ben anwendet. Zunächst ist die Schraube ein Mittel, um eine rotirende Bewegung in eine geradlinige Verschiebung umzuwandeln oder umgekehrt, doch liegt diese Absicht weniger häufig der Anordnung der Schrauben zu Grunde, da die Schrauben meist mit sehr bedeutenden Nebenhindernissen verbunden sind, so daß man zur Umwandlung jener beiden Bewegungen in einander meist andere weniger kraftzehrende Mittel, wie z. B. Zahnstangen mit Zahngetrieben, oder Kurbeln verwendet. Im Allgemeinen ist auch die erzeugte geradlinige Bewegung nur klein im Vergleiche mit der Drehbewegung, da der Neigungswinkel α der Schrauben in den meisten Fällen ein kleiner ist. Aus letzterem Grunde gerade wendet man Schrauben gern da an, wo es sich darum handelt, eine Bewegung möglichst schnell und in einfacher Weise zu verringern, oder was auf dasselbe hinausläuft, eine Kraft wesentlich zu steigern, insofern nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, wenn von den Nebenhindernissen abgesehen wird, der mit bestimmter Kraft zu überwindende Widerstand in demselben Verhältnisse größer ausfällt, in welchem der Weg desselben kleiner ist als der Weg der Kraft. Bei allen denjenigen Einrichtungen, wo es sich daher darum handelt, sehr genaue und scharf zu controlirende Einstellungen vorzunehmen, wie z. B. bei Theilmaschinen, Meßapparaten, vielen Arbeitsmaschinen wie Drehbänken und Hobelmaschinen ist die Schraube ein fast unentbehrliches Hülfsmittel. Andererseits spricht die leicht mögliche Vergrößerung einer Kraft ebensowohl für die Verwendung der Schrauben bei Windevorrichtungen, Pressen, Druckwerken u. s. w., wie auch namentlich für den Gebrauch derselben als Befestigungsmittel. Bei den letzteren sind die bedeutenden Reibungswiderstände der Schrauben wie schon oben bemerkt dem Zwecke förderlich, insofern sie ein unbeabsichtigtes Lösen der Verbindung erschweren.

Kraftverhältnisse der Schrauben. Wenn an der Schraube keine Nebenhindernisse vorhanden wären, so würde das Verhältniß der am Hebelsarme $AB = R$, Fig. 503 (a. f. S.), anzubringenden Umtriebskraft P_0 zu der in der Axenrichtung AC wirksamen Last Q sich einfach dadurch bestimmen, daß bei einer vollen Umdrehung der Schraubenspindel, also entsprechend einem Wege $2\pi R$ der Kraft P_0, die Last Q um die Steigung s bewegt wird, man hätte daher §. 126.

$$P_0\, 2\pi R = Qs,$$

oder

$$P_0 = Q\frac{s}{2\pi R} = Q\frac{r}{R}\,\frac{s}{2\pi r} = Q\frac{r}{R}\, tang\,\alpha,$$

unter α den Neigungswinkel der Schraubenlinie in der mittleren Axenentfernung r der Gewinde verstanden.

In der Wirklichkeit stellen sich aber so bedeutende Reibungswiderstände ein, daß die erforderliche Umdrehungskraft P einen viel höheren, häufig zwei- bis dreimal größeren Werth als P_0 annimmt. Diese Reibungswiderstände bestehen vornehmlich in der gleitenden Reibung an den Gewindegängen zwischen der Spindel und Mutter, sowie aus der Spurzapfenreibung, welche der sich drehende Theil an seiner Stützfläche findet. Wenn die drehende Kraft

Fig. 503.

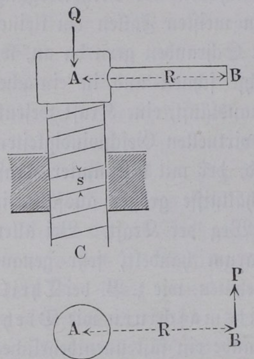
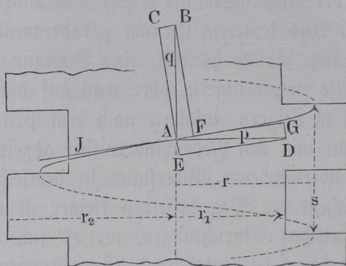


Fig. 504.



hierbei einseitig wirkt, wie fast immer der Fall ist, so tritt auch noch eine Zapfenreibung in dem Halslager hinzu, und häufig findet auch noch eine gleitende Reibung des geradlinig geführten Theiles in der Führung statt, welche diesen Theil am Drehen verhindert. Letzterer Widerstand tritt nicht ein, wenn der eine Theil, Spindel oder Mutter, beide Bewegungen erhält, und in diesem Falle fällt auch die Spurzapfenreibung fort, sobald die zu hebende Last an der Drehung ebenfalls Theil hat, was aber nur selten der Fall ist.

Um diese Widerstände zu bestimmen, sei $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$, Fig. 504, der Halbmesser der mittleren Schraubenlinie auf dem Gewinde, das zunächst als flaches Gewinde vorausgesetzt werden soll. Man darf mit genügender Annäherung annehmen, daß der von der Mutter auf die Spindel übertragene Druck Q und die Gewindereibung in dieser Schraubenlinie wirken. Ist wieder s die Steigung der Schraube, so hat man für diese mittlere Schraubenlinie das Steigungsverhältniß $n = tang\, \alpha = \frac{s}{2 \pi r}$.

Es möge ferner P_1 die am Umfange dieser Schraubenlinie senkrecht zur Axe wirksame Umdrehungskraft sein, und denke man sich dieselbe ebenso wie die Last Q ringsum gleichmäßig auf eine Windung vertheilt, so daß ein Element A der Schraubenlinie dem axialen Drucke $q = \frac{Q}{2\pi r} = BA$ und dem tangentialen Drucke $p = \frac{P_1}{2\pi r} = AD$ ausgesetzt ist. Diese beiden Kräfte erzeugen dann in A einen zu dem Schraubengewinde normalen Druck

$$N = CA + AE = q \cos\alpha + p \sin\alpha,$$

welcher eine gleitende Reibung $F = \mu N$ hervorruft, unter μ den Reibungscoefficienten verstanden. Da bei einer vollen Umdrehung der Schraube diese Reibung auf einem Wege gleich einer Schraubenwindung $l = \frac{2\pi r}{\cos\alpha}$ überwunden wird, so erhält man durch Gleichsetzung der mechanischen Arbeiten

$$p\, 2\pi r = q s + \mu q \cos\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha} + \mu p \sin\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha}$$

oder, wenn $\frac{s}{2\pi r} = tang\, \alpha = n$ eingeführt wird:

$$p = qn + \mu q + \mu p n,$$

d. h.

$$p = q \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Da diese Beziehung für jeden Punkt der Schraubenlinie gleichmäßig gilt, so kann man anstatt der elementaren Kräfte p und q offenbar auch die Summen $P_1 = 2\pi r p$ und $Q = 2\pi r q$ setzen, und erhält:

$$P_1 = Q \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Soll nun aber die Drehung der Schraube nicht durch eine am Umfange derselben gleichmäßig vertheilte Kraft P_1, sondern durch eine am Hebelsarme R einseitig wirkende Kraft P bewirkt werden, so wird hierdurch an dem Halszapfen des gedrehten Theiles vom Halbmesser $\mathfrak{r}$ eine Zapfenreibung φP erzeugt, und da ebenfalls durch die Last Q an der Spur- oder Stützfläche vom mittleren Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ eine Zapfenreibung φQ hervorgerufen wird, so hat man unter Berücksichtigung dieser Zapfenreibungen:

$$PR = P_1 r + \varphi P \mathfrak{r} + \varphi Q \mathfrak{r}_1.$$

Hieraus folgt:

$$P(R - \varphi \mathfrak{r}) = P_1 r + \varphi Q \mathfrak{r}_1$$

oder nach Einsetzung des obigen Werthes von P_1:

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}} Q \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right).$$

Da die zur Ueberwindung des Widerstandes Q theoretisch, d. h. bei Nichtvorhandensein der Reibung erforderliche Kraft P_0 sich ergab zu

$$P_0 = Q \frac{r}{R} \frac{s}{2 \pi r} = \frac{r}{R} Q n,$$

so findet man den Wirkungsgrad der Schraube, d. h. das Verhältniß der theoretisch nur erforderlichen zu der wirklich aufzuwendenden Drehkraft zu

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{R - \varphi \mathfrak{r}}{R} \frac{n (1 - n \mu)}{n + \mu + (1 - n \mu) \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}}.$$

Aus dem gefundenen Werthe von η ergiebt sich, daß der Wirkungsgrad um so größer ausfällt, je kleiner man den Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ des Spurzapfens annehmen kann, und daraus folgt weiter, daß im Allgemeinen eine solche Anordnung, bei welcher die Schraubenspindel die Drehung erhält, wirkungsvoller sein wird, als eine derartige mit drehbarer Mutter. In letzterem Falle muß nämlich die den Druck Q aufnehmende Stützfläche ringförmig und von einem verhältnißmäßig großen Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ ausgeführt werden, während bei drehbarer Spindel ein dünner cylindrischer Spurzapfen zur Verwendung kommen kann. Bei dem beträchtlichen Einflusse gerade der Stützzapfenreibung ist dieser Umstand nicht zu unterschätzen und sollte man, wo es irgend thunlich ist, eine solche Anordnung wählen, bei welcher die Schraubenspindel die Drehung empfängt.

Obige Ausdrücke für P_1 und η gelten ohne Weiteres auch für den umgekehrten Bewegungszustand, d. h. für den Fall, daß die axial wirkende Kraft Q als treibend angenommen wird, sobald man nur die Vorzeichen von μ und φ entgegengesetzt annimmt, indem in diesem Falle sämmtliche Reibungswiderstände in entgegengesetztem Sinne wirken. Bezeichnet daher (P) die durch die sinkende Last Q an dem Hebelsarme R erzeugte Kraft, so ist:

$$(P) = \frac{r}{R + \varphi \mathfrak{r}} Q \left(\frac{n - \mu}{1 + n \mu} - \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r} \right),$$

und man hat für diese Rückgangsbewegung den Wirkungsgrad:

$$(\eta) = \frac{(P)}{P_0} = \frac{R}{R + \varphi \mathfrak{r}} \frac{n - \mu - (1 + n \mu) \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}}{n (1 + n \mu)}.$$

Wenn der Ausdruck für (P) und daher auch derjenige für (η) negativ wird, so ist damit ausgesprochen, daß die Last Q in ihrem Bestreben zu sinken nicht nur keinen Druck an dem Hebelsarme R auszuüben vermag, sondern daß sogar noch eine bestimmte Kraft (P) an diesem Hebelsarme in einem dem Sinken der Last Q günstigen Sinne angebracht werden müsse. Von selbst kann daher in solchem Falle die Last Q nicht sinken und die ganze Vorrichtung hat dann die Eigenschaft der **selbstthätigen Sperrung**. Wenn diese Eigenschaft auch für manche Einrichtungen eine gewisse Sicherheit und Bequemlichkeit darbietet, so ist sie doch, wie leicht zu erkennen, immer nur durch einen geringen Wirkungsgrad, also durch einen wenig ökonomischen Verbrauch von mechanischer Arbeit erkauft. Die Grenze, bei welcher eine Schraube aufhört, selbstsperrend zu sein, ist durch $(P) = 0$, also durch

$$n - \mu = (1 + n\mu)\, \varphi \frac{r_1}{r}$$

gegeben, woraus das geringste Neigungsverhältniß n, bei welchem noch Rückgang eintritt, sich berechnet zu:

$$n = \frac{\mu + \varphi \dfrac{r_1}{r}}{1 - \mu \varphi \dfrac{r_1}{r}} = \frac{\mu r + \varphi r_1}{r - \mu \varphi r_1}.$$

Die meisten der in der Wirklichkeit vorkommenden Schrauben bei Windewerken, Pressen ꝛc. sind selbstsperrend, nur bei manchen Einrichtungen, z. B. bei **Prägwerken**, ist n so groß, d. h. die Neigung der Gewinde so steil, daß die Schraube unter Einfluß des Axendruckes Q sich von selbst zurückdreht. Die Befestigungsschrauben müssen natürlich immer selbstsperrend sein, weil sonst eine Befestigung durch dieselben gar nicht möglich sein würde.

Anmerkung. Wie schon bemerkt, findet unter Umständen noch eine gleitende Reibung zwischen dem geradlinig bewegten Theile und seiner Führung statt, welche letztere dazu dient, den gedachten Theil an der Drehung zu hindern. Dieser Widerstand stellt sich daher nur in denjenigen Fällen ein, wo jedem der beiden Theile, Spindel und Mutter, eine der beiden Bewegungen ertheilt wird. So ist z. B. in Fig. 501 die Spindel A an der Drehung dadurch verhindert, daß die Klaue C sich gegen die Wand des in dem Gestelle D angebrachten Schlitzes lehnt, während in Fig. 502 das feste Prisma C die übergreifende Mutter B am Drehen hindert. In Folge davon wird an der Führung eine gleitende Reibung μT erzeugt, wenn T den Druck an der Führung bedeutet. Dieser Reibungswiderstand ist bei einer Umdrehung der Schraube auf einem Wege gleich der Steigung s zu überwinden gerade wie die Last Q, und man hat daher als den von der Schraube zu überwindenden Widerstand $Q + \mu T$ anstatt Q anzunehmen. Der Führungsdruck T wird nun erzeugt durch das Moment $P_1 r$ der am Schraubenumfange wirkenden Kraft P_1 und man findet daher aus

$$P_1 r = c T; \quad T = P_1 \frac{r}{c},$$

wenn c den Abstand der mittleren Führungskante von der Schraubenaxe bezeichnet, demzufolge erhält man nun durch Gleichsetzung der mechanischen Arbeiten während einer Umdrehung:

$$P_1 2\pi r = \left(Q + \mu P_1 \frac{r}{c}\right)\left(s + \mu \cos\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha}\right) + \mu P_1 \sin\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha},$$

oder

$$P_1 = Q \frac{n + \mu}{1 - n\mu - \mu \frac{r}{c}(n + \mu)}.$$

Unter Berücksichtigung der Zapfenreibungen erhält man daher wie oben die Umdrehungskraft P am Hebelsarme R:

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}} Q \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu - \mu \frac{r}{c}(n + \mu)} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right).$$

Dem oben gefundenen Ausdrucke für die Umfangskraft $P_1 = Q \frac{n \pm \mu}{1 \mp n\mu}$ kann man auch eine andere Form geben, wenn man für $n = \frac{s}{2\pi r}$ seinen Werth $tang\, \alpha$ und für den Reibungscoefficienten μ die Tangente des Reibungswinkels $tang\, \varrho$ einführt. Dadurch erhält man:

$$P_1 = Q \frac{tang\, \alpha \pm tang\, \varrho}{1 \mp tang\, \alpha\, tang\, \varrho} = Q\, tang\, (\alpha \pm \varrho),$$

worin die oberen Zeichen für den Vorwärtsgang und die unteren für den Rückwärtsgang gelten.

Beispiel. Wenn bei einer Schraubenwinde nach Art der Fig. 501 mit drehbarer Mutter die Steigung $s = 16$ Millimeter, der mittlere Halbmesser der Gewinde $r = 50$ Millimeter, der Halbmesser des Halslagers der Mutter $\mathfrak{r} = 80$ Millimeter und der Reibungshalbmesser der ringförmigen Stützfläche derselben $\mathfrak{r}_1 = 65$ Millimeter gemacht ist, wie groß ist dann die an einem Halbmesser $R = 150$ Millimeter erforderliche Drehkraft P für eine zu hebende Last $Q = 100$ Ctr. $= 5000$ Kilogramm, wenn man den Coefficienten der gleitenden Reibung in den Gewinden $\mu = 0{,}1$ und denjenigen der Zapfenreibung $\varphi = 0{,}08$ annimmt, und wenn der Abstand der Führungskante von der Schraubenaxe $c = 0{,}1$ Meter ist?

Man hat hier

$$n = \frac{16}{2\pi \,.\, 50} = 0{,}051 = tang\, 2^0\, 56',$$

daher:

$$P = Q \frac{50}{150 - 0{,}08 \,.\, 80}\left(\frac{0{,}051 + 0{,}1}{1 - 0{,}051 \,.\, 0{,}1 - 0{,}1 \frac{50}{100}(0{,}051 + 0{,}1)} + 0{,}08 \frac{65}{50}\right)$$

$$= Q\, 0{,}348\, (0{,}153 + 0{,}104) = 0{,}0894\, Q = 447 \text{ Kilogramm.}$$

Ohne Nebenhindernisse würde man haben:

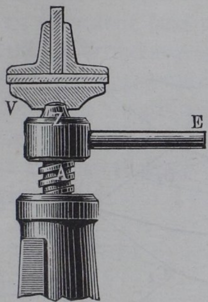
$$P_0 = Q \frac{50}{150}\, 0{,}051 = 0{,}017\, Q = 85 \text{ Kilogramm},$$

daher hat die Winde einen Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{0{,}017}{0{,}0894} = 0{,}190 \text{ oder von nur 19 Procent.}$$

Würde man unter übrigens gleichen Verhältnissen die Schraubenspindel drehen, indem man derselben nach Fig. 505 einen Spurzapfen Z von 30 Millimeter Durchmesser gäbe, auf welchen sich die Last mit der Pfanne V stützte, so hätte man $r = 15$ Millimeter und $r_1 = \frac{2}{3}\, 15 = 10$ Millimeter in Rechnung zu stellen, und man erhielte:

Fig. 505.



$$P = Q\,\frac{50}{150 - 0{,}08\,.\,15}\left(\frac{0{,}051 + 0{,}1}{1 - 0{,}1\,.\,0{,}051}\right.$$

$$\left. + 0{,}08\,\frac{10}{50}\right) = Q\,0{,}336\,(0{,}152 + 0{,}016)$$

$$= 0{,}0568\; Q = 284 \text{ Kilogramm.}$$

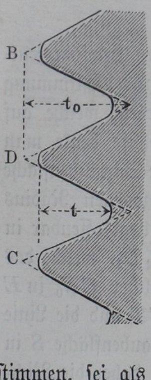
In diesem Falle berechnete sich der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{0{,}017}{0{,}0568} = 0{,}30 \text{ oder } 30 \text{ Procent.}$$

Das Beispiel zeigt hinreichend den Vortheil, welchen die Anordnung einer drehbaren Spindel gegenüber derjenigen einer drehbaren Mutter gewährt.

Befestigungsschrauben. Wie bereits erwähnt wurde, giebt man den Schrauben, welche zur Befestigung dienen, scharfe Gewindegänge, d. h. solche, deren Profile durch gleichschenkelige Dreiecke BDC, Fig. 506, begrenzt sind, die man aus praktischen Gründen in den Ecken abrundet. Hierbei erhält meist derselbe Theil, die Mutter oder die Spindel, beide Bewegungen (s. Fig. 500), doch kommen zuweilen auch Fälle vor, wo durch die Drehung der Spindel eine an der Drehung verhinderte Mutter angezogen wird. §. 127.

Fig. 506.



Die Bestimmung des Verhältnisses zwischen Kraft und Last, als welche letztere hier die Pressung anzusehen ist, mit welcher die zu verbindenden Theile gegen einander gedrückt werden sollen, findet in derselben Weise statt, wie bei den flachgängigen Schrauben, mit dem einzigen Unterschiede, daß die Reibung in den Gewinden sich hierbei in etwas anderer Art ermittelt.

Um diese Reibung zwischen scharfen Gewinden zu bestimmen, sei als Durchschnitt des Gewindes mit einer durch die Axe XX gelegten Ebene das gleichschenkelige Dreieck $A_1 B_1 C_1$, Fig. 507 (auf folgender Seite), mit der Basis $A_1 C_1 = s$ und dem Spitzenwinkel $A_1 B_1 C_1 = 2\, A_1 B_1 G_1 = 2\beta$ gewählt, so bildet die erzeugende Linie $A_1 B_1$ bei der schraubenförmigen Herumführung um die Axe eine schiefe Schraubenfläche S, auf welche die Mutter mit der Kraft Q preßt. Es sei ferner wieder dieser Druck Q in einer mittleren Schraubenlinie $E_1 E E_2$ vom