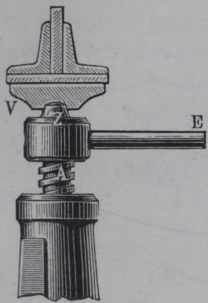
meter Durchmesser gäbe, auf welchen sich die Last mit der Pfanne V stützte, so hätte man $r = 15$ Millimeter und $r_1 = \frac{2}{3}\, 15 = 10$ Millimeter in Rechnung zu stellen, und man erhielte:

Fig. 505.



$$P = Q \, \frac{50}{150 - 0{,}08 \, . \, 15} \left(\frac{0{,}051 + 0{,}1}{1 - 0{,}1 \, . \, 0{,}051} + 0{,}08 \, \frac{10}{50} \right) = Q \; 0{,}336 \, (0{,}152 + 0{,}016)$$

$$= 0{,}0568 \; Q = 284 \text{ Kilogramm.}$$

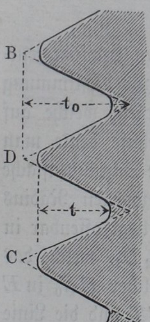
In diesem Falle berechnete sich der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{0{,}017}{0{,}0568} = 0{,}30 \text{ oder } 30 \text{ Procent.}$$

Das Beispiel zeigt hinreichend den Vortheil, welchen die Anordnung einer drehbaren Spindel gegenüber derjenigen einer drehbaren Mutter gewährt.

Befestigungsschrauben. Wie bereits erwähnt wurde, giebt man den Schrauben, welche zur Befestigung dienen, scharfe Gewindegänge, d. h. solche, deren Profile durch gleichschenkelige Dreiecke BDC, Fig. 506, begrenzt sind, die man aus praktischen Gründen in den Ecken abrundet. Hierbei erhält meist derselbe Theil, die Mutter oder die Spindel, beide Bewegungen (s. Fig. 500), doch kommen zuweilen auch Fälle vor, wo durch die Drehung der Spindel eine an der Drehung verhinderte Mutter angezogen wird. §. 127.

Fig. 506.

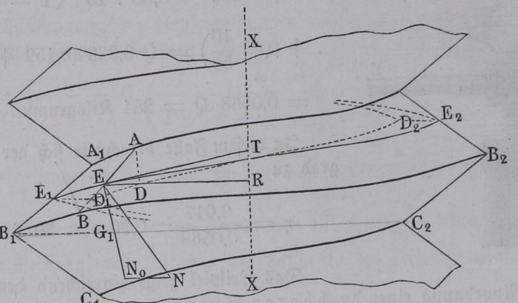


Die Bestimmung des Verhältnisses zwischen Kraft und Last, als welche letztere hier die Pressung anzusehen ist, mit welcher die zu verbindenden Theile gegen einander gedrückt werden sollen, findet in derselben Weise statt, wie bei den flachgängigen Schrauben, mit dem einzigen Unterschiede, daß die Reibung in den Gewinden sich hierbei in etwas anderer Art ermittelt.

Um diese Reibung zwischen scharfen Gewinden zu bestimmen, sei als Durchschnitt des Gewindes mit einer durch die Axe XX gelegten Ebene das gleichschenkelige Dreieck $A_1 B_1 C_1$, Fig. 507 (auf folgender Seite), mit der Basis $A_1 C_1 = s$ und dem Spitzenwinkel $A_1 B_1 C_1 = 2 \, A_1 B_1 G_1 = 2\beta$ gewählt, so bildet die erzeugende Linie $A_1 B_1$ bei der schraubenförmigen Herumführung um die Axe eine schiefe Schraubenfläche S, auf welche die Mutter mit der Kraft Q preßt. Es sei ferner wieder dieser Druck Q in einer mittleren Schraubenlinie $E_1 E E_2$ vom

Halbmesser r concentrirt gedacht, und bezeichne q den Theil von Q, welcher durch ein Element E der Drucklinie aufgenommen wird, und ebenso sei mit p derjenige Theil der Umdrehungskraft bezeichnet, welcher in E senkrecht zur

Fig. 507.



Axe am Halbmesser r wirksam zu denken ist. Wenn man wie bei der flachgängigen Schraube jede dieser beiden Kräfte q und p in zwei Seitenkräfte nach der Richtung ET der Tangente an die Schraubenlinie in E und senkrecht dazu zerlegt denkt, so hat die Summe der letzteren beiden Componenten wie im vorigen Paragraphen die Größe

$$EN_0 = N_0 = q \cos\alpha + p \sin\alpha.$$

Diese Kraft steht nun aber nicht mehr, wie bei dem flachen Gewinde senkrecht auf der belasteten Schraubenfläche S, und muß daher zur Bestimmung der fraglichen Reibung diejenige Componente ermittelt werden, welche auf dieser Schraubenfläche in E normal steht. Zu diesem Behufe denke man sich durch E und die Axe XX eine Ebene gelegt, welche die Schraubenfläche S in der Geraden AEB schneidet und mit dem an E gezogenen Radius ED den Winkel $AED = \beta$ bildet. Dieser Radius ED liegt offenbar in derjenigen normalen Schraubenfläche S_0 oder $E_1 D_1 E D E_2 D_2$, welche das Perpendikel $E_1 D_1$ bei der Erzeugung beschreibt, und auf welcher EN_0 in E senkrecht steht. Denkt man sich nun durch die Tangente ET und die Linie EA eine Ebene gelegt, so berührt dieselbe die schräge Schraubenfläche S in E, und eine auf dieser Ebene errichtete Normale EN giebt daher die Richtung der erwähnten Componente von EN_0 an, welche als zur Druckfläche normal, die Reibung erzeugt. Offenbar liegen diese beiden Geraden EN_0 und EN mit dem Radius ED in derselben Ebene, da diese drei Linien auf der Tangente ET senkrecht stehen. Bezeichnet man daher den Winkel $N_0 E N$ mit δ, welchen die Normalen zu den beiden Schraubenflächen S_0 und S mit einander bilden, so zerlegt sich die Kraft $N_0 = q \cos\alpha + p \sin\alpha$ in zwei

Componenten $EN = \frac{q \cos\alpha + p \sin\alpha}{\cos\delta} = N$ senkrecht zur Fläche S, und $N_0 N = (q \cos\alpha + p \sin\alpha) \operatorname{tang}\delta$ in radialer Richtung. Die letztere Seitenkraft kann außer Betracht gelassen werden, da wegen der gleichmäßigen Vertheilung von q und p um die Axe herum jedem Elemente E ein diametral gegenüberliegendes Element entspricht, für welches diese radiale Seitenkraft den gleichen Betrag und die entgegengesetzte Richtung hat. Ebenso kann man wie früher wegen jener gleichmäßigen Vertheilung für q und p die Summen Q und P dieser elementaren Kräfte setzen, und man erhält daher ganz ähnlich wie im vorigen Paragraphen aus

$$P\, 2\pi r = Q s \pm \mu \frac{Q \cos\alpha}{\cos\delta} \frac{2\pi r}{\cos\alpha} \pm \mu \frac{P \sin\alpha}{\cos\delta} \frac{2\pi r}{\cos\alpha}$$

hier

$$P = Q \frac{n \pm \frac{\mu}{\cos\delta}}{1 \mp \frac{n\mu}{\cos\delta}} = Q \frac{n \cos\delta \pm \mu}{\cos\delta \mp n\mu}.$$

Es handelt sich daher nur noch um die Bestimmung des Winkels δ, welchen die beiden Normalen EN_0 und EN mit einander bilden. Dieser Winkel ist derselbe, unter welchem die beiden auf diesen Linien normalen Ebenen TED und TEA gegen einander geneigt sind, also der Winkel an der Kante ET in dem sphärischen Dreiecke $EATD$. In diesem Dreiecke ist, wie leicht ersichtlich, die eine Seite $AED = \beta$, die andere Seite $TED = 90^0$ und der eingeschlossene Winkel an der Kante $ED = 90 - \alpha$. Man hat daher nach den Formeln der sphärischen Trigonometrie zunächst für die dritte Seite $AET = \gamma$:

$$\cos\gamma = \cos\beta \cos 90^0 + \sin\beta \sin 90^0 \cos(90 - \alpha) = \sin\beta \sin\alpha$$

und daraus für den gesuchten Winkel δ an der Kante ET:

$$\sin\delta = \sin\beta \frac{\sin(90^0 - \alpha)}{\sin\gamma} = \frac{\sin\beta \cos\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\beta \sin^2\alpha}}$$

oder

$$\cos\delta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\beta \cos^2\alpha}{1 - \sin^2\beta \sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2\beta}{1 - \sin^2\beta \sin^2\alpha}}.$$

Zähler und Nenner durch $1 - \sin^2\beta$ dividirt, liefert

$$\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2\beta \frac{1 - \sin^2\alpha}{1 - \sin^2\beta}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\beta \cos^2\alpha}}$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha + \operatorname{tang}^2\beta}}.$$

Setzt man diesen Werth für $\cos\delta$ ein, so erhält man schließlich:

$$P = \frac{n \pm \mu \cos\alpha \sqrt{1 + tang^2\alpha + tang^2\beta}}{1 \mp n\mu \cos\alpha \sqrt{1 + tang^2\alpha + tang^2\beta}}.$$

Man kann übrigens bemerken, daß bei den Verhältnissen, wie sie bei den Befestigungsschrauben üblich sind, der Neigungswinkel α der Gewinde so klein ist (2 bis 3^0 bei der fast allgemein angenommenen Whitworth'schen*) Scala), daß man füglich $\cos\alpha = 1$ und $tang^2\alpha = 0$ setzen kann und dann mit genügender Genauigkeit $\cos\delta = \cos\beta$ erhält, so daß obige Gleichung für P unter dieser Voraussetzung übergeht in

$$P = Q\,\frac{n\cos\beta \pm \mu}{\cos\beta \mp n\mu}.$$

Der Kantenwinkel 2β der scharfen Gewinde beträgt bei dem Whitworth'schen System etwa 55^0, daher man für diese Schrauben

$$P = Q\,\frac{0{,}88\,n \pm \mu}{0{,}88 \mp n\mu} = \frac{n \pm 1{,}14\,\mu}{1 \mp 1{,}14\,n\mu}$$

setzen kann.

In allen diesen Ausdrücken gelten wieder die oberen Vorzeichen für den Vorwärtsgang, während die unteren Zeichen den Werth (P) für den Rückgang angeben.

Hinsichtlich der Zapfenreibung gelten für die Befestigungsschrauben dieselben Bemerkungen wie für die flachgängigen Schrauben, und ist nur zu bemerken, daß hierbei die den Druck Q aufnehmende Fläche fast immer eine Ringfläche, nämlich die Auflagerfläche der Mutter resp. des Kopfes ist, während die von der Umdrehungskraft P erzeugte Halsreibung hier nicht durch einen besonderen Zapfen, sondern von den Gewinden selbst oder dem Bolzenschafte aufgenommen wird. Eine gleitende Reibung in Führungen kommt hierbei nicht vor, und ist auch schon erwähnt worden, daß bei den Befestigungsschrauben die Reibung als ein die selbstthätige Lösung verhinderndes Moment günstig wirkt.

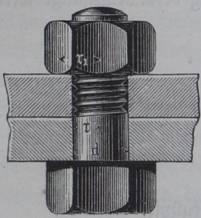
Beispiel. Mit welcher Umdrehungskraft muß man den Mutterschlüssel eines einzölligen Schraubenbolzens in einem Abstande von 0,2 Meter von der Axe anziehen, wenn die Schraube die zu verbindenden Theile mit einem Drucke von 500 Kilogramm zusammenpressen soll, und der Reibungscoefficient für die nur wenig fettigen Flächen zu 0,16 vorausgesetzt wird?

---

*) Die Verhältnisse dieses in fast allgemeinem Gebrauche befindlichen Gewindesystems findet man im „Ingenieur" sowie in den meisten technischen Handbüchern. Die in neuerer Zeit namentlich von Seiten des „Vereins deutscher Ingenieure" ausgegangenen Bestrebungen zur Einführung eines auf dem metrischen Maaß beruhenden einheitlichen Gewindesystems haben bis jetzt noch nicht zu praktischen Resultaten geführt. Vergl. Zeitschr. deutsch. Ingenieure, Jahrg. 1875 u.f.

Nach der Whitworth'schen Scala ist für einen Bolzen von 1 engl. Zoll oder 25,4 Millimeter Spindeldurchmesser der Durchmesser des Kerns 0,75 Zoll = 19 Millimeter und die Ganghöhe $s = \frac{1}{8}$ Zoll = 3,2 Millimeter, daher der mittlere Halbmesser $r = 11{,}1$ Millimeter und das Verhältniß $n = \frac{3{,}2}{2\,.\,3{,}14\,.\,11{,}1} = 0{,}046$; ($\alpha = arc.\ tang\ 0{,}046 = 2^0\ 38'$). Nimmt man für die gewöhnlichen Verhältnisse der sechskantigen Mutter, Fig. 508, den mittleren Halbmesser von deren Auflagerfläche $\mathfrak{r}_1 = 0{,}7\,d = 17{,}8$ Millimeter an und setzt den Halbmesser der Halsreibung $\mathfrak{r} = r = 11{,}1$ Millimeter, so findet man bei dem Kantenwinkel $2\beta = 55^0$ die erforderliche Umdrehungskraft

Fig. 508.



$$P = Q\,\frac{r}{R - \varphi\mathfrak{r}}\left(\frac{n + 1{,}14\,\mu}{1 - 1{,}14\,n\,\mu} + \varphi\,\frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right)$$

$$= 500\,\frac{11{,}1}{200 - 0{,}16\,.\,11{,}1}\left(\frac{0{,}046 + 1{,}14\,.\,0{,}16}{1 - 1{,}14\,.\,0{,}046\,.\,0{,}16}\right.$$

$$\left. + 0{,}16\,\frac{17{,}8}{11{,}1}\right) = 28{,}0\,(0{,}230 + 0{,}257) = 13{,}6 \text{ Kg.}$$

Andererseits ist, um die Mutter wieder zu lösen, ein Druck erforderlich:

$$(P) = 500\,\frac{11{,}1}{200 + 0{,}16\,.\,11{,}1}\left(\frac{0{,}046 - 1{,}14\,.\,0{,}16}{1 + 1{,}14\,.\,0{,}046\,.\,0{,}16} - 0{,}16\,\frac{17{,}8}{11{,}1}\right)$$

$$= 27{,}5\,(-\,0{,}135 - 0{,}257) = -\,10{,}78 \text{ Kilogramm.}$$

Ohne Reibungswiderstände würde nur erforderlich sein

$$P_0 = Q\,\frac{r}{R}\,n = 27{,}8\ .\ 0{,}046 = 1{,}28 \text{ Kilogramm,}$$

sodaß der Wirkungsgrad für das Anschrauben sich zu

$$\eta = \frac{1{,}28}{13{,}6} = 0{,}094 \text{ oder noch nicht 10 Procent}$$

berechnet, während gegen das selbstthätige Losgehen der Mutter eine Sicherheit von $(\eta) = \frac{10{,}78}{1{,}28} = 8{,}42$ gegeben ist.

Gegenmuttern. Die vorstehenden Untersuchungen haben u. A. auch ergeben, daß die Schrauben in den gebräuchlicheren Ausführungen, d. h. wenn der Neigungswinkel α nicht sehr groß, oder die Gewinde nicht sehr steil sind, die Eigenschaft eines selbstthätigen Rückganges unter Einfluß der axial wirkenden Last Q im Allgemeinen nicht besitzen. Man kann in jedem einzelnen Falle das Steigungsverhältniß n für den Grenzzustand, in welchem eine selbstthätige Rückdrehung einzutreten beginnt, leicht finden, wenn man den Werth von (P) gleich Null setzt. Offenbar hängt die diesem Zustande zugehörige Größe von n nicht blos von den Reibungswiderständen in den Gewinden, sondern wesentlich von der Zapfenreibung in der Stützfläche ab. Nur wenn man die letztere vernachlässigen darf, wie bei Schraubenspindeln, bei denen die Last an der Drehung Theil nehmen kann, darf die vielfach an- §. 128.