$  eine Kraft ( $P$ ) erzeugt, welche sich nach dem Früheren zu

$$(P) = Q \frac{r_2}{R} \frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu}$$

bestimmt. Diese Kraft ( $P$ ) zusammen mit der an dem Punkte  $D$  anzubringenden Umdrehungskraft  $P$  muß im Stande sein, die Schraubenspindel aufwärts zu bewegen, und man hat daher für diesen Vorwärtsgang:

$$P + (P) = P + Q \frac{r_2}{R} \frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu} = Q \frac{r_1}{R} \frac{n_1 + \mu}{1 - n_1 \mu},$$

d. h.

$$\begin{aligned} P &= \frac{Q}{R} \left( r_1 \frac{n_1 + \mu}{1 - n_1 \mu} - r_2 \frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu} \right) \\ &= \frac{Q}{R} [r_1 \tan(\alpha_1 + \varrho) - r_2 \tan(\alpha_2 - \varrho)]. \end{aligned}$$

Von der geringen Haarsreibung ist hierbei abgesehen worden.

Als Wirkungsgrad ergibt sich hier

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_0}{P} = \frac{r_1 n_1 - r_2 n_2}{r_1 \frac{n_1 + \mu}{1 - n_1 \mu} - r_2 \frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu}} \\ &= \frac{r_1 \tan \alpha_1 - r_2 \tan \alpha_2}{r_1 \tan(\alpha_1 + \varrho) - r_2 \tan(\alpha_2 - \varrho)}. \end{aligned}$$

Die hier entwickelten Ausdrücke gelten auch für den Rückwärtsgang, sobald man  $\mu$  mit dem negativen Vorzeichen behaftet denkt.

Beispiel. Wenn die im Beispiele zu §. 126 berechnete Schraubenspindel zum Heben von 5000 Kilogramm mit Differentialschraube versehen werden soll, wie groß ist die an dem Hebelsarme  $R = 0,5$  Meter erforderliche Umdrehungskraft  $P$ , wenn die Halbmesser und Steigungen der Schraubengewinde zu  $r_1 = 30$  Millimeter,  $r_2 = 50$  Millimeter,  $s_1 = 30$  Millimeter (zweigängig),  $s_2 = 14$  Millimeter angenommen werden? Es ist hier ebenfalls wie in dem früheren Beispiele die Bewegung der Last entsprechend einer Umdrehung  $s_1 - s_2 = 30 - 14 = 16$  Millimeter; daher die theoretische Umdrehungskraft

$$P_0 = Q \frac{16}{2\pi \cdot 500} = 25,5 \text{ Kilogramm.}$$

Ferner ist

$$n_1 = \frac{30}{2\pi \cdot 30} = 0,1592 = \tan 9^\circ 3'$$

und

$$n_2 = \frac{14}{2 \cdot \pi \cdot 50} = 0,0446 = \tan 2^\circ 33'.$$

Es ergibt sich daher die wirklich erforderliche Umdrehungskraft zu:

$$P = \frac{5000}{500} \left( 30 \frac{0,1592 + 0,1}{1 - 0,0159} - 50 \frac{0,0446 - 0,1}{1 + 0,00446} \right) = 10 (7,902 + 2,757)$$

$$= 106,6 \text{ Kilogramm}$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{25,5}{106,6} = 0,239 \text{ oder nahe } 24 \text{ Procent.}$$

Diese Anordnung steht daher hinsichtlich ihrer Wirkungsfähigkeit zwischen den beiden in §. 126 berechneten Ausführungsarten mit drehbarer Spindel und drehbarer Mutter.

**Schraube mit Differentialbewegung.** Aus dem Vorstehenden er- §. 130.  
giebt sich zur Genüge, daß die Schrauben im Allgemeinen einen nur geringen Wirkungsgrad haben, und daß dieselben daher zur Verwendung als stetig wirkende Arbeitsmaschinen wegen der geringen Dekonomie an mechanischer Arbeit wenig empfehlenswerth sind. Wenn sie trotzdem doch so häufige Verwendung auch zu Arbeitsmaschinen wie Winden, Pressen u. c. finden, so liegt der Grund hauptsächlich in der Bequemlichkeit, mit welcher sie eine bedeutende Verlangsamung der Geschwindigkeit, daher Steigerung der auszuübenden Kraft ermöglichen, indem das Steigungsverhältniß  $n$  direct das Verhältniß ergibt, in welchem die Geschwindigkeit der am Umfange der Schraubenspindel wirkenden Kraft zur Geschwindigkeit der zu hebenden Last steht.

Der geringe Werth des Wirkungsgrades hat, wie die Untersuchung zeigt, hauptsächlich seinen Grund in der Reibung zwischen den Gewinden und in derjenigen an der Stützfläche der Spindel resp. der Mutter. In Betreff der letzteren Reibung an der Stützfläche ergab sich bereits, daß es für den Wirkungsgrad vortheilhafter ist, die Spindel zu drehen, da man den Spurzapfen derselben von geringerem Halbmesser ausführen kann, als die ringförmige Stützfläche der Mutter, und der durch diese Spurreibung veranlaßte Arbeitsverlust um so geringer ist, je kleiner der Halbmesser  $r_1$  dieses Zapfens im Verhältniß zum mittleren Halbmesser  $r$  des Gewindes genommen werden kann. Die Halszapfenreibung hat dagegen meist nur einen geringen Einfluß.

Faßt man zunächst nur die Gewindereibung ins Auge, und schreibt

$$\eta = n \frac{1 - \mu n}{n + \mu},$$

so findet man den höchsten Wirkungsgrad, welcher unter dieser Voraussetzung  $\varphi = 0$  von der Schraube überhaupt erwartet werden kann, aus  $\frac{\partial \eta}{\partial n} = 0$ , also durch

$$(n + \mu) (1 - 2\mu n) - (n - \mu n^2) = 0$$

oder aus

$$n^2 + 2\mu n = 1.$$