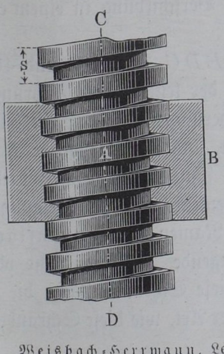
Fünftes Capitel.

Die Schrauben.

Schrauben im Allgemeinen. Das in der Einleitung, §. 28, mit dem Namen des Schraubenpaares bezeichnete Maschinenorgan findet eine sehr häufige Anwendung bei den verschiedensten Maschinenconstructionen. Wie bereits an gedachter Stelle angegeben wurde, besteht die relative Bewegung, deren die beiden Glieder, die Schraubenspindel und die Schraubenmutter, gegen einander fähig sind, aus einer Drehung um die Axe der Schraube verbunden mit einer Schiebung längs derselben, und es ist die Möglichkeit eines vollständigen Umschließens der Spindel durch die Mutter an die Bedingung geknüpft, daß das Verhältniß dieser beiden Bewegungen zu einander fortwährend denselben unveränderlichen Werth habe. Unter dieser Voraussetzung beschreibt nämlich jeder Punkt der Mutter B, Fig. 484, relativ gegen die Spindel CD eine cylindrische Schraubenlinie von der constanten Steigung s. Eine solche cylindrische Schraubenlinie BLK, Fig. 485 (a. f. S.), ist bekanntlich dadurch gekennzeichnet, daß sie durch Abwickelung des Cylindermantels, auf welchem sie befindlich ist, zu einer geraden Linie BH gestreckt wird, deren Neigungswinkel $HBG = \alpha$ gegen die Basis BG des Cylinders gegeben ist durch: §. 124.

Fig. 484.



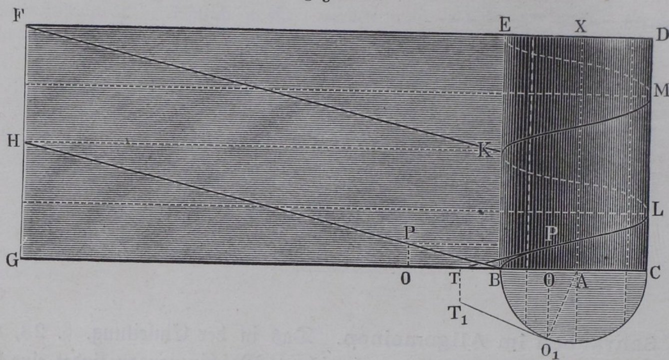
$$tang\,\alpha = \frac{GH}{GB} = \frac{s}{2\pi r},$$

unter s die Steigung oder Höhe GH eines Schraubenganges und unter r den Halbmesser

AB des Cylinders verstanden. Die Länge einer ganzen Schraubenwindung ist demgemäß bestimmt durch

$$BH = l = \sqrt{s^2 + (2\pi r)^2} = \frac{s}{\sin\alpha} = \frac{2\pi r}{\cos\alpha}.$$

Fig. 485.



Ebenso hat man für irgend ein Stück BP der Schraubenlinie, dessen Endpunkte B und P um den Centriwinkel $BAO_1 = \omega$ abstehen, die Ansteigung

$$OP = h = r\omega \, tang\,\alpha$$

und die Länge

$$BP = l = \frac{r\omega}{\cos\alpha}.$$

Aus $tang\,\alpha = \frac{s}{2\pi r}$ und $tang\,\alpha = \frac{h}{r\omega}$ folgt

$$\frac{h}{\omega} = \frac{s}{2\pi},$$

d. h. der Drehungwinkel steht zu der zugehörigen Verschiebung in einem constanten Verhältnisse.

Denkt man sich nun auf einem Cylinder $BEDC$, Fig. 486 und 487, eine Schraubenlinie BLK.. gezeichnet und auf der letzteren als Führungslinie eine gerade Erzeugungslinie BB_1 derartig herumgeführt, daß ein Punkt B derselben stetig in der Schraubenlinie verbleibt, und die Erzeugende BB_1 fortwährend die Axe AX unter demselben Winkel schneidet, so beschreibt jeder Punkt B_1 der Erzeugenden wieder eine Schraubenlinie von der Steigung s, und es entsteht eine gewisse windschiefe, mit dem Namen Schraubenfläche zu bezeichnende Fläche. Je nachdem die Erzeugende BB_1 senkrecht oder schief zur Axe AX vorausgesetzt wird, nimmt diese Schraubenfläche die in Fig. 486 oder 487 angedeutete Form an. Aus der Art, wie diese Schrauben=

flächen entstanden gedacht werden können, ergiebt sich, daß jeder um die Schraubenaxe AX concentrisch gelegte Cylinder von dem beliebigen Halbmesser r_1 die Schraubenfläche in einer cylindrischen Schraubenlinie vom Halbmesser r_1 schneidet, und daß für alle diese Schraubenlinien die Steigung eine und dieselbe Größe s hat. Der Neigungswinkel α_1 dieser Schraubenlinie ist dabei durch $tang\, \alpha_1 = \frac{s}{2 \pi r_1}$ ausgedrückt, woraus sich ergiebt, daß die von den einzelnen Punkten der Erzeugenden BB_1 beschriebenen Schraubenlinien um so geringere Neigung gegen die Basis des Cylinders haben, je größer der Abstand r_1 derselben von der Axe ist.

Fig. 486.

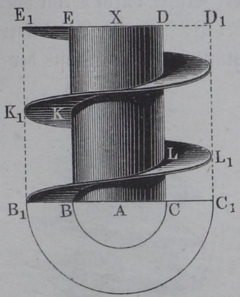
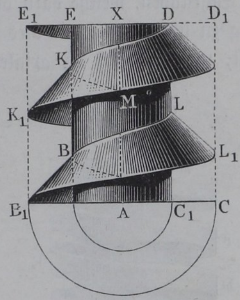


Fig. 487.



Wenn man in der angegebenen Weise anstatt der geraden Linie BB_1 eine beliebige gerad- oder krummlinig begrenzte ebene Figur als erzeugendes Element anwendet, indem man diese Figur mit einem ihrer Punkte auf einer gegebenen Schraubenlinie so herumführt, daß ihre Ebene stetig die Axe der Schraube in sich aufnimmt, so beschreibt der Umfang dieser Figur ebenfalls eine Schraubenfläche, welche einen gewissen schraubenförmig gewundenen Raum abschließt. Man nennt ein derartiges schraubenförmiges, materiell ausgeführtes Gebilde ein Schraubengewinde, und kann sich dasselbe gewissermaßen als eine Verkörperung der Schraubenlinie vorstellen.

Je nach der gewählten Erzeugungsfläche unterscheidet man verschiedene Arten von Gewinden, und sind die am häufigsten vorkommenden das flache Gewinde, Fig. 488 (a. f. S.), und das scharfe Gewinde, Fig. 489 (a. f. S.). Während das flache Gewinde durch die Bewegung eines Rechtecks $BCDE$, Fig. 490 (a. f. S.), erzeugt wird, dessen Höhe $BC = \frac{s}{2}$ gewählt wird, entsteht das scharfe Gewinde durch die Herumführung eines gleichschenkeligen Dreiecks BCD, Fig. 491 (a. f. S.), dessen Basis $BC = s$ ist. Während daher bei dem letzteren die Gewindegänge an dem inneren massiven Cylinder, dem sogenannten Kern, in dessen gesammter Oberfläche haften, bedecken die flachen Gänge nur die Hälfte des Kerns, welcher Umstand bei der Bestimmung der Festigkeit der Gewinde gegen ein Abscheeren in der Axenrichtung zu berücksichtigen ist. Die flachen Gewinde verwendet man hauptsächlich bei solchen Schrauben, welche dazu dienen, größere Kräfte durch Druck oder Stoßwirkung zu übertragen, wie dies besonders bei Pressen und Windewerken der Fall ist, weil das auf der axialen Druckrichtung normale Profil der Gänge

Fig. 488.

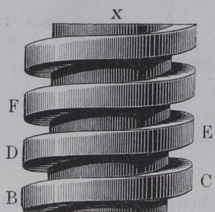
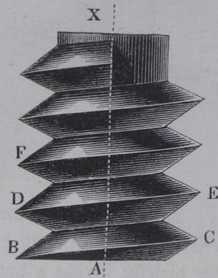


Fig. 489.



die letzteren zur Aufnahme größerer Drucke besonders geeignet macht. Auch ist hierbei der unvermeidliche Reibungswiderstand von einem geringeren Betrage als bei den scharfen Gewinden, welche, wie sich leicht ersieht, wegen ihrer schrägen Profile eine gewissermaßen keilartige Wirkung äußern, mit welcher größere Reibung verbunden ist. Aus letzterem Grunde werden scharfe Gewinde fast ausschließlich bei Befestigungsschrauben verwendet, bei welchen ein großer Reibungswiderstand dem beabsichtigten Zwecke insofern förderlich ist, als durch ihn ein selbständiges Lösen der Schraubenverbindung verhindert

Fig. 490.

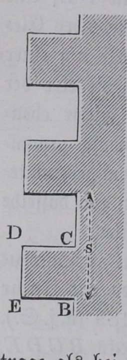


Fig. 491.

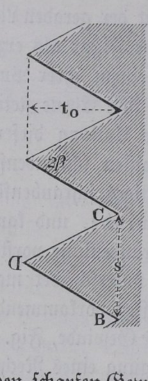


Fig. 492.

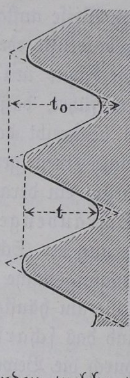


Fig. 493.

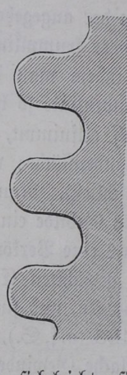
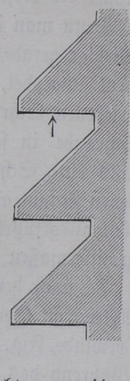


Fig. 494.



oder erschwert wird. Aus praktischen Rücksichten pflegt man übrigens häufig die scharfen Ecken der Gewindeprofile abzurunden, und wendet für Befestigungsschrauben meist das Whitworth'sche Profil, Fig. 492, und für Preßschrauben häufig runde Gewinde von der Durchschnittsform Fig. 493 an. Um bei sehr starken Drucken den Gewinden von Preß- und Prägwerken ꝛc. möglichste Widerstandsfähigkeit durch große Anhaftungsfläche am Schraubenkern zu geben und dabei doch nur geringe Reibung zu veranlassen, wird zuweilen der Querschnitt auch trapezförmig nach Fig. 494 gemacht, welche Form indessen selbstverständlich nur anwendbar sein wird, wenn der Druck stets nur in der einen Richtung (des Pfeils) von den Gewindegängen aufzunehmen ist.

Ebenso wie die Geometrie je nach der Drehungsrichtung, nach welcher das Fortschreiten in der Axe erfolgt, rechtsgängige und linksgängige Schraubenlinien unterscheidet, kennt man in der Praxis rechte und linke Schrauben, und versteht man unter rechtsgängigen Schrauben solche, bei welchen die Gewindegänge auf dem vorderen Theile der Schraubenspindel, welcher dem Beschauer zugewendet ist, von links nach rechts ansteigen (also entsprechend der Richtung bei der gewöhnlichen Currentschrift). Die in der Technik vorkommenden Schrauben sind fast ausschließlich rechtsgängig, nur in besonderen Fällen muß man linke Gewinde anwenden.

Endlich hat man die einfachen oder eingängigen von den zwei- und mehrgängigen Schrauben zu unterscheiden. Denkt man sich z. B. in Fig. 495 ein flaches Gewinde $B_1 C_1 D_1 E_1$ .. durch Herumführung eines

Fig. 495.

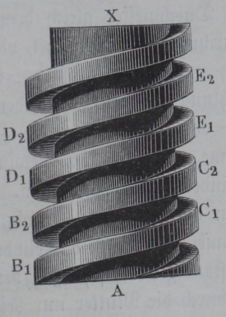
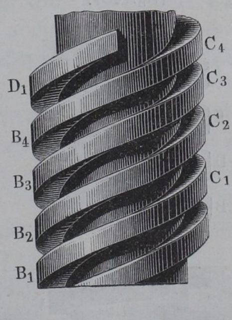


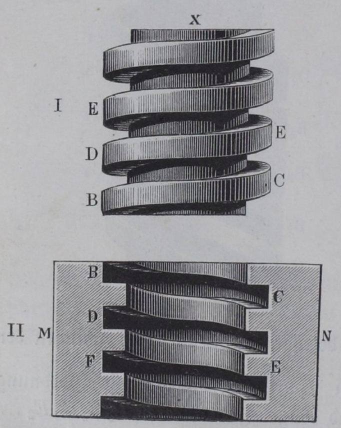
Fig. 496.



Rechteckes erzeugt, dessen Basis nur $\frac{s}{4}$ beträgt, so gestattet der zwischen den Gängen verbleibende Zwischenraum von $^3/_4\, s$ Breite offenbar die Anordnung eines dem ersten Gewinde parallelen und congruenten anderen $B_2 C_2 D_2 E_2 \ldots$, dessen Gänge von denen des ersteren überall den Abstand $\frac{s}{4}$ in der Axenrichtung gemessen haben. Es entsteht auf solche Weise eine zweigängige Schraube, und ist hieraus ohne Weiteres klar, was man unter einer drei-, vier- oder mehrgängigen Schraube zu verstehen hat. Fig. 496 (a. v. S.) stellt z. B. eine viergängige Schraube mit flachem Gewinde vor, dessen Erzeugungsfläche ein Rechteck mit der Basis $\frac{s}{8}$ ist. Es ist leicht zu erkennen, daß man mehrgängige Schrauben hauptsächlich bei verhältnißmäßig großer Steigung s anwenden wird, bei welcher eine eingängige Schraube gar zu massige Gewinde annehmen und bedeutende Reibungen ergeben würde. Die mehrgängigen Schrauben haben fast immer rechteckige oder trapezförmige Profile. Zu den mehrgängigen Schrauben gehören auch die zur Wasserförderung dienenden sogenannten Wasserschnecken, sowie die zur Bewegung der Schiffe angewendeten Schiffsschrauben, worüber ein Näheres in der zweiten Abtheilung.

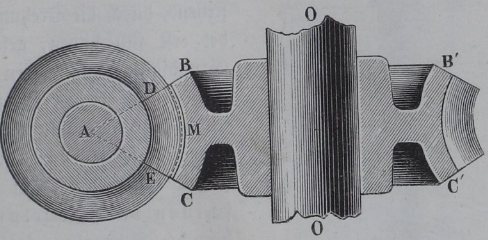
Das bisher über Schrauben Gesagte bezieht sich vorzugsweise auf die eigentliche Schraubenspindel, d. h. auf den aus dem massiven Kern und den darauf befindlichen erhabenen Gewinden bestehenden Theil. Zu jeder Schraubenspindel gehört nach dem in der Einleitung über Elementenpaare Angeführten stets ein zweites Paarglied, welches mit dem Namen der Schraubenmutter oder schlechtweg Mutter bezeichnet wird. Diese Mutter ist in ihrer Form immer durch diejenige der Schraubenspindel bestimmt, insofern die Mutter den Umschlußkörper der Spindel bildet. Die Schraubenmutter, Fig. 497 II, besteht daher immer aus einem Hohlcylinder MN, von einem inneren Durchmesser gleich dem äußeren Durchmesser der Spindel, oder einem doch nur wenig größeren, in dessen Höhlung ebenfalls Schraubenwindungen vortreten, welche die Zwischenräume zwischen den Gewinden der Spindel gerade ausfüllen. Es ist schon oben angedeutet und aus der Geometrie bekannt, daß ein derartiges vollständiges Umschließen der Spindel durch die Mutter nur bei der cylindrischen Schraube von constanter Steigung möglich ist, da bei nicht cylindrischer Grundgestalt oder veränderlicher Steigung jede relative Be-

Fig. 497.



wegung der beiden Theile von vornherein ausgeschlossen sein würde. Es ist indessen für die beabsichtigte Bewegung nicht unumgänglich, daß die Schraubenmutter ihre Spindel vollständig umschließe, es genügt dazu auch ein theilweiser Anschluß, wie man sich leicht überzeugt, wenn man aus der Mutter *M* einer Schraubenspindel *A*, Fig. 498, durch zwei, etwa nach der

Fig. 498.

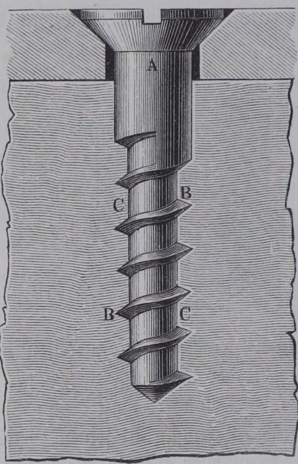


Axe gerichtete Schnitte *AB* und *AC* einen prismatischen Streifen herausschneidet, auf welchem die betreffenden Theile der Muttergewinde *DE* in Form schräger Zähne befindlich sein werden. Verhindert man diesen Theil nur in irgend welcher Weise, z. B. durch eine Führung, mit seinen Gewinden aus denen der Schraube herauszutreten, so muß er eben so wie eine volle Ringmutter an den der Schraube eigenthümlichen Bewegungen theilnehmen. Die Verschiebung dieses Stückes parallel der Axe würde dabei etwa der Bewegung einer Zahnstange entsprechen, und wenn man sich vorstellt, daß der hinreichend lange Streifen *BC* zu einem kreisförmigen Rade *BB′* gebogen werde, das um die feste Axe *OO* rotirt, so erkennt man leicht die Möglichkeit, die Schraubenspindel *A* als sogenannte Schraube ohne Ende mit einem Zahnrade zusammenwirken zu lassen, welches die Function der Schraubenmutter übernimmt und mit der Bezeichnung eines Schneckenrades oder auch wohl Wurmrades belegt wird.

Wenn die Schraubenspindel und die Mutter aus Materialien von gleicher oder nahezu gleicher Widerstandsfähigkeit bestehen, so pflegt man den Gewinden auch gleiche Querschnitte zu geben, wie aus den Figuren 490 bis 494 ersichtlich ist. Nur in solchen Fällen, in denen die Festigkeit des Materials beider Theile sehr verschieden ist, weicht man von dieser Regel ab, so z. B. bei den Holzschrauben, Fig. 499 (a. f. S.), d. h. solchen metallenen Schraubenspindeln, deren Muttergewinde aus Holz bestehen, und welche durch das Eindrehen der Spindel sich erst bilden. Hierfür ist es allgemein gebräuchlich, die Gewinde *B* der Spindel dünn und der von ihnen zu äußernden schneidenden Wirkung wegen messerartig scharf auszubilden, so daß die zwischen ihnen vorhandenen breiteren Zwischenräume *C* hölzernen Muttergewinden von genügender Widerstandsfähigkeit gegen ein Ausziehen der

Schraube entsprechen. Bei solchen Holzschrauben ist es auch allein zulässig, der Spindel eine nach dem Ende hin conisch verjüngte Gestalt zu geben, welche Form bei Anwendung metallener Muttern nicht zulässig*) ist. Auch bei allen denjenigen Schrauben, deren Muttern, aus bildsamen Massen bestehend, durch die Drehung der Spindel erst sich bilden, gelten ähnliche Grundsätze. Zu diesen Schrauben gehören außer den schon erwähnten Schiffsschrauben und Wasserschnecken noch gewisse Schraubenventilatoren und manche in Knetmaschinen und Ziegelpressen gebrauchte Schrauben, sowie die zum Transporte des Mehls in Mahlmühlen angewandten Transportschrauben, von denen an den betreffenden Stellen gehandelt werden wird.

Fig. 499.



§. 125. **Schraubenbewegung.** Die relative Bewegung zwischen einer Schraubenspindel und ihrer Mutter besteht nach dem Früheren stets in einer zweifachen Elementarbewegung, einer Drehung um die Axe und einer geradlinigen Verschiebung parallel der letzteren. Durch die Form, welche man den Gewindegängen gegeben hat, ist unter Ausschluß jeder anderen Bewegung das Verhältniß der Drehung ω zur Schiebung h ein unveränderliches. Wenn man daher zwischen den beiden Gliedern, Spindel und Mutter, eine jener beiden relativen Bewegungen, Drehung oder Schiebung, in einem gewissen Betrage veranlaßt, so muß auch die andere Bewegung zwischen den Gliedern sich in der durch $\frac{h}{\omega} = \frac{s}{2\pi}$ gegebenen Größe einstellen. Da es sich hierbei nur um relative Bewegungen zwischen Schraube und Mutter handelt, so ist es offenbar gleichgültig, welcher Theil die absoluten Bewegungen vollführt. Hält man den einen Theil beispielsweise ganz fest, so daß er weder einer Drehung noch einer Verschiebung fähig ist, so müssen beide Bewegungen von dem anderen Theile ausgeführt werden, und ist der eine Theil nur einer der beiden Bewegungen fähig, so wird der andere Theil nothwendig zu der zwei-

*) Eine sehr seltene Ausnahme hiervon giebt die Seilverbindung, Fig. 463, S. 591.

ten Bewegung veranlaßt. Die verschiedenen hieraus folgenden Anordnungen von Schrauben kommen in der Praxis je nach den zu erreichenden Zwecken gleich häufig vor. So empfängt bei den Schraubenbolzen, welche wie CD, Fig. 500, zur Verbindung der Flanschen A und B zweier Röhren so häufige

Fig. 500.

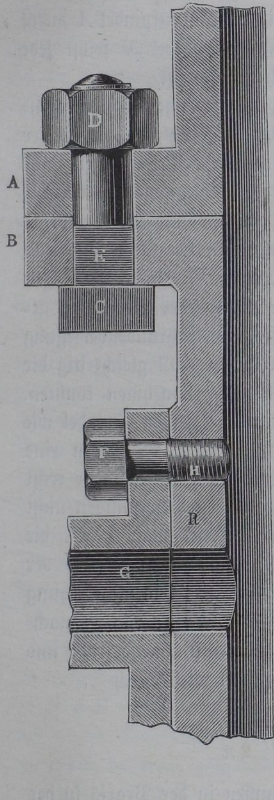


Fig. 501.

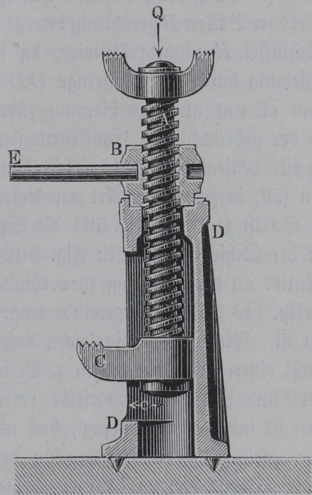
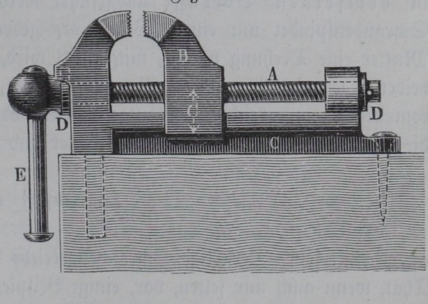


Fig. 502.



Anwendung finden, die Mutter D beide Bewegungen, indem der Bolzen durch den Kopf C an der Verschiebung und durch den prismatischen Schaft E an der Drehung gehindert ist. Andererseits werden bei der Befestigung des Zweigrohres G an BR durch sogenannte Stiftschrauben wie F beide Bewegungen von der Schraubenspindel H ausgeführt, deren Muttergewinde in der Wandung des festliegenden Rohres R befindlich sind. Bei der

Schraubenwinde, Fig. 501 (a. v. S.), wo die Spindel A durch ihre aufsteigende Bewegung die Last Q heben soll, hat man der Mutter B etwa durch den Hebel E die Drehung zu ertheilen, während die Spindel durch die Klaue C, die durch einen Schlitz des festen Ständers D heraustritt, an der Drehung verhindert ist. Umgekehrt wird bei dem Parallelschraubstocke, Fig. 502 (a. v. S.), der mit dem Muttergewinde versehene, auf dem Prisma C verschiebbare Backen B geradlinig bewegt, sobald die Schraubenspindel A durch den Schlüssel E umgedreht wird, da der drehbaren Spindel N selbst jede Verschiebung durch die Stoßringe DD unmöglich gemacht ist.

Man erkennt aus den hier angeführten Beispielen, welche als Repräsentanten der gebräuchlichen Constructionen gelten können, leicht, daß es immer nöthig ist, denjenigen Theil, welcher eine oder auch beide Bewegungen nicht machen soll, in geeigneter Art an dieser oder diesen Bewegungen zu verhindern. So ist z. B. in Fig. 501 die Spindel an der Drehung und die Mutter an der Schiebung und in Fig. 502 die Spindel an der Schiebung und die Mutter an der Drehung zu verhindern, während in Fig. 500 der Bolzen CE resp. das die Muttergewinde tragende Rohr R an jeder Bewegung gehindert ist. Man erkennt ja leicht, daß die beabsichtigte Schraubenbewegung gar nicht eintreten würde, wenn z. B. in Fig. 501 oder 502 gleichzeitig die Spindel und die Mutter dieselbe rotirende Bewegung annehmen könnten. Hiermit ist indessen nicht gesagt, daß nicht doch beiden Theilen, Spindel wie Mutter, gleichzeitig eine Bewegung derselben Art, also z. B. beiden eine Drehung ertheilt werden könnte. Eine solche Anordnung ist vielmehr recht wohl möglich, wenn man nur dafür sorgt, daß die beiden Bewegungen nicht in demselben Betrage ausgeführt werden. Denkt man z. B. die Schraubenspindel um einen Winkel ω_1 gedreht, während gleichzeitig der Mutter eine Drehung um ω_2 mitgetheilt wird, so hat eine relative Drehung beider gegen einander in dem Betrage $\omega = \omega_1 \pm \omega_2$ stattgefunden, je nachdem die Drehungsrichtungen entgegengesetzt oder übereinstimmend sind, und die relative Verschiebung zwischen Mutter und Spindel wird durch

$$h = \omega \frac{s}{2\pi} = (\omega_1 \pm \omega_2) \frac{s}{2\pi}$$

ausgedrückt sein. Derartige Schraubengetriebe kommen in der Praxis in der That, wenn auch nur selten, vor, einige Beispiele dazu sind die in den Paragraphen 43 und 48, Figuren 134 und 155, erwähnten Mechanismen für Bohrwerke. Die spätere Untersuchung wird ergeben, daß eine derartige Anordnung einer Schraube mit Differenzbewegung unter gewissen Umständen recht große Vortheile den gewöhnlichen Anordnungen gegenüber zu gewähren vermag.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich auch, zu welchem Zwecke man Schrauben anwendet. Zunächst ist die Schraube ein Mittel, um eine rotirende Bewegung in eine geradlinige Verschiebung umzuwandeln oder umgekehrt, doch liegt diese Absicht weniger häufig der Anordnung der Schrauben zu Grunde, da die Schrauben meist mit sehr bedeutenden Nebenhindernissen verbunden sind, so daß man zur Umwandlung jener beiden Bewegungen in einander meist andere weniger kraftzehrende Mittel, wie z. B. Zahnstangen mit Zahngetrieben, oder Kurbeln verwendet. Im Allgemeinen ist auch die erzeugte geradlinige Bewegung nur klein im Vergleiche mit der Drehbewegung, da der Neigungswinkel α der Schrauben in den meisten Fällen ein kleiner ist. Aus letzterem Grunde gerade wendet man Schrauben gern da an, wo es sich darum handelt, eine Bewegung möglichst schnell und in einfacher Weise zu verringern, oder was auf dasselbe hinausläuft, eine Kraft wesentlich zu steigern, insofern nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, wenn von den Nebenhindernissen abgesehen wird, der mit bestimmter Kraft zu überwindende Widerstand in demselben Verhältnisse größer ausfällt, in welchem der Weg desselben kleiner ist als der Weg der Kraft. Bei allen denjenigen Einrichtungen, wo es sich daher darum handelt, sehr genaue und scharf zu controlirende Einstellungen vorzunehmen, wie z. B. bei Theilmaschinen, Meßapparaten, vielen Arbeitsmaschinen wie Drehbänken und Hobelmaschinen ist die Schraube ein fast unentbehrliches Hülfsmittel. Andererseits spricht die leicht mögliche Vergrößerung einer Kraft ebensowohl für die Verwendung der Schrauben bei Windevorrichtungen, Pressen, Druckwerken u. s. w., wie auch namentlich für den Gebrauch derselben als Befestigungsmittel. Bei den letzteren sind die bedeutenden Reibungswiderstände der Schrauben wie schon oben bemerkt dem Zwecke förderlich, insofern sie ein unbeabsichtigtes Lösen der Verbindung erschweren.

Kraftverhältnisse der Schrauben. Wenn an der Schraube keine Nebenhindernisse vorhanden wären, so würde das Verhältniß der am Hebelsarme $AB = R$, Fig. 503 (a. f. S.), anzubringenden Umtriebskraft P_0 zu der in der Axenrichtung AC wirksamen Last Q sich einfach dadurch bestimmen, daß bei einer vollen Umdrehung der Schraubenspindel, also entsprechend einem Wege $2\pi R$ der Kraft P_0, die Last Q um die Steigung s bewegt wird, man hätte daher §. 126.

$$P_0\, 2\pi R = Qs,$$

oder

$$P_0 = Q\frac{s}{2\pi R} = Q\frac{r}{R}\frac{s}{2\pi r} = Q\frac{r}{R}\, tang\, \alpha,$$

unter α den Neigungswinkel der Schraubenlinie in der mittleren Axenentfernung r der Gewinde verstanden.

In der Wirklichkeit stellen sich aber so bedeutende Reibungswiderstände ein, daß die erforderliche Umdrehungskraft P einen viel höheren, häufig zwei- bis dreimal größeren Werth als P_0 annimmt. Diese Reibungswiderstände bestehen vornehmlich in der gleitenden Reibung an den Gewindegängen zwischen der Spindel und Mutter, sowie aus der Spurzapfenreibung, welche der sich drehende Theil an seiner Stützfläche findet. Wenn die drehende Kraft

Fig. 503.

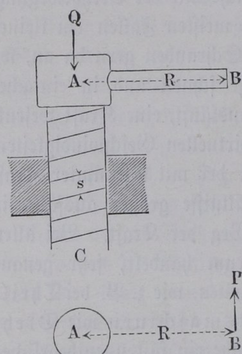
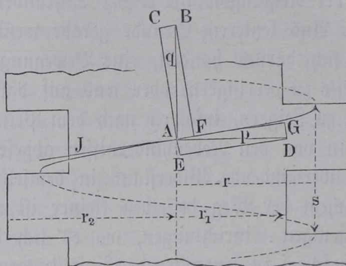


Fig. 504.



hierbei einseitig wirkt, wie fast immer der Fall ist, so tritt auch noch eine Zapfenreibung in dem Halslager hinzu, und häufig findet auch noch eine gleitende Reibung des geradlinig geführten Theiles in der Führung statt, welche diesen Theil am Drehen verhindert. Letzterer Widerstand tritt nicht ein, wenn der eine Theil, Spindel oder Mutter, beide Bewegungen erhält, und in diesem Falle fällt auch die Spurzapfenreibung fort, sobald die zu hebende Last an der Drehung ebenfalls Theil hat, was aber nur selten der Fall ist.

Um diese Widerstände zu bestimmen, sei $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$, Fig. 504, der Halbmesser der mittleren Schraubenlinie auf dem Gewinde, das zunächst als flaches Gewinde vorausgesetzt werden soll. Man darf mit genügender Annäherung annehmen, daß der von der Mutter auf die Spindel übertragene Druck Q und die Gewindereibung in dieser Schraubenlinie wirken. Ist wieder s die Steigung der Schraube, so hat man für diese mittlere Schraubenlinie das Steigungsverhältniß $n = tang\, \alpha = \frac{s}{2 \pi r}$.

Es möge ferner P_1 die am Umfange dieser Schraubenlinie senkrecht zur Axe wirksame Umdrehungskraft sein, und denke man sich dieselbe ebenso wie die Last Q ringsum gleichmäßig auf eine Windung vertheilt, so daß ein Element A der Schraubenlinie dem axialen Drucke $q = \frac{Q}{2\pi r} = BA$ und dem tangentialen Drucke $p = \frac{P_1}{2\pi r} = AD$ ausgesetzt ist. Diese beiden Kräfte erzeugen dann in A einen zu dem Schraubengewinde normalen Druck

$$N = CA + AE = q \cos\alpha + p \sin\alpha,$$

welcher eine gleitende Reibung $F = \mu N$ hervorruft, unter μ den Reibungscoefficienten verstanden. Da bei einer vollen Umdrehung der Schraube diese Reibung auf einem Wege gleich einer Schraubenwindung $l = \frac{2\pi r}{\cos\alpha}$ überwunden wird, so erhält man durch Gleichsetzung der mechanischen Arbeiten

$$p\, 2\pi r = q s + \mu q \cos\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha} + \mu p \sin\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha}$$

oder, wenn $\frac{s}{2\pi r} = tang\, \alpha = n$ eingeführt wird:

$$p = qn + \mu q + \mu p n,$$

d. h.

$$p = q \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Da diese Beziehung für jeden Punkt der Schraubenlinie gleichmäßig gilt, so kann man anstatt der elementaren Kräfte p und q offenbar auch die Summen $P_1 = 2\pi r p$ und $Q = 2\pi r q$ setzen, und erhält:

$$P_1 = Q \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Soll nun aber die Drehung der Schraube nicht durch eine am Umfange derselben gleichmäßig vertheilte Kraft P_1, sondern durch eine am Hebelsarme R einseitig wirkende Kraft P bewirkt werden, so wird hierdurch an dem Halszapfen des gedrehten Theiles vom Halbmesser $\mathfrak{r}$ eine Zapfenreibung φP erzeugt, und da ebenfalls durch die Last Q an der Spur- oder Stützfläche vom mittleren Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ eine Zapfenreibung φQ hervorgerufen wird, so hat man unter Berücksichtigung dieser Zapfenreibungen:

$$PR = P_1 r + \varphi P \mathfrak{r} + \varphi Q \mathfrak{r}_1.$$

Hieraus folgt:

$$P(R - \varphi \mathfrak{r}) = P_1 r + \varphi Q \mathfrak{r}_1$$

oder nach Einsetzung des obigen Werthes von P_1:

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}} Q \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right).$$

Da die zur Ueberwindung des Widerstandes Q theoretisch, d. h. bei Nichtvorhandensein der Reibung erforderliche Kraft P_0 sich ergab zu

$$P_0 = Q \frac{r}{R} \frac{s}{2 \pi r} = \frac{r}{R} Q n,$$

so findet man den Wirkungsgrad der Schraube, d. h. das Verhältniß der theoretisch nur erforderlichen zu der wirklich aufzuwendenden Drehkraft zu

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{R - \varphi \mathfrak{r}}{R} \frac{n (1 - n \mu)}{n + \mu + (1 - n \mu) \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}}.$$

Aus dem gefundenen Werthe von η ergiebt sich, daß der Wirkungsgrad um so größer ausfällt, je kleiner man den Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ des Spurzapfens annehmen kann, und daraus folgt weiter, daß im Allgemeinen eine solche Anordnung, bei welcher die Schraubenspindel die Drehung erhält, wirkungsvoller sein wird, als eine derartige mit drehbarer Mutter. In letzterem Falle muß nämlich die den Druck Q aufnehmende Stützfläche ringförmig und von einem verhältnißmäßig großen Halbmesser $\mathfrak{r}_1$ ausgeführt werden, während bei drehbarer Spindel ein dünner cylindrischer Spurzapfen zur Verwendung kommen kann. Bei dem beträchtlichen Einflusse gerade der Stützzapfenreibung ist dieser Umstand nicht zu unterschätzen und sollte man, wo es irgend thunlich ist, eine solche Anordnung wählen, bei welcher die Schraubenspindel die Drehung empfängt.

Obige Ausdrücke für P_1 und η gelten ohne Weiteres auch für den umgekehrten Bewegungszustand, d. h. für den Fall, daß die axial wirkende Kraft Q als treibend angenommen wird, sobald man nur die Vorzeichen von μ und φ entgegengesetzt annimmt, indem in diesem Falle sämmtliche Reibungswiderstände in entgegengesetztem Sinne wirken. Bezeichnet daher (P) die durch die sinkende Last Q an dem Hebelsarme R erzeugte Kraft, so ist:

$$(P) = \frac{r}{R + \varphi \mathfrak{r}} Q \left(\frac{n - \mu}{1 + n \mu} - \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r} \right),$$

und man hat für diese Rückgangsbewegung den Wirkungsgrad:

$$(\eta) = \frac{(P)}{P_0} = \frac{R}{R + \varphi \mathfrak{r}} \frac{n - \mu - (1 + n \mu) \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}}{n (1 + n \mu)}.$$

Wenn der Ausdruck für (P) und daher auch derjenige für (η) negativ wird, so ist damit ausgesprochen, daß die Last Q in ihrem Bestreben zu sinken nicht nur keinen Druck an dem Hebelsarme R auszuüben vermag, sondern daß sogar noch eine bestimmte Kraft (P) an diesem Hebelsarme in einem dem Sinken der Last Q günstigen Sinne angebracht werden müsse. Von selbst kann daher in solchem Falle die Last Q nicht sinken und die ganze Vorrichtung hat dann die Eigenschaft der selbstthätigen Sperrung. Wenn diese Eigenschaft auch für manche Einrichtungen eine gewisse Sicherheit und Bequemlichkeit darbietet, so ist sie doch, wie leicht zu erkennen, immer nur durch einen geringen Wirkungsgrad, also durch einen wenig ökonomischen Verbrauch von mechanischer Arbeit erkauft. Die Grenze, bei welcher eine Schraube aufhört, selbstsperrend zu sein, ist durch $(P) = 0$, also durch

$$n - \mu = (1 + n\mu)\, \varphi \frac{r_1}{r}$$

gegeben, woraus das geringste Neigungsverhältniß n, bei welchem noch Rückgang eintritt, sich berechnet zu:

$$n = \frac{\mu + \varphi \dfrac{r_1}{r}}{1 - \mu \varphi \dfrac{r_1}{r}} = \frac{\mu r + \varphi r_1}{r - \mu \varphi r_1}.$$

Die meisten der in der Wirklichkeit vorkommenden Schrauben bei Windewerken, Pressen ꝛc. sind selbstsperrend, nur bei manchen Einrichtungen, z. B. bei Prägwerken, ist n so groß, d. h. die Neigung der Gewinde so steil, daß die Schraube unter Einfluß des Axendruckes Q sich von selbst zurückdreht. Die Befestigungsschrauben müssen natürlich immer selbstsperrend sein, weil sonst eine Befestigung durch dieselben gar nicht möglich sein würde.

Anmerkung. Wie schon bemerkt, findet unter Umständen noch eine gleitende Reibung zwischen dem geradlinig bewegten Theile und seiner Führung statt, welche letztere dazu dient, den gedachten Theil an der Drehung zu hindern. Dieser Widerstand stellt sich daher nur in denjenigen Fällen ein, wo jedem der beiden Theile, Spindel und Mutter, eine der beiden Bewegungen ertheilt wird. So ist z. B. in Fig. 501 die Spindel A an der Drehung dadurch verhindert, daß die Klaue C sich gegen die Wand des in dem Gestelle D angebrachten Schlitzes lehnt, während in Fig. 502 das feste Prisma C die übergreifende Mutter B am Drehen hindert. In Folge davon wird an der Führung eine gleitende Reibung μT erzeugt, wenn T den Druck an der Führung bedeutet. Dieser Reibungswiderstand ist bei einer Umdrehung der Schraube auf einem Wege gleich der Steigung s zu überwinden gerade wie die Last Q, und man hat daher als den von der Schraube zu überwindenden Widerstand $Q + \mu T$ anstatt Q anzunehmen. Der Führungsdruck T wird nun erzeugt durch das Moment $P_1 r$ der am Schraubenumfange wirkenden Kraft P_1 und man findet daher aus

$$P_1 r = c T;\;\; T = P_1 \frac{r}{c},$$

wenn c den Abstand der mittleren Führungskante von der Schraubenaxe bezeichnet, demzufolge erhält man nun durch Gleichsetzung der mechanischen Arbeiten während einer Umdrehung:

$$P_1 2\pi r = \left(Q + \mu P_1 \frac{r}{c}\right)\left(s + \mu \cos\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha}\right) + \mu P_1 \sin\alpha \frac{2\pi r}{\cos\alpha},$$

oder

$$P_1 = Q \frac{n + \mu}{1 - n\mu - \mu \frac{r}{c}(n + \mu)}.$$

Unter Berücksichtigung der Zapfenreibungen erhält man daher wie oben die Umdrehungskraft P am Hebelsarme R:

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathrm{r}} Q \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu - \mu \frac{r}{c}(n + \mu)} + \varphi \frac{\mathrm{r}_1}{r}\right).$$

Dem oben gefundenen Ausdrucke für die Umfangskraft $P_1 = Q \frac{n \pm \mu}{1 \mp n\mu}$ kann man auch eine andere Form geben, wenn man für $n = \frac{s}{2\pi r}$ seinen Werth $tang\,\alpha$ und für den Reibungscoefficienten μ die Tangente des Reibungswinkels $tang\,\varrho$ einführt. Dadurch erhält man:

$$P_1 = Q \frac{tang\,\alpha \pm tang\,\varrho}{1 \mp tang\,\alpha\; tang\,\varrho} = Q\; tang\,(\alpha \pm \varrho),$$

worin die oberen Zeichen für den Vorwärtsgang und die unteren für den Rückwärtsgang gelten.

Beispiel. Wenn bei einer Schraubenwinde nach Art der Fig. 501 mit drehbarer Mutter die Steigung $s = 16$ Millimeter, der mittlere Halbmesser der Gewinde $r = 50$ Millimeter, der Halbmesser des Halslagers der Mutter $\mathrm{r} = 80$ Millimeter und der Reibungshalbmesser der ringförmigen Stützfläche derselben $\mathrm{r}_1 = 65$ Millimeter gemacht ist, wie groß ist dann die an einem Halbmesser $R = 150$ Millimeter erforderliche Drehkraft P für eine zu hebende Last $Q = 100$ Ctr. $= 5000$ Kilogramm, wenn man den Coefficienten der gleitenden Reibung in den Gewinden $\mu = 0{,}1$ und denjenigen der Zapfenreibung $\varphi = 0{,}08$ annimmt, und wenn der Abstand der Führungskante von der Schraubenaxe $c = 0{,}1$ Meter ist?

Man hat hier

$$n = \frac{16}{2\pi\,.\,50} = 0{,}051 = tang\,2^0\,56',$$

daher:

$$P = Q \frac{50}{150 - 0{,}08\,.\,80}\left(\frac{0{,}051 + 0{,}1}{1 - 0{,}051\,.\,0{,}1 - 0{,}1 \frac{50}{100}(0{,}051 + 0{,}1)} + 0{,}08 \frac{65}{50}\right)$$

$$= Q\; 0{,}348\,(0{,}153 + 0{,}104) = 0{,}0894\; Q = 447 \text{ Kilogramm.}$$

Ohne Nebenhindernisse würde man haben:

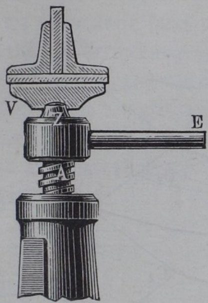
$$P_0 = Q \frac{50}{150}\, 0{,}051 = 0{,}017\; Q = 85 \text{ Kilogramm,}$$

daher hat die Winde einen Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{0{,}017}{0{,}0894} = 0{,}190 \text{ oder von nur 19 Procent.}$$

Würde man unter übrigens gleichen Verhältnissen die Schraubenspindel drehen, indem man derselben nach Fig. 505 einen Spurzapfen Z von 30 Millimeter Durchmesser gäbe, auf welchen sich die Last mit der Pfanne V stützte, so hätte man $r = 15$ Millimeter und $r_1 = \frac{2}{3}\, 15 = 10$ Millimeter in Rechnung zu stellen, und man erhielte:

Fig. 505.



$$P = Q\,\frac{50}{150 - 0{,}08\,.\,15}\left(\frac{0{,}051 + 0{,}1}{1 - 0{,}1\,.\,0{,}051}\right.$$

$$\left. + 0{,}08\,\frac{10}{50}\right) = Q\; 0{,}336\;(0{,}152 + 0{,}016)$$

$$= 0{,}0568\; Q = 284 \text{ Kilogramm.}$$

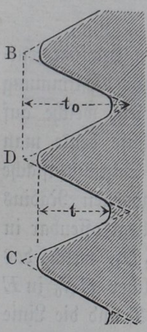
In diesem Falle berechnete sich der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{0{,}017}{0{,}0568} = 0{,}30 \text{ oder } 30 \text{ Procent.}$$

Das Beispiel zeigt hinreichend den Vortheil, welchen die Anordnung einer drehbaren Spindel gegenüber derjenigen einer drehbaren Mutter gewährt.

Befestigungsschrauben. Wie bereits erwähnt wurde, giebt man den Schrauben, welche zur Befestigung dienen, scharfe Gewindegänge, d. h. solche, deren Profile durch gleichschenkelige Dreiecke BDC, Fig. 506, begrenzt sind, die man aus praktischen Gründen in den Ecken abrundet. Hierbei erhält meist derselbe Theil, die Mutter oder die Spindel, beide Bewegungen (s. Fig. 500), doch kommen zuweilen auch Fälle vor, wo durch die Drehung der Spindel eine an der Drehung verhinderte Mutter angezogen wird. §. 127.

Fig. 506.

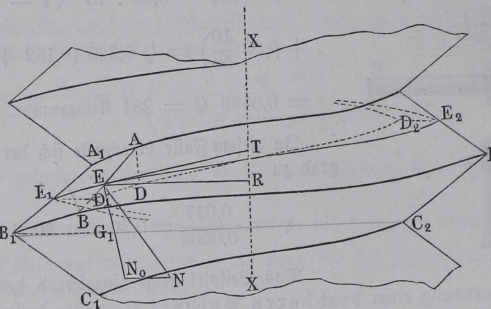


Die Bestimmung des Verhältnisses zwischen Kraft und Last, als welche letztere hier die Pressung anzusehen ist, mit welcher die zu verbindenden Theile gegen einander gedrückt werden sollen, findet in derselben Weise statt, wie bei den flachgängigen Schrauben, mit dem einzigen Unterschiede, daß die Reibung in den Gewinden sich hierbei in etwas anderer Art ermittelt.

Um diese Reibung zwischen scharfen Gewinden zu bestimmen, sei als Durchschnitt des Gewindes mit einer durch die Axe XX gelegten Ebene das gleichschenkelige Dreieck $A_1 B_1 C_1$, Fig. 507 (auf folgender Seite), mit der Basis $A_1 C_1 = s$ und dem Spitzenwinkel $A_1 B_1 C_1 = 2\, A_1 B_1 G_1 = 2\,\beta$ gewählt, so bildet die erzeugende Linie $A_1 B_1$ bei der schraubenförmigen Herumführung um die Axe eine schiefe Schraubenfläche S, auf welche die Mutter mit der Kraft Q preßt. Es sei ferner wieder dieser Druck Q in einer mittleren Schraubenlinie $E_1 E E_2$ vom

Halbmesser r concentrirt gedacht, und bezeichne q den Theil von Q, welcher durch ein Element E der Drucklinie aufgenommen wird, und ebenso sei mit p derjenige Theil der Umdrehungskraft bezeichnet, welcher in E senkrecht zur

Fig. 507.



Axe am Halbmesser r wirksam zu denken ist. Wenn man wie bei der flachgängigen Schraube jede dieser beiden Kräfte q und p in zwei Seitenkräfte nach der Richtung ET der Tangente an die Schraubenlinie in E und senkrecht dazu zerlegt denkt, so hat die Summe der letzteren beiden Componenten wie im vorigen Paragraphen die Größe

$$EN_0 = N_0 = q \cos \alpha + p \sin \alpha.$$

Diese Kraft steht nun aber nicht mehr, wie bei dem flachen Gewinde senkrecht auf der belasteten Schraubenfläche S, und muß daher zur Bestimmung der fraglichen Reibung diejenige Componente ermittelt werden, welche auf dieser Schraubenfläche in E normal steht. Zu diesem Behufe denke man sich durch E und die Axe XX eine Ebene gelegt, welche die Schraubenfläche S in der Geraden AEB schneidet und mit dem an E gezogenen Radius ED den Winkel $AED = \beta$ bildet. Dieser Radius ED liegt offenbar in derjenigen normalen Schraubenfläche S_0 oder $E_1 D_1 ED E_2 D_2$, welche das Perpendikel $E_1 D_1$ bei der Erzeugung beschreibt, und auf welcher EN_0 in E senkrecht steht. Denkt man sich nun durch die Tangente ET und die Linie EA eine Ebene gelegt, so berührt dieselbe die schräge Schraubenfläche S in E, und eine auf dieser Ebene errichtete Normale EN giebt daher die Richtung der erwähnten Componente von EN_0 an, welche als zur Druckfläche normal, die Reibung erzeugt. Offenbar liegen diese beiden Geraden EN_0 und EN mit dem Radius ED in derselben Ebene, da diese drei Linien auf der Tangente ET senkrecht stehen. Bezeichnet man daher den Winkel $N_0 EN$ mit δ, welchen die Normalen zu den beiden Schraubenflächen S_0 und S mit einander bilden, so zerlegt sich die Kraft $N_0 = q \cos \alpha + p \sin \alpha$ in zwei

Componenten $EN = \frac{q \cos\alpha + p \sin\alpha}{\cos\delta} = N$ senkrecht zur Fläche S, und $N_0 N = (q \cos\alpha + p \sin\alpha) \operatorname{tang}\delta$ in radialer Richtung. Die letztere Seitenkraft kann außer Betracht gelassen werden, da wegen der gleichmäßigen Vertheilung von q und p um die Axe herum jedem Elemente E ein diametral gegenüberliegendes Element entspricht, für welches diese radiale Seitenkraft den gleichen Betrag und die entgegengesetzte Richtung hat. Ebenso kann man wie früher wegen jener gleichmäßigen Vertheilung für q und p die Summen Q und P dieser elementaren Kräfte setzen, und man erhält daher ganz ähnlich wie im vorigen Paragraphen aus

$$P\,2\pi r = Q s \pm \mu \frac{Q \cos\alpha}{\cos\delta} \frac{2\pi r}{\cos\alpha} \pm \mu \frac{P \sin\alpha}{\cos\delta} \frac{2\pi r}{\cos\alpha}$$

hier

$$P = Q \frac{n \pm \frac{\mu}{\cos\delta}}{1 \mp \frac{n\mu}{\cos\delta}} = Q \frac{n \cos\delta \pm \mu}{\cos\delta \mp n\mu}.$$

Es handelt sich daher nur noch um die Bestimmung des Winkels δ, welchen die beiden Normalen EN_0 und EN mit einander bilden. Dieser Winkel ist derselbe, unter welchem die beiden auf diesen Linien normalen Ebenen TED und TEA gegen einander geneigt sind, also der Winkel an der Kante ET in dem sphärischen Dreiecke $EATD$. In diesem Dreiecke ist, wie leicht ersichtlich, die eine Seite $AED = \beta$, die andere Seite $TED = 90^0$ und der eingeschlossene Winkel an der Kante $ED = 90 - \alpha$. Man hat daher nach den Formeln der sphärischen Trigonometrie zunächst für die dritte Seite $AET = \gamma$:

$$\cos\gamma = \cos\beta \cos 90^0 + \sin\beta \sin 90^0 \cos(90 - \alpha) = \sin\beta \sin\alpha$$

und daraus für den gesuchten Winkel δ an der Kante ET:

$$\sin\delta = \sin\beta \frac{\sin(90^0 - \alpha)}{\sin\gamma} = \frac{\sin\beta \cos\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\beta \sin^2\alpha}}$$

oder

$$\cos\delta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\beta \cos^2\alpha}{1 - \sin^2\beta \sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2\beta}{1 - \sin^2\beta \sin^2\alpha}}.$$

Zähler und Nenner durch $1 - \sin^2\beta$ dividirt, liefert

$$\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2\beta \frac{1 - \sin^2\alpha}{1 - \sin^2\beta}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\beta \cos^2\alpha}}$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2\alpha + \operatorname{tang}^2\beta}}.$$

Setzt man diesen Werth für $\cos\delta$ ein, so erhält man schließlich:

$$P = \frac{n \pm \mu \cos\alpha \sqrt{1 + tang^2\alpha + tang^2\beta}}{1 \mp n\mu \cos\alpha \sqrt{1 + tang^2\alpha + tang^2\beta}}.$$

Man kann übrigens bemerken, daß bei den Verhältnissen, wie sie bei den Befestigungsschrauben üblich sind, der Neigungswinkel α der Gewinde so klein ist (2 bis 3^0 bei der fast allgemein angenommenen Whitworth'schen*) Scala), daß man füglich $\cos\alpha = 1$ und $tang^2\alpha = 0$ setzen kann und dann mit genügender Genauigkeit $\cos\delta = \cos\beta$ erhält, so daß obige Gleichung für P unter dieser Voraussetzung übergeht in

$$P = Q\frac{n\cos\beta \pm \mu}{\cos\beta \mp n\mu}.$$

Der Kantenwinkel 2β der scharfen Gewinde beträgt bei dem Whitworth'schen System etwa 55^0, daher man für diese Schrauben

$$P = Q\frac{0{,}88\,n \pm \mu}{0{,}88 \mp n\mu} = \frac{n \pm 1{,}14\,\mu}{1 \mp 1{,}14\,n\mu}$$

setzen kann.

In allen diesen Ausdrücken gelten wieder die oberen Vorzeichen für den Vorwärtsgang, während die unteren Zeichen den Werth (P) für den Rückgang angeben.

Hinsichtlich der Zapfenreibung gelten für die Befestigungsschrauben dieselben Bemerkungen wie für die flachgängigen Schrauben, und ist nur zu bemerken, daß hierbei die den Druck Q aufnehmende Fläche fast immer eine Ringfläche, nämlich die Auflagerfläche der Mutter resp. des Kopfes ist, während die von der Umdrehungskraft P erzeugte Halsreibung hier nicht durch einen besonderen Zapfen, sondern von den Gewinden selbst oder dem Bolzenschafte aufgenommen wird. Eine gleitende Reibung in Führungen kommt hierbei nicht vor, und ist auch schon erwähnt worden, daß bei den Befestigungsschrauben die Reibung als ein die selbstthätige Lösung verhinderndes Moment günstig wirkt.

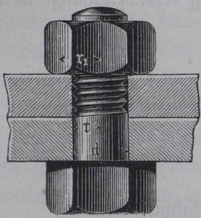
Beispiel. Mit welcher Umdrehungskraft muß man den Mutterschlüssel eines einzölligen Schraubenbolzens in einem Abstande von 0,2 Meter von der Axe anziehen, wenn die Schraube die zu verbindenden Theile mit einem Drucke von 500 Kilogramm zusammenpressen soll, und der Reibungscoefficient für die nur wenig fettigen Flächen zu 0,16 vorausgesetzt wird?

---

*) Die Verhältnisse dieses in fast allgemeinem Gebrauche befindlichen Gewindesystems findet man im „Ingenieur" sowie in den meisten technischen Handbüchern. Die in neuerer Zeit namentlich von Seiten des „Vereins deutscher Ingenieure" ausgegangenen Bestrebungen zur Einführung eines auf dem metrischen Maaß beruhenden einheitlichen Gewindesystems haben bis jetzt noch nicht zu praktischen Resultaten geführt. Vergl. Zeitschr. deutsch. Ingenieure, Jahrg. 1875 u.f.

Nach der Whitworth'schen Scala ist für einen Bolzen von 1 engl. Zoll oder 25,4 Millimeter Spindeldurchmesser der Durchmesser des Kerns 0,75 Zoll = 19 Millimeter und die Ganghöhe $s = \frac{1}{8}$ Zoll = 3,2 Millimeter, daher der mittlere Halbmesser $r = 11,1$ Millimeter und das Verhältniß $n = \frac{3,2}{2 \,.\, 3,14 \,.\, 11,1} = 0,046$; ($\alpha = arc.\ tang\ 0,046 = 2^0\ 38'$). Nimmt man für die gewöhnlichen Verhältnisse der sechskantigen Mutter, Fig. 508, den mittleren Halbmesser von deren Auflagerfläche $\mathfrak{r}_1 = 0,7\,d = 17,8$ Millimeter an und setzt den Halbmesser der Halsreibung $\mathfrak{r} = r = 11,1$ Millimeter, so findet man bei dem Kantenwinkel $2\beta = 55^0$ die erforderliche Umdrehungskraft

Fig. 508.



$$P = Q \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}} \left(\frac{n + 1,14\,\mu}{1 - 1,14\,n\,\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r} \right)$$

$$= 500 \frac{11,1}{200 - 0,16 \,.\, 11,1} \left(\frac{0,046 + 1,14 \,.\, 0,16}{1 - 1,14 \,.\, 0,046 \,.\, 0,16} \right.$$

$$\left. + 0,16 \frac{17,8}{11,1} \right) = 28,0\,(0,230 + 0,257) = 13,6 \text{ Kg.}$$

Andererseits ist, um die Mutter wieder zu lösen, ein Druck erforderlich:

$$(P) = 500 \frac{11,1}{200 + 0,16 \,.\, 11,1} \left(\frac{0,046 - 1,14 \,.\, 0,16}{1 + 1,14 \,.\, 0,046 \,.\, 0,16} - 0,16 \frac{17,8}{11,1} \right)$$

$$= 27,5\ (- 0,135 - 0,257) = - 10,78 \text{ Kilogramm.}$$

Ohne Reibungswiderstände würde nur erforderlich sein

$$P_0 = Q \frac{r}{R} n = 27,8 \,.\, 0,046 = 1,28 \text{ Kilogramm,}$$

sodaß der Wirkungsgrad für das Anschrauben sich zu

$$\eta = \frac{1,28}{13,6} = 0,094 \text{ oder noch nicht 10 Procent}$$

berechnet, während gegen das selbstthätige Losgehen der Mutter eine Sicherheit von $(\eta) = \frac{10,78}{1,28} = 8,42$ gegeben ist.

Gegenmuttern. Die vorstehenden Untersuchungen haben u. A. auch §. 128. ergeben, daß die Schrauben in den gebräuchlicheren Ausführungen, d. h. wenn der Neigungswinkel α nicht sehr groß, oder die Gewinde nicht sehr steil sind, die Eigenschaft eines selbstthätigen Rückganges unter Einfluß der axial wirkenden Last Q im Allgemeinen nicht besitzen. Man kann in jedem einzelnen Falle das Steigungsverhältniß n für den Grenzzustand, in welchem eine selbstthätige Rückdrehung einzutreten beginnt, leicht finden, wenn man den Werth von (P) gleich Null setzt. Offenbar hängt die diesem Zustande zugehörige Größe von n nicht blos von den Reibungswiderständen in den Gewinden, sondern wesentlich von der Zapfenreibung in der Stützfläche ab. Nur wenn man die letztere vernachlässigen darf, wie bei Schraubenspindeln, bei denen die Last an der Drehung Theil nehmen kann, darf die vielfach angegebene Bedingung für diesen Grenzfall gelten, wonach für flache Schrauben aus

$$n - \mu = 0; \alpha = arc.\ tang\ \mu,$$

d. h. gleich dem Reibungswinkel, und bei scharfen Schrauben aus

$$n - \frac{\mu}{\cos\beta} = 0; \ \alpha = arc.\ tang\ \frac{\mu}{\cos\beta}$$

folgt.

In allen Fällen, wo die besagte Stützzapfenreibung beim Rückgange wirklich eintritt, ist dieser Grenzfall an die Bedingung

$$\frac{n - \mu}{1 + n\mu} = \varphi\,\frac{r_1}{r}$$

bei flachen Gewinden, und

$$\frac{n\cos\beta - \mu}{\cos\beta + n\mu} = \varphi\,\frac{r_1}{r}$$

bei scharfen Gewinden mit dem Kantenwinkel 2β geknüpft.

Es ist in dem Obigen mehrfach erwähnt, daß die flachgängigen Schrauben meistens, und die scharfgängigen oder Befestigungsschrauben immer so kleine Gewindeneigungen haben, daß die Schrauben sich nicht von selbst durch den axialen Druck zurückdrehen können. Ein anderes Verhalten aber müssen die Schrauben zeigen, wenn sie gewissen Stoßwirkungen oder Erschütterungen ausgesetzt sind, wenigstens lehrt die Erfahrung, daß durch solche, wenn auch kleine, aber oft wiederholte Erschütterungen ein selbstthätiges Lösen der Schraubenmuttern unvermeidlich herbeigeführt wird, falls man denselben nicht durch sogenannte Schraubensicherungen*) die Drehung verbietet. Von den mancherlei Mitteln, welche man zu diesem Zwecke vorgeschlagen und angewendet hat, soll hier nur das unter dem Namen der Gegenmuttern oder Contremuttern vielfach gebrauchte näher ins Auge gefaßt werden, welches einfach darin besteht, statt einer einzigen Mutter deren zwei auf einander anzuwenden. Denkt man sich, daß durch den Schraubenbolzen A zwei Theile B und C verbunden werden sollen, so genügt in denjenigen Fällen, in denen ein möglichst festes Anpressen der beiden Theile gestattet und die Verbindung nicht besonderen Erschütterungen ausgesetzt ist, die Anwendung einer einzigen Mutter D, indem nach dem Vorhergehenden die Reibung derselben so groß ist, daß bei keinem auch noch so großen axialen Drucke Q die Mutter sich rückwärts drehen kann. Ist aber die ganze Verbindung einer Erschütterung ausgesetzt, durch welche gewisse lebendige Kräfte auf die Massen der einzelnen Theile übertragen werden, so ist es leicht möglich, daß die auf solche Art durch Stoßwirkung auf die Mutter übertragene lebendige Kraft eine Drehung der Mutter zur Folge hat. Die einer solchen Stoßwirkung auf die Mutter entsprechende auf letztere übertragene Arbeit wird nämlich

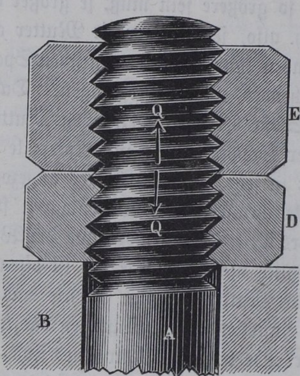
*) S. u. A. Zeitschr. des Vereins deutsch. Ingen. Jahrg. 1871.

zunächst gewisse Elasticitätswirkungen, Zusammenpressungen oder Ausdehnungen in dem Materiale hervorbringen, wobei in letzterem entsprechende Spannungen hervorgerufen werden. Wenn nun diese Spannungen derartige geworden sind, daß die Resultirende aller derselben ein Drehungsmoment in Bezug auf die Axe der Schraube hat, welches dem Momente der Reibung der Mutter gleichkommt, so wird von dem Augenblicke an die weitere Einwirkung des Stoßes ein Nachgeben der Mutter zur Folge haben müssen. Wenn auch eine weitere Verfolgung dieses Vorganges sich jeder Rechnung entzieht, so dürfte doch in solcher Art der Vorgang erklärlich erscheinen, welchen die Praxis in so vielen Fällen zeigt, daß Muttern unter Einfluß wiederholter Stöße und Erschütterungen sich lösen, obschon sie dies bei dem größten ruhenden Drucke nicht vermögen. Es ist dabei ersichtlich, daß die einem solchen Stoße innewohnende Arbeit eine um so größere sein muß, je größer der Reibungswiderstand der Mutter ist, d. h. also, je kräftiger die Mutter angezogen wird, da eine Lösung nicht stattfinden kann, ehe die elastischen Spannungen ein diesem Widerstande entsprechendes Moment erlangen. Daher beschränken sich die Wirkungen kleinerer Stöße bei fest angezogenen Muttern meist nur auf die Hervorrufung elastischer Schwingungen im Materiale der Muttern. Wenn jedoch die Mutter nur in sehr mäßigem Grade angezogen werden darf, wie dies z. B. bei den Deckelschrauben von Wellenlagern stets der Fall ist, wo ein kräftiges Anziehen des Deckels die Umdrehung der Welle sehr erschweren, wenn nicht ganz unmöglich machen würde, so ist offenbar bei dem geringen Reibungswiderstande der Mutter diejenige Grenze bald erreicht, bei welcher das Moment der sich einstellenden Spannungen dasjenige des Reibungswiderstandes der Mutter übertrifft. Deswegen sind die Schraubensicherungen ganz besonders für solche Muttern erforderlich, welche wie bei Wellenlagern nur mäßige Pressungen auf ihre Unterlage ausüben dürfen, viel weniger häufig tritt ein Lösen bei den Muttern der eigentlichen Befestigungsbolzen ein, welche zur unwandelbaren Verbindung fester Gestelltheile 2c. mit einander dienen und zu dem Ende mit einem kräftigen Drucke angezogen sind.

Doch kann auch in diesem letzteren Falle trotz der großen Mutterreibung durch verhältnißmäßig kleine Erschütterungen wohl ein Lösen der Mutter eintreten, sobald diese Erschütterungen sehr schnell auf einander folgen, wie beispielsweise das häufige Losrütteln der sehr stark angezogenen Laschenschrauben der Eisenbahnschienen zeigt. Es dürfte dieser Vorgang und der Einfluß der häufigen Wiederholung der Erschütterungen vielleicht in ähnlicher Weise zu erklären sein, in welcher man sich das Zerstörtwerden von Brückentheilen durch wiederholte kleine Erschütterungen, etwa durch im Tritt marschirende Truppen klar macht, also durch eine Summirung der regelmäßig auf einander folgenden kleinen Schwingungen. Daß solche kleine, aber häufig wiederkehrende Erschütterungen unter Umständen sehr bedeutende Reibungswiderstände zu überwinden vermögen, dafür liefert u. A. der dem Techniker bekannte Fall einen interessanten Beweis, daß bei Ventilatoren, welche in der Minute wohl bis zu 2000 Umdrehungen machen, die Deckelschrauben der Lager trotz der angewandten Contremuttern sich oftmals lösen, so daß man hierbei zur Anwendung anderer durchaus unlösbarer Schraubensicherungen wie Keile, Stifte, Schlüssel 2c. seine Zuflucht nehmen muß. Dagegen bieten die Gegenmuttern in den meisten sonstigen Fällen, in denen man es nicht mit so außerordentlichen Geschwindigkeiten zu thun hat, ein bequemes und genügendes Mittel der Sicherung.

Die Wirkung der Gegenmuttern ist leicht zu verstehen. Sei *A*, Fig. 509, ein Schraubenbolzen, welcher etwa zur Festhaltung des Lagerdeckels *B* auf einem Axenlager dienen soll, so darf, wie erwähnt, die Mutter *D* nur mit mäßigem Drucke auf den Deckel *B* gepreßt werden, gerade genügend, um das Schlottern der Axe in dem Lager zu verhindern. In Folge dessen ist der Reibungswiderstand der Mutter natürlich ein nur geringer und die Gefahr eines Losgehens der Mutter durch Stöße eine erhebliche. Diese Gefahr herabzuziehen, kann man die Reibung der Mutter *D* in den Gewinden wesentlich vergrößern dadurch, daß man die zweite oder Gegenmutter *E* auf den Bolzen schraubt, und dieselbe, unter Festhaltung der unteren Mutter *D*, so fest auf diese herabschraubt, als mit der Festigkeit des Bolzens vereinbar ist. Es dient auf diese Weise gewissermaßen die obere Mutter als Druckvorrichtung, welche einen gewissen Druck *Q* auf die untere äußert, mit welchem gleichen und entgegengesetzten Drucke die untere Mutter natürlich auf die obere zurückwirkt. Diese beiden Kräfte *Q* werden zwar durch den Schraubenbolzen *A* vermittelt, aber nicht auf den Lagerdeckel *B* übertragen, vielmehr wird der Bolzen nur in dem von den Muttern umschlossenen Stücke durch die Kraft *Q* auf Zug beansprucht. Es ist auch ersichtlich, daß bei dieser Anordnung die untere Mutter *D* auf die oberen Flächen und die obere Mutter *E* gegen die unteren Flächen der Bolzengewinde drücken wird, wie in der Figur durch die Schraffirung angedeutet ist. Stellt man sich nun vor, daß auf die untere Mutter durch Erschütterung des Lagerdeckels ein auf Lösung wirkender Impuls ausgeübt werde, so ist es klar, daß die obere Mutter an

Fig. 509.

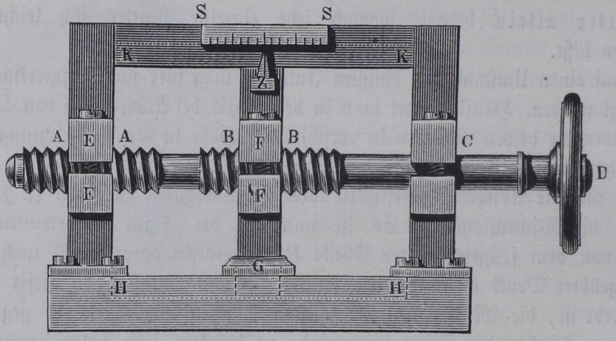


einer solchen Rückdrehung Theil nehmen müßte, und es wäre dabei der Reibungswiderstand in den Gewindegängen beider Muttern zu überwinden. Hierdurch ist die Wirkung der Contremuttern erklärt. Wie groß dieser Reibungswiderstand der beiden Gegenmuttern gemacht werden kann, davon giebt die bekannte Thatsache eine Vorstellung, wonach man einen Schraubenbolzen, dessen Kopf fest in den Schraubstock gespannt wird, mit Hülfe von zwei fest zusammengepreßten Gegenmuttern, über welche gemeinschaftlich ein Schlüssel gesteckt wird, mit leichter Mühe abwürgen kann, ein Beweis, daß das Moment der Reibungswiderstände in solchem Falle die Torsionsfestigkeit übersteigt. Die Arbeiter bedienen sich dieses Mittels häufig zum festen Einschrauben cylindrischer Schraubenstifte, welche einen prismatischen Kopf zum Ansetzen des Schlüssels nicht darbieten. Es ist klar, daß es zum Lösen der Contremuttern nur eines einzigen ruckweisen Angriffes auf die obere Mutter allein bedarf, wonach jede einzelne Mutter sich leicht bewegen läßt.

Auf einen Umstand von einigem Interesse mag hier noch aufmerksam gemacht werden. Häufig findet man in der Praxis bei Anwendung von Contremuttern die beiden Muttern in verschiedener Höhe in der Axenrichtung ausgeführt. Eine bestimmte Höhe hat man einer Mutter hauptsächlich mit Rücksicht auf die Abscheerungsfestigkeit ihrer Gewindegänge zu geben (s. §. 132 über die Dimensionen). Es ist nun aus der Figur zu erkennen, daß ein von dem festgeschraubten Theile B (Lagerdeckel oder Lasche) nach oben ausgeübter Druck P die untere Mutter zunächst entlastet, da dieser Druck bestrebt ist, die Mutter mit den oberen Flächen ihrer Gewinde gegen die unteren Flächen der Schraubengewinde zu drücken. In Folge davon wird die untere Mutter offenbar nur mit $Q - P$, die obere dagegen nach wie vor mit Q beansprucht, unter Q den Druck verstanden, mit welchem die Contremuttern von vornherein gegen einander gepreßt wurden. Würde P diesen Druck Q erreichen, so würde die untere Mutter gar nicht mehr beansprucht, die obere dagegen gerade noch mit $P = Q$ angegriffen werden. Bei noch weiterer Vergrößerung von P würde dann das Gewinde des Bolzens mit P beansprucht, von welcher Kraft die untere Mutter auf alle Fälle nur den kleineren Theil zu übertragen hat. Jedenfalls geht aus dieser Betrachtung hervor, daß, wenn man die Muttern verschieden hoch machen will, man der äußeren oder eigentlichen Contremutter die größere Höhe zu geben, und die niedrigere Mutter zwischen Contremutter und Befestigungsplatte zu legen hat, nicht umgekehrt, wie es häufig gesehen wird. Es dürfte aber im Allgemeinen die Annahme gleicher Höhe für beide Muttern empfehlenswerth sein.

§. 129. Differentialschraube. Wenn das Verhältniß $n = \frac{s}{2\pi r} = tang\,\alpha$ der beiden Geschwindigkeiten in der Richtung der Axe und im Umfange der Schraube sehr klein ist, so wird bei einem bestimmten Schraubendurchmesser auch die Steigung s und damit die Stärke der Gewindegänge gering, und genügt bei größerem Drucke Q nicht mehr den Anforderungen der Festigkeit. Man kann in solchem Falle die geringe Axenbewegung unter Umgehung so feiner Gewinde durch die Verbindung zweier Schrauben mit verschiedenen Ganghöhen erreichen, und führt eine solche Anordnung zur Construction der sogenannnten Differentialschraube. Eine solche, wie sie als Mikrometerschraube dienen kann, zeigt Fig. 510. Hier ist die Schraubenspindel

Fig. 510.

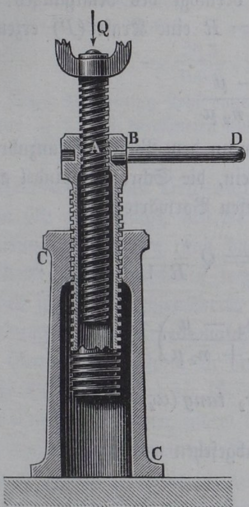


bei A und B mit Schraubengewinden von verschiedener Ganghöhe s_1 und s_2 versehen, und die Anordnung getroffen, daß die Mutter E der Schraube A mit der Steigung s_1 fest in dem Rahmen HK angebracht ist, während die Muttergewinde der Schraube B von der Steigung s_2 in einem verschiebbaren Stege FG befindlich sind, welcher durch die Prismenführung H und K an der Drehung verhindert wird. Da die Schraubenspindel AB außerdem einer Längenverschiebung in ihrem Halslager C befähigt ist, so wird dieselbe bei einer vollen Umdrehung sich in die feste Mutter E um die Steigung s_1 hineinschrauben, während dabei gleichzeitig die Mutter F in entgegengesetzter Richtung um die Steigung s_2 sich verschiebt. Die Bewegung der Mutter F und des daran befindlichen Zeigers Z beträgt daher $s_1 - s_2$, daher die Wirkung der Differentialschraube dieselbe ist, als ob man sich einer Schraube von der Steigung $s_1 - s_2$ bediente. Es ist klar, daß man diese Differenz beliebig klein machen kann, ohne für die Ganghöhen s_1 und s_2 sehr geringe Werthe annehmen zu müssen.

Wenn es sich andererseits darum handelt, durch eine Schraube bedeutende

Kraftsteigerungen hervorzubringen, wie dies bei Winden oft wünschenswerth ist, so läßt sich die Differentialschraube ebenfalls verwenden, nur wird man ihr in solchem Falle die für diesen Zweck bequemere Form, Fig. 511, geben.

Fig. 511.



Hier findet die Schraubenspindel A, auf welcher die Last Q ruht, ihre Muttergewinde in der Röhre BB, welche äußerlich zu einer anderen Schraube gebildet ist, deren Mutter in dem Gestelle CC enthalten ist. Da auch hier beide Schrauben gleichzeitig rechts- oder linksgängige, ihre Steigungen s_1 und s_2 aber verschieden sind, so ergiebt sich, daß bei einer Umdrehung der Röhre B durch den Schlüssel BD die Röhre sich um s_2 niederschraubt, während die an der Drehung gehinderte Schraube A sich um s_1 herausschraubt. Die Last Q wird daher bei einer Umdrehung um $s_1 - s_2$ gehoben, und es berechnet sich die theoretische Betriebskraft P_0, welche bei Nichtvorhandensein von Nebenhindernissen an dem Hebelsarme $AD = R$ angebracht werden müßte, durch

$$P_0 \,.\, 2\pi R = Q\,(s_1 - s_2)$$

zu $P_0 = Q\,\dfrac{s_1 - s_2}{2\pi R}$, oder

$$P_0 = \frac{Q}{R}\,(r_1 n_1 - r_2 n_2) = \frac{Q}{R}\,(r_1 \, tang\, \alpha_1 - r_2 \, tang\, \alpha_2),$$

unter n_1 und n_2 die Steigungsverhältnisse oder Tangenten der Neigungswinkel α_1 und α_2 verstanden. Um die wirklich erforderliche Umdrehungskraft P zu ermitteln, kann man bemerken, daß eine Stützzapfenreibung hier nicht vorkommt, indem die Stützung der Last Q hier nur in den Gewindegängen stattfindet. Außer den Reibungswiderständen in den beiden Gewinden tritt nur noch die geringe Halslagerreibung auf, welche durch den einseitigen Druck P des Hebels D am Umfange der Gewinde erzeugt wird. Es ist ferner zu bemerken, daß bei dem Emporschrauben der Last Q, also bei dem Vorwärtsgange der ganzen Winde, die Schraubenspindel A sich aus ihrer Mutter B herausschraubt und zwar der Richtung der Last Q entgegen, während die Röhrenspindel B sich im Sinne der Last Q in das Stativ C hineinschraubt. Daher entspricht die Bewegung dem Zustande der **Vorwärtsbewegung** der Spindel A in B und dagegen dem Zustande des **Rückganges** für die Röhrenspindel B in C. Bedeutet daher hier r_1 den mittleren Halbmesser der Spindel A, r_2 denjenigen der Gewinde auf dem Röhrenumfange B und $n_1 = tang\,\alpha_1 = \frac{s_1}{2\pi r_1}$, sowie $n_2 = tang\,\alpha_2 = \frac{s_2}{2\pi r_2}$ das betreffende Steigungsverhältniß, so berechnet sich die an D erforderliche Umdrehungskraft P wie folgt: Durch die Last Q wird vermöge des Rückganges der Röhrenspindel B an dem Hebelsarme $AD = R$ eine Kraft (P) erzeugt, welche sich nach dem Früheren zu

$$(P) = Q\,\frac{r_2}{R}\,\frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu}$$

bestimmt. Diese Kraft (P) zusammen mit der an dem Punkte D anzubringenden Umdrehungskraft P muß im Stande sein, die Schraubenspindel aufwärts zu bewegen, und man hat daher für diesen Vorwärtsgang:

$$P + (P) = P + Q\,\frac{r_2}{R}\,\frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu} = Q\,\frac{r_1}{R}\,\frac{n_1 + \mu}{1 - n_1 \mu},$$

d. h.

$$P = \frac{Q}{R}\left(r_1\,\frac{n_1 + \mu}{1 - n_1 \mu} - r_2\,\frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu}\right)$$
$$= \frac{Q}{R}\left[r_1\,tang\,(\alpha_1 + \varrho) - r_2\,tang\,(\alpha_2 - \varrho)\right].$$

Von der geringen Halsreibung ist hierbei abgesehen worden.

Als Wirkungsgrad ergiebt sich hier

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{r_1 n_1 - r_2 n_2}{r_1\,\frac{n_1 + \mu}{1 - n_1 \mu} - r_2\,\frac{n_2 - \mu}{1 + n_2 \mu}}$$
$$= \frac{r_1\,tang\,\alpha_1 - r_2\,tang\,\alpha_2}{r_1\,tang\,(\alpha_1 + \varrho) - r_2\,tang\,(\alpha - \varrho)}.$$

Die hier entwickelten Ausdrücke gelten auch für den Rückwärtsgang, sobald man μ mit dem negativen Vorzeichen behaftet denkt.

Beispiel. Wenn die im Beispiele zu §. 126 berechnete Schraubenwinde zum Heben von 5000 Kilogramm mit Differentialschraube versehen werden soll, wie groß ist die an dem Hebelsarme $R = 0{,}5$ Meter erforderliche Umdrehungskraft P, wenn die Halbmesser und Steigungen der Schraubengewinde zu $r_1 = 30$ Millimeter, $r_2 = 50$ Millimeter, $s_1 = 30$ Millimeter (zweigängig), $s_2 = 14$ Millimeter angenommen werden? Es ist hier ebenfalls wie in dem früheren Beispiele die Bewegung der Last entsprechend einer Umdrehung $s_1 - s_2 = 30 - 14 = 16$ Millimeter; daher die theoretische Umdrehungskraft

$$P_0 = Q\,\frac{16}{2\pi\,.\,500} = 25{,}5 \text{ Kilogramm}.$$

Ferner ist

$$n_1 = \frac{30}{2\pi\,.\,30} = 0{,}1592 = tang\,9^0\;3'$$

und

$$n_2 = \frac{14}{2 . \pi . 50} = 0{,}0446 = tang\, 2^0\, 33'.$$

Es ergiebt sich daher die wirklich erforderliche Umdrehungskraft zu:

$$P = \frac{5000}{500}\left(30\, \frac{0{,}1592 + 0{,}1}{1 - 0{,}0159} - 50\, \frac{0{,}0446 - 0{,}1}{1 + 0{,}00446}\right) = 10\, (7{,}902 + 2{,}757)$$
$= 106{,}6$ Kilogramm

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{25{,}5}{106{,}6} = 0{,}239 \text{ oder nahe 24 Procent.}$$

Diese Anordnung steht daher hinsichtlich ihrer Wirkungsfähigkeit zwischen den beiden in §. 126 berechneten Ausführungsarten mit drehbarer Spindel und drehbarer Mutter.

Schraube mit Differentialbewegung. Aus dem Vorstehenden ergiebt sich zur Genüge, daß die Schrauben im Allgemeinen einen nur geringen Wirkungsgrad haben, und daß dieselben daher zur Verwendung als stetig wirkende Arbeitsmaschinen wegen der geringen Oekonomie an mechanischer Arbeit wenig empfehlenswerth sind. Wenn sie trotzdem doch so häufige Verwendung auch zu Arbeitsmaschinen wie Winden, Pressen ꝛc. finden, so liegt der Grund hauptsächlich in der Bequemlichkeit, mit welcher sie eine bedeutende Verlangsamung der Geschwindigkeit, daher Steigerung der auszuübenden Kraft ermöglichen, indem das Steigungsverhältniß n direct das Verhältniß ergiebt, in welchem die Geschwindigkeit der am Umfange der Schraubenspindel wirkenden Kraft zur Geschwindigkeit der zu hebenden Last steht. §. 130.

Der geringe Werth des Wirkungsgrades hat, wie die Untersuchung zeigt, hauptsächlich seinen Grund in der Reibung zwischen den Gewinden und in derjenigen an der Stützfläche der Spindel resp. der Mutter. In Betreff der letzteren Reibung an der Stützfläche ergab sich bereits, daß es für den Wirkungsgrad vortheilhafter ist, die Spindel zu drehen, da man den Spurzapfen derselben von geringerem Halbmesser ausführen kann, als die ringförmige Stützfläche der Mutter, und der durch diese Spurreibung veranlaßte Arbeitsverlust um so geringer ist, je kleiner der Halbmesser r_1 dieses Zapfens im Verhältniß zum mittleren Halbmesser r des Gewindes genommen werden kann. Die Halszapfenreibung hat dagegen meist nur einen geringen Einfluß.

Faßt man zunächst nur die Gewindereibung ins Auge, und schreibt

$$\eta = n\, \frac{1 - \mu n}{n + \mu},$$

so findet man den höchsten Wirkungsgrad, welcher unter dieser Voraussetzung $\varphi = 0$ von der Schraube überhaupt erwartet werden kann, aus $\frac{\partial \eta}{\partial n} = 0$, also durch

$$(n + \mu)\, (1 - 2\, \mu\, n) - (n - \mu\, n^2) = 0$$

oder aus

$$n^2 + 2\, \mu\, n = 1.$$

Hieraus folgt

$$n = -\mu \pm \sqrt{1 + \mu^2}$$

für denjenigen Werth des Steigungsverhältnisses der Schraube, für welchen man bei einem bestimmten Reibungscoefficienten μ den günstigsten Effect erwarten darf. Dieser Werth von n ist, wenn μ ein nur kleiner Bruch ist, wie bei guter Oelung der Gewinde angenommen werden kann, nur wenig von der Einheit verschieden, z. B. findet man für $\mu = 0{,}1$; $n = 0{,}905$, entsprechend einem Neigungswinkel der Schraube

$$\alpha = arc.\ tang\, 0{,}905 = 42^0\ 9'.$$

Es würde sich für diese Verhältnisse ein Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}905\ \frac{0{,}9095}{1{,}005} = 0{,}819$$

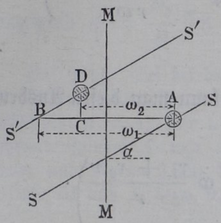
ergeben.

Wollte man die Schraube mit einer so bedeutenden Steigung ausführen, so würde zwar die Gewindereibung am wenigsten kraftzehrend sein, aber man würde den Vortheil einer merklichen Geschwindigkeitsverminderung, worauf es bei den betreffenden Maschinen immer ankommt, Preis geben, indem bei so bedeutendem Neigungswinkel die Wege s der Last und $2\pi r$ der Umfangskraft nahezu gleich wären. Die im vorigen Paragraphen erörterte Differentialschraube gestattet nun zwar trotz der Anwendung steiler Schraubengewinde eine beträchtliche Umsetzung, da der Weg der Last bei jeder Umdrehung der Schraube durch die Differenz $s_1 - s_2$ ausgedrückt ist. Wenn dies als ein Vortheil der Differentialschraube angesehen werden kann, so ist dagegen ein Nachtheil darin zu erkennen, daß die Gewindereibung dabei an zwei Stellen zu überwinden ist, wogegen allerdings die Stützzapfenreibung wegfällt.

Man kann noch in einer anderen Weise den angedeuteten Zweck einer beträchtlichen Umsetzung mittelst steiler Schrauben und zwar ebenfalls durch Differentialwirkung dadurch erreichen, daß man die Mutter sowohl wie die Spindel nach derselben Richtung, beide aber in ungleichen Beträgen in Drehung versetzt. Giebt man nämlich der Spindel eine Drehung um ω_1 in derselben Zeit, in welcher die Mutter um ω_2 gedreht wird, so beträgt die relative Verschiebung beider Theile gegen einander, wie schon in §. 125 angegeben, $h = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi}\, s$. Die bei dieser Bewegung zwischen den Gewinden stattfindende Reibung ist dabei entsprechend auf einem Wege zu überwinden, welcher durch $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\cos\alpha}$ ausgedrückt ist, wie aus Fig. 512 ersichtlich ist. Sei SS ein unter dem Neigungswinkel α ansteigendes Schraubengewinde zur Axe MM und A ein beliebiger Punkt der Mutter, so wird der letztere von A nach D gelangen, wenn man der Schraubenspindel eine

Bewegung um $AB = \omega_1$ und der Mutter eine gleichzeitige Bewegung nach derselben Richtung um $AC = \omega_2$ ertheilt. Die axiale Erhebung der Mutter beträgt dabei

Fig. 512.



$$CD = h = (\omega_1 - \omega_2)\, tang\, \alpha$$

und die relative Verschiebung der Mutter auf dem Schraubengange

$$BD = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\cos \alpha}.$$

Das Verhältniß zwischen dem Wege $n\,(\omega_1 - \omega_2)$ der Last Q und dem Wege ω_1 der an dem Schraubenumfange wirkenden Kraft kann auch hier beliebig klein gemacht werden, und man erkennt, daß diese Schraubenanordnung gegenüber der im vorigen Paragraphen angeführten Differentialschraube den Vortheil einer sehr geringen Gewindereibung hat, da der Weg der letzteren mit der kleinen Differenz $(\omega_1 - \omega_2)$ proportional ist. Dagegen tritt die Stützzapfenreibung, welche bei der Differentialschraube (Fig. 511) ganz wegfällt, hier sowohl an der Mutter wie an der Spindel auf. Eine solche Anordnung, wie die hier gedachte, wird daher nur dann einen günstigen Effect versprechen, wenn man die Halbmesser der Stützzapfen möglichst klein machen kann. Daß derartige Anordnungen in der Praxis mehrfach, namentlich bei Bohrwerken, vorkommen, ist bereits erwähnt, und ist im Früheren durch die Figuren 134 und 155 auch erläutert, in welcher Art man die beiden ungleichen Drehungen der Spindel und der Mutter hervorbringen kann.

Zur Berechnung des Effectes dieser Schraube möge wieder $n = tang\, \alpha$ das Steigungsverhältniß der Schraubenlinie von dem mittleren Halbmesser r und Q die axiale Last sowie P_1 die am Umfange der Spindel wirkende Umdrehungskraft bedeuten. Man findet dann wieder wie früher, wenn die Zapfenreibungen zunächst vernachlässigt werden, bei einer Drehung der Spindel um ω_1, bei welcher die Mutter um ω_2 sich dreht, aus

$$P_1 r \omega_1 = Q r (\omega_1 - \omega_2) n + \mu Q r (\omega_1 - \omega_2) + \mu P_1 n r (\omega_1 - \omega_2),$$

die Umfangskraft

$$P_1 = Q \frac{n + \mu}{\frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} - n\mu}.$$

Wenn nun wieder $\mathfrak{r}$ den Halbmesser des Halszapfens und $\mathfrak{r}_1$ und $\mathfrak{r}_2$ die Reibungshalbmesser der Stützzapfen für Spindel und Mutter bezeichnen, so findet man die an einem Halbmesser R der Spindel erforderliche Umdrehungskraft P aus:

$$P R \omega_1 = P_1 r \omega_1 + \varphi P \mathfrak{r} \omega_1 + \varphi Q (\mathfrak{r}_1 \omega_1 + \mathfrak{r}_2 \omega_2)$$

zu

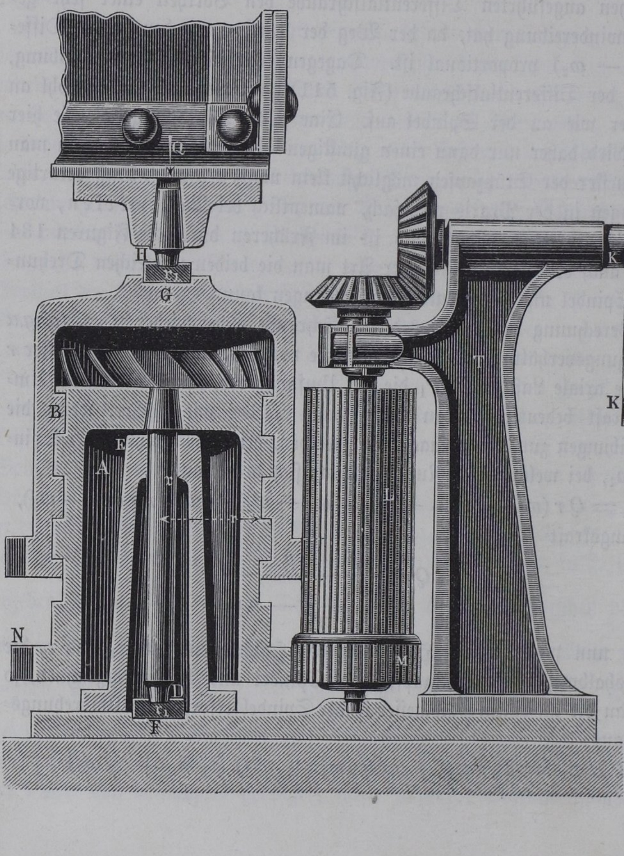
$$P = \frac{P_1 r \omega_1 + \varphi Q(r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2)}{(R - \varphi r)\, \omega_1}$$

$$= \frac{r}{R - \varphi r} Q \left(\frac{n + \mu}{\dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} - n\mu} + \varphi \frac{r_1 \omega_1 + r_2 \omega_2}{r \omega_1} \right).$$

Bezeichnet man das Verhältniß $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ mit ν, so kann man diesen Ausdruck auch schreiben:

$$P = \frac{r}{R - \varphi r} Q \left(\frac{n + \mu}{\dfrac{1}{1 - \nu} - n\mu} + \varphi \frac{r_1 + r_2 \nu}{r} \right).$$

Fig. 513.



Ohne Nebenhindernisse würde aus $P_0 R \omega_1 = Q r (\omega_1 - \omega_2)\, n$ die Kraft $P_0 = \frac{r}{R}\, Q\, \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}\, n$ folgen, woraus der entsprechende Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_0}{P}$ sich berechnet.

Beispiel. Sei bei der Schraubenwinde mit Differentialbewegung, Fig. 513, der mittlere Halbmesser r der Gänge gleich 125 Millimeter, und das Steigungsverhältniß $n = 1$, also $\alpha = 45^0$. Sind dabei die Halbmesser der auf der Schraubenspindel A und auf der Mutter B befindlichen Räder $R_1 = 0{,}248$ Meter und $R_2 = 0{,}250$ Meter und die Halbmesser der eingreifenden Zahngetriebe M und L bezw. $r_1 = 0{,}052$ und $r_2 = 0{,}050$ Meter, so hat man:

$$\nu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{50\,.\,248}{250\,.\,52} = 0{,}954.$$

Haben ferner die stählernen Stützzapfen D und H eine Stärke von 30 Millimeter, setzt man daher $\mathfrak{r}_1 = \mathfrak{r}_2 = \frac{2}{3}\, 15 = 10$ Millimeter, und ist der Halbmesser des Halszapfens bei E $\mathfrak{r} = 20$ Millimeter, so berechnet sich für eine Last $Q = 5000$ Kilogramm die am Umfange des Rades N der Spindel vom Halbmesser R_1 erforderliche Kraft P, wenn wieder $\mu = 0{,}1$ und $\varphi = 0{,}08$ vorausgesetzt wird, zu

$$P = \frac{125}{248 - 0{,}08\,.\,20}\, 5000 \left(\frac{1 + 0{,}1}{\frac{1}{1 - 0{,}954} - 0{,}1} + 0{,}08\, \frac{10 + 10\,.\,0{,}954}{125} \right)$$

$$= 2536{,}5\, (0{,}0508 + 0{,}0125) = 160{,}6 \text{ Kilogramm}.$$

Ohne Nebenhindernisse hätte man:

$$P_0 = \frac{125}{248}\, 5000\, (1 - 0{,}954) = 114{,}9 \text{ Kilogramm},$$

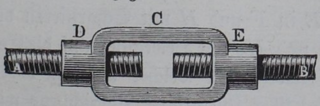
folglich bestimmt sich der Wirkungsgrad der vorliegenden Einrichtung zu

$$\eta = \frac{114{,}9}{160{,}6} = 0{,}715,$$

also wesentlich größer als bei den in §. 126 und 129 berechneten Schraubenwinden für dieselbe Belastung Q.

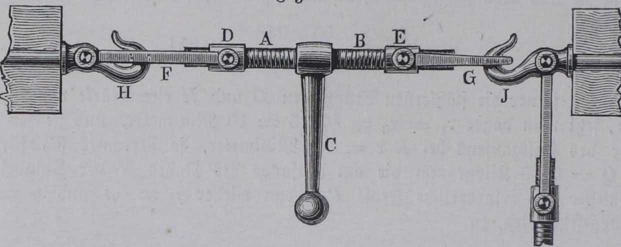
Schrauben mit rechtem und linkem Gewinde. Für gewisse Zwecke wendet man auch Schraubenspindeln mit Gewinden von gleicher Steigung und entgegengesetzter Richtung, also mit rechten und linken Gewinden an. So stellt z. B. Fig. 514 diejenige Construction dar, welche häufig bei den Spannstangen eiserner Dachstühle 2c. zur Anwendung kommt, um die Länge dieser Spannstangen stets den Temperaturveränderungen entsprechend reguliren zu können. Hierbei sind die beiden Stangenenden A und B mit entgegengesetzten Gewin- §. 131.

Fig. 514.



den versehen, deren Muttern D und E zu einem rahmenförmigen Stücke C vereinigt sind. Durch Drehung dieses Verbindungsstückes nach der einen oder anderen Richtung werden die Stangenenden in leicht ersichtlicher Weise einander genähert oder von einander entfernt, und es beträgt die entsprechende Verkürzung oder Verlängerung der Spannstange bei jeder ganzen Umdrehung der Muttern $2s$, wenn s wieder die Steigung bedeutet. Ebenso findet sich diese Einrichtung bei den Kuppelungen der Eisenbahnwagen, Fig. 515, wobei die Schraubenspindel AB mittelst des Schlüssels oder angeschweißten Arms C umgedreht wird, um durch die mit den Muttern D und E ge-

Fig. 515.



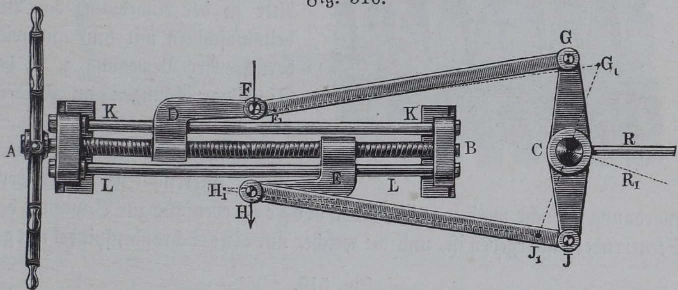
lenkig verbundenen Bügel F und G die Zughaken H und J einander so weit zu nähern, daß die Buffer der beiden Wagen mit einem bestimmten Drucke gegen einander gepreßt werden. Bei diesen Anordnungen findet Reibung nur an den beiderseitigen Gewinden statt, die Stützzapfenreibung fällt hierbei ebenso wie bei der Differentialschraube in §. 129 fort. Man hat daher, unter r, n, μ und ϱ wieder dieselben Größen verstanden wie bisher, für die am Hebelsarme R anzubringende Kraft P, welche einen Zug Q zwischen den zu kuppelnden Theilen hervorbringen soll,

$$P = 2\,\frac{r}{R}\,Q\,\frac{n+\mu}{1-n\mu} = 2\,\frac{r}{R}\,Q\,tang\,(\alpha+\varrho),$$

wenn man die unbeträchtliche Reibung vernachlässigt, welche wegen der einseitigen Wirkung von P in den Muttern am Umfange der Schraubengewinde hervorgerufen wird.

Zur Bewegung der Steuerruder auf Dampfschiffen bedient man sich ebenfalls häufig der Schraube mit rechtem und linkem Gewinde, indem man nach Fig. 516 die beiden Muttern D und E in F und H mit Scharnieren versieht, von denen die Schubstangen FG und HJ die Bewegung auf die Endzapfen eines gleicharmigen Hebels GJ übertragen, welcher auf dem oberen Ende der verticalen Ruderaxe C befestigt ist. Durch diese Vorrichtung wird bei einer Drehung der Spindel AB vermöge der entgegengesetzten Bewegung der Muttern dem Ruder R nicht nur jede erforderliche Stellung ertheilt, sondern diese Stellung auch ohne weitere Sperrvorrichtung erhalten, da die angewandten Schrauben niemals so steil sind, um ein selbstthätiges Rückwärtsgehen zuzulassen. Der Winkel, um welchen hierdurch bei einer Drehung der Schraubenspindel das Ruder gedreht wird, ist außer von der jedesmaligen Stellung des Armes GJ auch von der verhältnißmäßigen Länge der Schubstangen $FG = HJ$ zu der Armlänge $CG = CJ$ abhängig und sei in dieser Hinsicht auf das folgende Capitel über Kurbeln verwiesen. Jedenfalls ist aus der Figur zu erkennen, daß, wenn bei gleicher Größe der Steigung

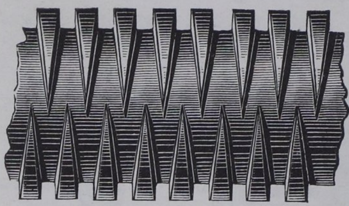
Fig. 516.



für die beiden Schrauben die Bewegung überhaupt möglich sein soll, die Gleichheit der Hebelsarme CG und CJ ebensowohl wie die Gleichheit der Schubstangen FG und HJ als Bedingung gestellt werden muß. Auch muß die Richtung der Schraubenspindel AB durch die Ruderaxe C hindurchgehen, denn nur bei einer solchen symmetrischen Anordnung, bei welcher die Schubstangen stets gleiche Winkel mit der Schraubenrichtung bilden, können die Verschiebungen gleiche Größe haben, welche bei einer beliebigen Drehung des Ruders den beiden Anknüpfungspunkten F und H mitgetheilt werden müssen. Wegen der im Allgemeinen gegen die Schraube geneigten Richtung der Schubstangen werden bei dieser Anordnung die Muttern gewissen Seitendrucken senkrecht zur Schraube ausgesetzt und zwar werden diese beiderseitigen Drucke stets nach derselben Seite hin gerichtet sein. Soll z. B. das Ruder aus der Lage R in diejenige R_1 gebracht werden, so sind die in den Schubstangen auftretenden Widerstandskräfte von G nach F und von H nach J gerichtet, daher die Richtung der gedachten Seitendrucke in F und G durch die Pfeile gegeben ist. Diese Seitendrucke aufzunehmen und die Schraubenspindel vor jeder biegenden Einwirkung zu bewahren, sind die Führungsstangen K und L anzuordnen.

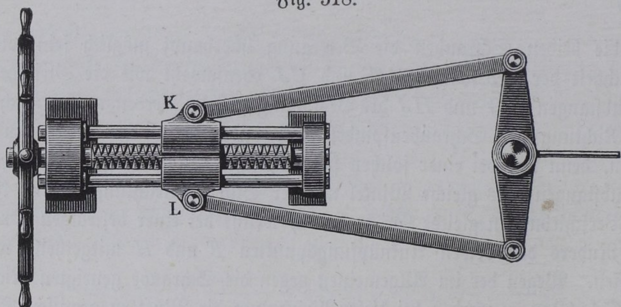
Man hat das vorstehend gedachte Getriebe auch in der Weise ausgeführt, daß man nach Fig. 517 (a. f. S.) die beiden entgegengesetzten Gewinde auf derselben Strecke der Spindel angebracht hat, wobei diese Gänge einander durchkreuzen, und wobei man die Muttern hierfür nur in Form von halben Cylindern derartig anordnet, daß sie einander in ihrer gegenseitigen Bewegung nicht stören. Dadurch nimmt der Mechanismus die aus Fig. 518 ersichtliche Gestalt an, und man erkennt daraus, wie hierbei die Leitschienen *K* und *L* außer zur Aufnahme des Seitendruckes auch dazu dienen, die Muttern stets in Berührung mit der Spindel zu erhalten. Solche Schrauben mit rechten und linken Gewinden, welche sich gegenseitig durchkreuzen, kommen auch sonst öfter in der Anordnung von Arbeitsmaschinen mit hin- und wiederkehrender Bewegung, z. B. bei Signalvorrichtungen an Fördermaschinen rc. vor.

Fig. 517.



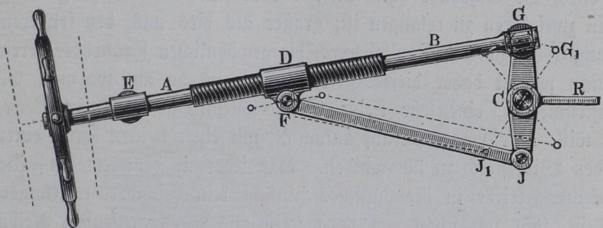
Bei dieser Gelegenheit mag noch einer interessanten Schraubenanordnung gedacht werden, wie sie von Rogers ebenfalls zur Bewegung des Steuerruders angegeben ist, und bei welcher nur eine Schraubenspindel mit gewöhnlichem Gewinde zur Anwendung kommt. Hierbei ist, Fig. 519, die drehbare Schraubenspindel *AB* einerseits in dem gleichfalls drehbaren Lagerbocke bei *E* so gelagert, daß sie sich ihrer Länge nach in diesem Lager verschieben kann, während sie andererseits mit dem Ende *G* des Armes *CG* so vereinigt ist, daß sie sich in diesem Lager *G* nur drehen kann, indem eine Verschiebung durch Bundringe oder Ansätze ausgeschlossen ist. Von der Mutter *D* geht, wie bei den vorherigen Mechanismen, eine Schubstange *FJ* nach dem anderen Endpunkte des Hebels *GJ*. Denkt man sich, um die Wirkung dieses Getriebes zu verstehen, den Arm *GJ* mit dem Ruder *R* um einen kleinen Winkel etwa in die Lage $G_1 J_1$ gedreht, so ersieht man, wie durch die Bewegung des Punktes *G* nach G_1 die Schraubenspindel um eine gewisse

Fig. 518.



Größe s_1 durch den Lagerbock E in der Richtung AB hindurchgezogen wird, während durch die Bewegung des anderen Hebelendes J nach J_1 die Mutter D um eine ebenfalls bestimmte Größe s_2 in der entgegengesetzten Richtung BA sich verschieben muß. Das gegenseitige Verhältniß dieser beiden Verschiebungen s_1 und s_2 ist in jeder Stellung des Ruders oder Hebels GJ abhängig von den Längen und Richtungen der betreffenden Organe, und sei hinsichtlich der Ermittelung dieses Verhältnisses

Fig. 519.



auf das nachfolgende Capitel verwiesen. Jedenfalls ist aber die Summe dieser beiden Verschiebungen $s_1 + s_2$ immer genau gleich der Größe s, welche diejenige relative Verschiebung zwischen Mutter und Schraube darstellt, die zu der stattgehabten Drehung der letzteren gehört. Ist daher $n = tang\,\alpha$ wieder das Steigungsverhältniß der Schraube vom mittleren Halbmesser r, und bedeutet ω deren Drehungswinkel, so hat man immer $r\,\omega\,n = s_1 + s_2$. Dieser Mechanismus zeigt also eine Anordnung der Schraube, bei welcher der Spindel allein die Drehung mitgetheilt wird, während sowohl die Spindel wie auch die Mutter jede einer Verschiebung ausgesetzt ist und zwar in einem Verhältniß, welches sich fortwährend verändert. Es liegt hierin ein neuer Beleg für die vielseitige Anwendung, deren das Schraubengetriebe vermöge der Differentialwirkung fähig ist, welche man erhält, wenn man, wie auch in §. 130, die Spindel und die Mutter gleichzeitig in verschiedenen Beträgen an der Drehung oder Verschiebung Theil nehmen läßt.

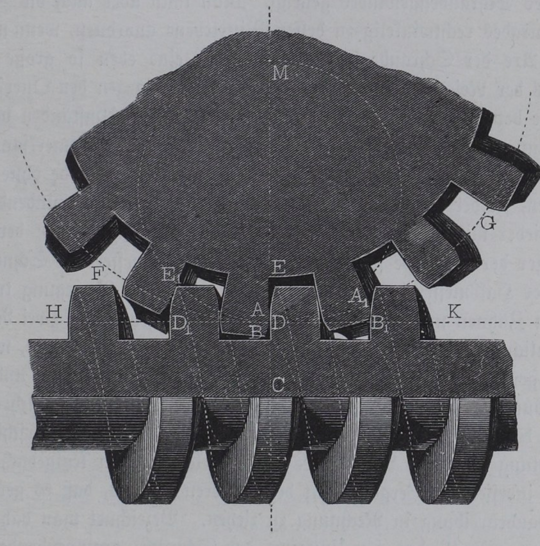
Schraube ohne Ende. Es wurde bereits in §. 124 darauf hingewiesen, daß eine Schraubenspindel auch mit einem Rade im Eingriffe stehen kann, in welchem Falle die Schraube den Namen Schraube ohne Ende oder Schnecke und das Rad denjenigen Schnecken- oder Wurmrad führt. Von der Entstehung eines Schneckenrades gewinnt man eine Anschauung, wenn man aus der Schraubenmutter durch zwei durch die Axe gehende Schnittebenen einen Streifen herausgeschnitten denkt, welcher zu einem Rade gekrümmt wird. Wenn dabei, wie meist gebräuchlich, die Schraube eine §. 132.

eingängige ist, so wird das Rad bei jeder vollen Schraubendrehung genau um einen Zahn herumgedreht, indem jeder Zahn einem Gewindegange entspricht. Das Umsetzungsverhältniß zwischen den beiden Axen der Schraube und des Rades ist daher durch die Anzahl z der Zähne gegeben. Wäre die Schraube mit einem zwei-, drei- oder allgemein νgängigen Gewinde versehen, so würde das Umdrehungsverhältniß bezw. durch $\frac{z}{2}, \frac{z}{3} \cdots \frac{z}{\nu}$ ausgedrückt sein. Man erkennt hieraus, daß, da die Zähnezahl z beliebig groß angenommen werden kann, durch die Schraube ohne Ende ein bedeutendes Umsetzungsverhältniß zwischen zwei Axen zu erlangen ist, größer als dies nach den früheren Ermittelungen im zweiten Capitel durch die gewöhnlichen Zahnräder erreichbar ist. Man wendet daher dieses Getriebe meistens da an, wo man, wie bei Meßinstrumenten, eine sehr kleine Größe durch eine merkliche Bewegung messen will, oder wo es darauf ankommt, mit einer kleinen Kraft einen bedeutenden Widerstand zu überwinden. Daß jedoch in dem letzteren Falle das Schneckenradgetriebe in ökonomischer Hinsicht kein besonders wirkungsvolles Mittel ist, läßt sich schon von vornherein aus dem bedeutenden Reibungswiderstande der gewöhnlichen Schrauben vermuthen.

Fast immer geht bei dem Schneckengetriebe der Antrieb von der Schraubenspindel aus, und nur in vereinzelten Fällen wird die Schraube von dem Schneckenrade aus in Bewegung gesetzt, wie es z. B. bei den Windfängen in Uhrwerken zuweilen geschieht. In solchem Falle muß der Steigungswinkel der Schraube ein beträchtlicher sein, wenn überhaupt die Bewegung möglich sein soll, weshalb hierbei die Schraube meist mehrgängiges Gewinde erhält.

Bei der Schraube ohne Ende ist die Querschnittsform der Gewinde nicht mehr, wie bei den bisher betrachteten Schrauben, eine beliebig anzunehmende, sondern mit Rücksicht auf die Grundsätze festzustellen, nach denen die Zähne einer Zahnstange und ihres Getriebes bestimmt werden. Denkt man sich nämlich durch die Axe C der Schraube, Fig. 520, eine Ebene senkrecht zur Axe des Rades M gelegt, so liefert der Durchschnitt derselben die Profile für die Gewinde der Schraube und für die Zähne des Schneckenrades. Eine einfache Ueberlegung zeigt, daß diese Profile gerade so zu verzeichnen sind wie diejenigen einer Zahnstange HK und eines Getriebes vom Halbmesser MA, für welche beide die Theilung $\widehat{AA_1} = DD_1$ gleich der Steigung s der Schraube ist. Stellt daher der Kreis FAG den dem Schneckenrade entsprechenden Theilkreis und HK die den Theilriß der Zahnstange vorstellende Tangente dar, so erhält man nach dem Früheren (s. §. 71, Fig. 244) durch Abwälzung des Kreises vom Durchmesser AM und der Geraden AK die radialen Begrenzungen AE und DC für die Zahnflanken resp. inneren Gewindetheile, während die Zahnköpfe AB durch die Evolvente des Theilkreises FAG und die äußeren Gewindeprofile $DE = D_1 E_1$ durch die Cycloide des Wälzungskreises vom Durchmesser MA begrenzt sind. Die Eingrifflinie ist natürlich durch $B_1 A E_1$ gegeben, wie früher ausführlicher nachgewiesen. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, daß man anstatt der Geradflankenprofile ebenso gut andere Zahnformen, z. B. die in Fig. 253, §. 74 angegebenen Evolventenprofile wählen kann. Es darf bemerkt werden, daß die auf solche Weise nach den allgemeinen Regeln der Verzahnung gefundenen

Fig. 520.



Profile der Schneckenradzähne nur für die mittlere Ebene dieses Rades genau richtig sind, zu beiden Seiten von dieser Mittelebene werden die Zahnprofile Abweichungen zeigen müssen, da die Ebenen dieser Profile nicht durch die Axe der Schraube hindurchgehen. Den geometrischen Charakter dieser Begrenzungsflächen der Zähne theoretisch zu bestimmen, dürfte sehr weitläufig sein, und es mag die Bemerkung genügen, daß man diese Flächen in der Praxis bei sorgfältiger Ausführung meistens dadurch herstellt, daß man sie mittelst einer schraubenförmigen Fräse (s. §. 89) bearbeitet, deren Grundform mit derjenigen der Schnecke genau übereinstimmt. Es ist dabei nur erforderlich, die Fräse continuirlich in Umdrehung zu setzen, wobei dieselbe ganz von selbst dem zu schneidenden Rade die zur richtigen Bearbeitung nöthige Drehung um seine Axe ertheilt.

Es ist an sich klar, daß das Schneckenrad auch durch einen Radsector ersetzt werden kann, wenn es darauf ankommt, der Axe desselben nur die Drehung um einen gewissen Winkel zu ertheilen, und kommen derartige Getriebe zuweilen bei Stellvorrichtungen vor, z. B. bei den mehrfarbigen Walzendruckmaschinen für Kattundruck, wo es sich darum handelt, die Muster der einzelnen Dessinwalzen in genauen Rapport zu einander zu bringen.

In dem Vorhergehenden ist immer angenommen worden, daß die mittlere Ebene des Schneckenrades die Schraubenaxe in sich aufnimmt, und dann sind die Zähne in ihrer Mitte gegen diese mittlere Ebene unter dem Neigungswinkel des Schraubengewindes geneigt. Man kann aber auch die Zähne des Schneckenrades rechtwinkelig zu dessen Mittelebene anordnen, wenn man nämlich der Axe der Schraube gegen diese Ebene eine eben so große Neigung giebt, als der Neigungswinkel der Schraubengänge gegen den Querschnitt der Schraube beträgt. Auf diese Anordnung, welche unter Umständen bei Raumbeschränkung sich empfehlen dürfte, hat zuerst Olivier*) aufmerksam gemacht.

Um die Verhältnisse von Kraft und Last an der Schraube ohne Ende zu bestimmen, sei der am Umfange des Schneckenrades zu überwindende Widerstand wieder mit Q bezeichnet, und sei s die Steigung und r der mittlere Halbmesser der Gewinde sowie a der Theilkreishalbmesser des Schneckenrades und ϱ der Halbmesser der Zapfen desselben. Bei der Bewegung treten zwischen den Zähnen und Schraubengewinden streng genommen zwei Reibungen ein, nämlich die eigentliche Schraubenreibung längs der Gewinde, welche wie bei der gewöhnlichen Schraube mit Mutter zu beurtheilen ist, und ein der Zahnreibung an einer Zahnstange entsprechender Widerstand, welcher dadurch entsteht, daß die Zähne des Rades auf den Gewinden eine Verschiebung in der Richtung nach dem Radius des Rades erleiden. Der letztgedachte Widerstand ist indessen im Vergleich mit dem ersteren so klein, daß es genügt, nur die Schraubenreibung in Rechnung zu ziehen. Bezeichnet man daher wieder wie früher mit P_1 den am Umfange der Schraube anzuwendenden Druck, welcher bei einer vollen Schraubendrehung die mechanische Arbeit $P_1 \,.\, 2 \pi r$ verrichtet, so veranlaßt derselbe (s. §. 126) auf diesem Wege eine Reibungsarbeit

$$\mu P_1 \sin \alpha \frac{2 \pi r}{\cos \alpha} = \mu P_1 s.$$

Der Druck Q am Umfange des Schneckenrades erzeugt an den Zapfen des letzteren eine Reibung φQ, welche auf den Radumfang reducirt durch $\varphi Q \frac{\varrho}{a}$ ausgedrückt ist. Man hat daher am Umfange der Schraube in deren Axenrichtung einen Widerstand

*) S. Olivier, Théorie géometrique des engrenages.

$$Q + \varphi Q \frac{\varrho}{a} = Q\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right)$$

einzuführen und erhält daher wie früher

$$P_1 = Q\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Bezeichnet z die Zähnezahl des Rades, so kann man aus $2 \pi a = z s$ auch

$$a = \frac{z s}{2 \pi} = n z r$$

setzen und erhält dann

$$P_1 = Q\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{n z r}\right) \frac{n + \mu}{1 - n\mu}.$$

Soll nun dieser Druck P_1 am Umfange der Schraube durch eine am Hebelsarme R einseitig wirkende Kraft P erzeugt werden, so findet man die letztere, wenn wieder $\mathfrak{r}$ den Halbmesser des Halszapfens und $\mathfrak{r}_1$ den Reibungshalbmesser des Spurzapfens der Schraube bezeichnet, durch

$$P R = P_1 r + \varphi P \mathfrak{r} + \varphi Q\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \mathfrak{r}_1 \; ^{*)}$$

zu

$$P = \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}}\left[P_1 + \varphi Q\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right) \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right]$$

$$= \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}}\, Q\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right)\left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right),$$

ähnlich wie in §. 126.

Es kann bemerkt werden, daß wegen der schrägen Zähne des Schneckenrades die Axe des letzteren auch einen bestimmten Druck ihrer Länge nach erleidet, durch welchen eine gewisse Stirnreibung veranlaßt wird, deren Betrag indessen wegen der sehr geringen Bewegung vernachlässigt werden mag. Ohne Reibungswiderstände hätte man die erforderliche Umtriebskraft P_0 zu

$$P_0 = \frac{r}{R} Q n,$$

daher der Wirkungsgrad des Schneckengetriebes sich bestimmt zu

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{R - \varphi \mathfrak{r}}{R} \frac{n}{\left(1 + \varphi \frac{\varrho}{a}\right)\left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right)}.$$

Giebt man in diesen Ausdrücken für P und η den Reibungscoefficienten μ und φ entgegengesetzte Vorzeichen, so erhält man die Formeln für den

---

*) Hierbei ist diejenige Halsreibung außer Acht gelassen, welche in den Lagern der Schnecke durch den einseitig oder excentrisch wirkenden Druck des Schneckenrades hervorgerufen wird.

Rückgang, d. h. für den Fall, daß der Antrieb von dem Schneckenrade ausgeht. Aus dem Werthe

$$(P) = \frac{r}{R + \varphi \mathfrak{r}}\, Q \left(1 - \varphi\, \frac{\varrho}{a}\right) \left(\frac{n - \mu}{1 + n\mu} - \varphi\, \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right)$$

erhält man die Bedingung, unter welcher ein solcher Rückgang überhaupt möglich ist, durch

$$\frac{n - \mu}{1 + n\mu} - \varphi\, \frac{\mathfrak{r}_1}{r} = 0 \text{ zu: } n = \frac{\mu r + \varphi \mathfrak{r}_1}{r - \mu \varphi \mathfrak{r}_1}$$

wie bei der gewöhnlichen Schraube.

Beispiel. Wenn bei der im §. 126 berechneten Schraubenwinde die drehbare Mutter zu einem Schneckenrade von 0,15 Meter Halbmesser ausgebildet ist, an welchem der an jener Stelle ermittelte Druck von 447 Kilogramm ausgeübt werden soll, wie groß ist die Kraft an der Kurbel von 0,20 Meter Länge auf der zugehörigen Schraube ohne Ende, wenn deren mittlerer Halbmesser $r = 40$ Millimeter, die Steigung $s = 15$ Millimeter angenommen wird, und die Axe dieser Schnecke einen Halszapfen von 40 Millimeter und einen Spurzapfen von 24 Millimeter Stärke hat? Man hat hier

$Q = 447$ Kilogramm, $\mathfrak{r} = 20$ Millimeter, $\mathfrak{r}_1 = \frac{1}{3} \,.\, 24 = 8$ Millimeter

und

$$n = \frac{15}{2\pi \,.\, 40} = 0{,}0597 = tang\, 3^0\, 25'.$$

Da die Reibung des Schneckenrades in seinem Halslager bereits bei Bestimmung des Widerstandes Q berücksichtigt wurde und in dem Werthe 447 Kilogramm enthalten ist, so findet man die gesuchte Kraft P an der Kurbel durch

$$\begin{aligned} P &= \frac{r}{R - \varphi \mathfrak{r}}\, Q \left(\frac{n + \mu}{1 - n\mu} + \varphi\, \frac{\mathfrak{r}_1}{r}\right) \\ &= \frac{40}{200 - 0{,}08 \,.\, 20}\, Q \left(\frac{0{,}0597 + 0{,}1}{1 - 0{,}1 \,.\, 0{,}0597} + 0{,}08\, \frac{8}{40}\right) \\ &= 0{,}2016\; Q\; (0{,}1607 + 0{,}016) = 0{,}0356\; Q = 15{,}9 \text{ Kilogramm.} \end{aligned}$$

Die Anzahl der Zähne des Schneckenrades bestimmt sich zu

$$z = \frac{2\pi \,.\, 150}{15} = 62{,}8 = rot.\ 63.$$

Ohne Reibungswiderstände würde man haben:

$$P_0 = \frac{r}{R}\, Q n = \frac{40}{200}\, 0{,}0597\; Q = 0{,}0119\; Q = 5{,}32 \text{ Kilogramm,}$$

daher ist der Wirkungsgrad des Schneckenradgetriebes

$$\eta = \frac{0{,}0119}{0{,}0356} = 0{,}334 \text{ oder etwa } \tfrac{1}{3}.$$

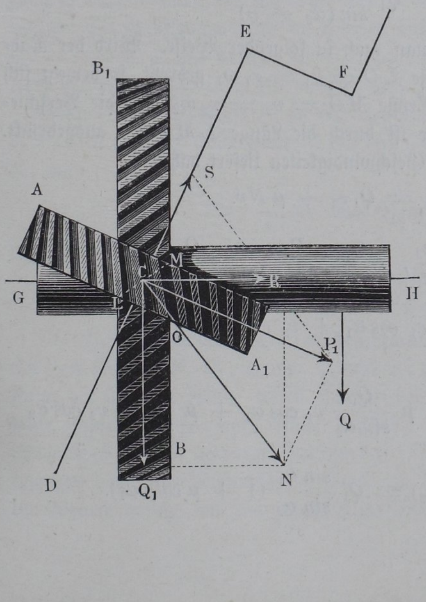
Da der Wirkungsgrad für die Windenschraube im §. 126 zu 0,191 ermittelt wurde, so hat man für die hier betrachtete Windevorrichtung im Ganzen den Wirkungsgrad von

$$\eta = 0{,}191 \,.\, 0{,}334 = 0{,}064,$$

also den winzigen Betrag von etwa $6\frac{1}{2}$ Procent. Man erkennt aus diesem Beispiele deutlich, wie wenig ökonomisch die gewöhnlichen Schraubenwinden sind.

Schraubenräder. Mit der Schraube ohne Ende stehen die Schraubenräder in engem Zusammenhange. Ein Schraubenräderwerk besteht nämlich im Wesentlichen aus zwei in einander greifenden Schraubenspindeln. Daß man auch das Schneckenrad der Schraube ohne Ende als eine Schraubenspindel ansehen kann, ergiebt sich leicht aus der folgenden Betrachtung. Denkt man die Schraube ohne Ende als eine mehrgängige ausgeführt, so nimmt dieselbe die Form eines Rades mit so viel Zähnen an, als die Schraube neben einander laufende Gewinde besitzt. Wäre z. B. die Schraube aus eben so vielen Gewinden zusammengesetzt, wie das Schneckenrad Zähne besitzt, und wären die Halbmesser r der Schraube und R des Rades gleich, so würde ein Formunterschied zwischen Schraube und Schneckenrad gar nicht existiren, und man könnte beide mit einander verwechseln. Man erhält in diesem Falle zwei gleiche auf rechtwinkelig zu einander stehenden Axen befindliche Räder, welche ihrer Natur nach als Schraubenspindeln betrachtet werden können. In solcher Weise kann man zu irgend zwei windschief im Raume stehenden Axen zwei Schraubenspindeln von verschiedenen Durchmessern denken, und erhält so als allgemeinen Fall das Schraubenräderpaar, Fig. 521, von welchem die bisher betrachtete Schraube ohne Ende nur ein specieller Fall ist, welcher durch rechtwinkelige Axenlage und dadurch charakterisirt ist, daß die Zähnezahl des einen Rades, d. h. der Schnecke, in der Regel durch 1 gegeben ist. §. 133.

Fig. 521.



Um die Verhältnisse von Kraft und Last sowie die Widerstände zwei solcher Schraubenräder zu beurtheilen, seien mit r_1 und r_2 die mittleren Halbmesser der Schraubenspindeln AA_1 und BB_1 (Fig. 521) und mit α_1 und α_2 die Neigungswinkel der mittleren Schraubenlinien gegen die Radebenen bezeichnet, so daß, wenn die Berührung der Zähne in LM stattfindet, $LMA = \alpha_1$ und $LMB = \alpha_2$, also der Axenwinkel

$ECH = 180^0 - (\alpha_1 + \alpha_2)$ ist. Bei einer Drehung des Radumfanges A um die Größe $v_1 = r_1 \omega_1$ wird der Umfang des Rades B einen Weg $v_2 = r_2 \omega_2$ zurücklegen, so daß, wie leicht zu ersehen, zwischen diesen beiden Wegen das Verhältniß stattfindet:

$$v_1 : v_2 = LO : MO = \sin \alpha_2 : \sin \alpha_1.$$

Sind nun P_1 und Q_1 die in dem Berührungspunkte C der beiden Schraubenspindeln tangential an die mittleren Radebenen wirkenden Kräfte, so lassen sich dieselben ersetzen durch ihre parallel den Axen und normal zu der Schraubenlinie LM gerichteten Componenten CS, CR und CN. Für den Normaldruck CN hat man für den Fall, daß von der Reibung abgesehen wird:

$$P_1 = N \cos NCP_1 = N \sin \alpha_1$$

und

$$Q_1 = N \cos NCQ_1 = N \sin \alpha_2,$$

daher hätte man ohne Reibung:

$$P_1 = Q_1 \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}.$$

Wird die Reibung an den Gewindegängen berücksichtigt, so hat man die Zerlegung nicht nach der Normale CN vorzunehmen, sondern nach einer um den Reibungswinkel ϱ davon abweichenden Geraden, in welcher man sich die Reaction des getriebenen Zahns gegen den treibenden wirkend denken kann, und man erhält dann ebenso

$$P_1 = Q_1 \frac{\sin (\alpha_1 + \varrho)}{\sin (\alpha_2 - \varrho)}.$$

Letzteren Ausdruck findet man auch in folgender Weise. Wird der Radumfang von A um eine Größe $LO = v_1 = r_1 \omega_1$ gedreht, so bewegt sich der Umfang von B um die Größe $MO = v_2 = r_2 \omega_2$ und die Verschiebung der Zähne auf einander ist durch die Länge $LM = v$ ausgedrückt. Die Gleichung der virtuellen Geschwindigkeiten liefert daher:

$$P_1 v_1 = Q_1 v_2 + \mu N v.$$

Da nun

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}, \quad N = \frac{P_1}{\sin \alpha_1} = \frac{Q_1}{\sin \alpha_2}$$

und

$$v = v_1 \cos \alpha_1 + v_2 \cos \alpha_2$$

ist, so kann man schreiben:

$$P_1 v_1 = Q_1 v_1 \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} + \mu \frac{Q_1}{\sin \alpha_2} v_1 \cos \alpha_1 + \mu \frac{P_1}{\sin \alpha_1} v_2 \cos \alpha_2$$

oder

$$P_1 (1 - \mu \operatorname{cotg} \alpha_2) = Q_1 \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} (1 + \mu \operatorname{cotg} \alpha_1).$$

Setzt man $\mu = tang\,\varrho$ und multiplicirt beiderseits mit $sin\,\alpha_2\,cos\,\varrho$, so wird

$$P_1\,(sin\,\alpha_2\,cos\,\varrho - cos\,\alpha_2\,sin\,\varrho) = Q_1\,(sin\,\alpha_1\,cos\,\varrho + cos\,\alpha_1\,sin\,\varrho),$$

welcher Ausdruck mit dem obigen

$$P_1 = Q_1\,\frac{sin\,(\alpha_1 + \varrho)}{sin\,(\alpha_2 - \varrho)}$$

übereinstimmt.

Für die Schraube ohne Ende ist $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^0$, mit diesen Werthen wird

$$P_1 = Q_1\,\frac{sin\,(\alpha_1 + \varrho)}{sin\,(90^0 - \alpha_1 - \varrho)} = Q_1\,tang\,(\alpha_1 + \varrho)$$

wie früher.

Setzt man $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^0$, so erhält man für zwei Räder paralleler Axen mit schrägen Zähnen

$$P_1 = Q_1\,\frac{sin\,(\alpha_1 + \varrho)}{sin\,(180^0 - \alpha_1 - \varrho)} = Q_1.$$

In diesem Falle fällt also die Schraubenreibung ganz weg, was auch schon daraus folgt, daß eine Verschiebung der Zähne längs der Schraubenlinie nicht stattfindet, indem

$$v = v_1\,cos\,\alpha_1 + v_2\,cos\,\alpha_2 = 0$$

ist. Man darf hieraus aber nicht schließen, daß der Zahneingriff hierbei gänzlich ohne Reibung vor sich gehe, nur die Gewindereibung fällt aus, dagegen gilt in Bezug auf die im Obigen außer Acht gelassene eigentliche Zahnreibung, wie sie aus der Verschiebung der Zähne in radialer Richtung hervorgeht, das in §. 88 darüber Gesagte.

Wenn die Betriebskraft P an der Axe des Rades A in einem Abstande $EF = a$ und der Widerstand Q der Axe GH an einem Arme b wirkt, so hat man

$$P = \frac{r_1}{a}\,P_1 \text{ und } Q_1 = \frac{b}{r_2}\,Q,$$

folglich auch

$$P = \frac{r_1}{a}\,P_1 = \frac{r_1}{r_2}\,\frac{b}{a}\,Q\,\frac{sin\,(\alpha_1 + \varrho)}{sin\,(\alpha_2 - \varrho)}.$$

Die Zapfenreibungen der Axen bestimmen sich dann in bekannter Weise aus den Kräften P, P_1, Q und Q_1 wie bei gewöhnlichen Zahnrädern. In Folge der schrägen Zähne treten indessen bei den Schraubenrädern noch gewisse Zapfenreibungen auf, welche durch die mit den Axen parallelen Componenten S und R hervorgerufen werden. Diese letztgedachten Seitenkräfte erzeugen nicht nur Reibungswiderstände an den Stirnen oder Bundringen der Wellen, welche wie die gewöhnlichen Spurzapfenreibungen zu berechnen sind, sondern wegen ihrer excentrischen Wirkung auch noch gewisse Reibungen in den Halslagern. Letztere Widerstände sind um so größer, je kürzer die Axenlängen l_1 und l_2, zwischen den Zapfen gemessen, im Verhältnisse zu den Radhalbmessern sind, denn es sind die durch S und R in jedem der beiderseitigen Lager hervorgerufenen Seitendrucke durch

$$S_1 = S_2 = S\,\frac{r_1}{l_1} = \frac{P_1}{tang\,\alpha_1}\,\frac{r_1}{l_1}$$

und

$$R_1 = R_2 = R\,\frac{r_2}{l_2} = \frac{Q_1}{tang\,\alpha_2}\,\frac{r_2}{l_2}$$

gegeben.

In diesen axial gerichteten Seitendrucken besteht ein Hauptübelstand der Schraubenräder.

Hinsichtlich der Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 der beiden Räder ergab sich oben:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1\,\omega_1}{r_2\,\omega_2} = \frac{sin\,\alpha_2}{sin\,\alpha_1},$$

daher ist das Umsetzungsverhältniß

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2\ sin\,\alpha_2}{r_1\ sin\,\alpha_1}.$$

Bezeichnet man mit t_1 und t_2 die Zahntheilungen, im Umfange der Räder gemessen, und mit z_1 und z_2 die Zähnezahlen, so ersieht man aus der Figur, daß

$$t_1\ sin\,\alpha_1 = t_2\ sin\,\alpha_2$$

sein muß, und hat daher auch

$$\frac{2\pi r_1}{z_1}\,sin\,\alpha_1 = \frac{2\pi r_2}{z_2}\,sin\,\alpha_2$$

oder

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2\ sin\,\alpha_2}{r_1\ sin\,\alpha_1} = n.$$

Es ist daher auch hier wie bei gewöhnlichen Zahnrädern das Umsetzungsverhältniß umgekehrt den Zähnezahlen proportional. Für die Berechnung der Zahnstärke s normal auf der Schraubenlinie LM hat man zu bemerken, daß man, wie bei anderen Zahnrädern, für beide Räder nehmen kann:

$$s = \frac{19}{40}\,t_1\ sin\,\alpha_1 = \frac{19}{40}\,t_2\ sin\,\alpha_2.$$

Beispiel. Bei einem Schraubenräderwerke seien die Radhalbmesser $r_1 = 0{,}2$ Meter und $r_2 = 0{,}6$ Meter; und sei der Winkel, um welchen die Richtung des Zahnes von den Radebenen abweicht, $\alpha_1 = \alpha_2 = 60^0$. Wie groß ist die an dem Hebelsarme $a = 1{,}2$ Meter erforderliche Kraft, welche im Stande ist, einen Widerstand $Q = 1800$ Kilogramm an einem Hebelsarme von 0,4 Meter zu überwinden?

Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse ist

$$P_0 = \frac{r_1}{r_2}\,\frac{b}{a}\,Q\,\frac{sin\,\alpha_1}{sin\,\alpha_2} = \frac{0,2}{0,6}\,\frac{0,4}{1,2}\,1800 = 200 \text{ Kilogramm.}$$

Mit Rücksicht auf die Zahnreibung ist, wenn man $\mu = 0,1$, also $\varrho = arc\ tang\ 0,1 = 5^0\ 42'$ annimmt:

$$P = \frac{0,2}{0,6}\,\frac{0,4}{1,2}\,1800\,\frac{sin\ 65^0\ 42'}{sin\ 54^0\ 18'} = 200\,\frac{0,913}{0,812} = 224,8 \text{ Kilogramm.}$$

Der Wirkungsgrad der beiden Räder ist also, abgesehen von der Zapfenreibung,

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{200}{224,8} = 0,889, \text{ oder etwa 89 Procent.}$$

Das Umsetzungsverhältniß hat man zu

$$n = \frac{r_2\ sin\,\alpha_2}{r_1\ sin\,\alpha_1} = 3.$$

Sollte dasselbe bei denselben Halbmessern und unveränderter Axenlage gleich 5 werden, so hätte man die Winkel α_1 und α_2 entsprechend zu ändern. Um diese Winkel zu bestimmen, hat man dann die Bedingungen:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 120^0 \text{ und } \frac{r_2\ sin\,\alpha_2}{r_1\ sin\,\alpha_1} = 5,$$

oder:

$$\frac{sin\,\alpha_2}{sin\,\alpha_1} = \frac{5\ .\ 0,2}{0,6} = 1,667 = \nu.$$

Man findet hieraus die Winkel durch

$$sin\,(\alpha_1 + \alpha_2) = sin\,\alpha_1\ cos\,\alpha_2 + cos\,\alpha_1\ sin\,\alpha_2 = sin\,\alpha_1\ (cos\,\alpha_2 + \nu\ cos\,\alpha_1)$$
$$cos\,(\alpha_1 + \alpha_2) = cos\,\alpha_1\ cos\,\alpha_2 - sin\,\alpha_1\ sin\,\alpha_2 = cos\,\alpha_1\ cos\,\alpha_2 - \nu\ sin^2\,\alpha_1$$
$$= cos\,\alpha_1\ (cos\,\alpha_2 + \nu\ cos\,\alpha_1) - \nu.$$

Durch Division dieser beiden Gleichungen wird:

$$\frac{sin\ (\alpha_1 + \alpha_2)}{cos\ (\alpha_1 + \alpha_2) + \nu} = \frac{sin\,\alpha_1}{cos\,\alpha_1} = tang\,\alpha_1;$$

daher

$$tang\,\alpha_1 = \frac{sin\,120^0}{cos\,120^0 + 1,667} = \frac{0,866}{-0,5 + 1,667} = \frac{0,866}{1,167} = 0,7420,$$

daher

$$\alpha_1 = 36^0\ 35' \text{ und } \alpha_2 = 83^0\ 25'.$$

Die nunmehr erforderliche Kraft ohne Nebenhindernisse wäre

$$P_0 = \frac{0,2}{0,6}\,\frac{0,4}{1,2}\,1800\,\frac{sin\ 36^0\ 35'}{sin\ 83^0\ 25'} = 120 \text{ Kilogramm,}$$

dagegen mit Berücksichtigung der Zahnreibung:

$$P = \frac{0,2}{0,6}\,\frac{0,4}{1,2}\,1800\,\frac{sin\ 42^0\ 17'}{sin\ 77^0\ 43'} = 137,8 \text{ Kilogramm,}$$

daher ist der Wirkungsgrad dieser Räder:

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{120}{137,8} = 0,871 \text{ oder circa 87 Procent.}$$

Der Normaldruck N bestimmt sich sonach zu

$$N = \frac{a}{r_1} \frac{P}{\sin \alpha_1} = \frac{1,2\ .\ 137,8}{0,2\ .\ 0,596} = 1387 \text{ Kilogramm.}$$

Hieraus berechnet sich nach §. 78 die Zahnstärke resp. die normale Theilung t für gußeiserne Zähne zu

$$t = 1,73 \sqrt{N} = 1,73 \sqrt{1387} = 64,4 = rot.\ 65 \text{ Millimeter,}$$

folglich sind die Umfangstheilungen

$$t_1 = \frac{t}{\sin \alpha_1} = \frac{65}{0,596} = 109,1 \text{ Millimeter,}$$

$$t_2 = \frac{t}{\sin \alpha_2} = \frac{65}{0,993} = 65,5 \text{ Millimeter.}$$

Endlich bestimmen sich hieraus die Zähnezahlen zu

$$z_1 = \frac{2 \pi r_1}{t_1} = \frac{6,28\ .\ 200}{109,1} = 11,5,$$

$$z_2 = \frac{2 \pi r_2}{t_2} = \frac{6,28\ .\ 600}{65,5} = 57,6,$$

wofür passend 12 und 60 Zähne zu nehmen sind, so daß die Umfangstheilungen zu $t_1 = \frac{6,28\ .\ 200}{12} = 104,67$ Millimeter und $t_2 = \frac{6,28\ .\ 600}{60} = 62,8$ Millimeter sich corrigiren.

§. 134. **Dimensionen der Schrauben.** Die einzelnen Dimensionen der Schraubengewinde pflegt man in der Regel im Verhältniß zu der Schraubenstärke oder dem Durchmesser d der Schraubenspindel zu wählen, wenigstens gilt dies allgemein von den scharfgängigen Befestigungsschrauben, für welche fast ausschließlich von den Fabrikanten aus Gründen der Bequemlichkeit beim praktischen Gebrauche das von Whitworth aufgestellte einheitliche Gewindesystem angenommen ist. Eine größere Freiheit ist dagegen in der Wahl der Verhältnisse bei den flachgängigen Schrauben gelassen, wie sie meist als Bewegungsorgane für Windewerke, Pressen ꝛc. gebraucht werden, und bei welchen die einzelnen Abmessungen, insbesondere die Steigung und der Neigungswinkel der Gewinde in der Regel aus dem zu erlangenden Umsetzungsverhältnisse der Geschwindigkeit sich ergeben.

Der Durchmesser der Schraubenspindel ergiebt sich aus den auf die Schraube einwirkenden Kräften nach den im Thl. I behandelten Gesetzen der Festigkeit. Die Schraubenspindeln sind fast allgemein und zwar die Befestigungsschrauben immer durch den axial wirkenden Druck auf Abreißen in Anspruch genommen, nur bei Winden und Pressen, sowie manchen Stellschrauben wirkt dieser Druck öfter auf Zerdrücken resp. Zerknicken der Schraubenspindel. In keinem Falle sollte man die Anordnung so treffen, daß die Schraubenspindel auf Biegung angestrengt wird. Jedenfalls wird aber die Schraubenspindel während ihrer Drehung oder der Drehung ihrer Mutter auch noch auf ihre Torsionsfestigkeit beansprucht und ist als verdrehende Kraft diejenige anzusehen, welche am Umfange der Schraubenspindel erforderlich ist, um die Drehung zu bewirken. Der Reibungswiderstand, welchen die Mutter auf ihrer Unterlage erleidet, ist für dieses verdrehende Moment ohne Einfluß.

Dem Obigen zufolge hätte man die Schraubenspindel wie einen auf Zug resp. Druck und auf Torsion beanspruchten Körper zu berechnen und nach Thl. I, §. 283 die Formel

$$Q = Fk \left[1 - \left(\frac{Me}{kW} \right)^2 \right]$$

anzuwenden, worin Q den in der Axenrichtung wirkenden Druck, k die höchstens zulässige Materialspannung, M das verdrehende Moment, F den Querschnitt an der Bruchstelle, W dessen Torsionsmoment und e den Abstand der äußersten Faser dieses Querschnitts von der Axe bezeichnet. Gewöhnlich pflegt man indessen die Schrauben einfacher durch $Q = Fk$ zu berechnen, indem man der Torsionsanstrengung dadurch Rechnung trägt, daß man für die zulässige Spannung k nur einen geringen Werth annimmt.

Als den Querschnitt, in welchem das etwaige Abreißen eines Schraubenbolzens erfolgt, hat man den Flächeninhalt des Kerns oder desjenigen Cylinders anzusehen, auf welchem die Schraubengänge haften, und man hat daher, unter d_0 diesen inneren Durchmesser der Gewindegänge verstanden, für denselben:

$$Q = \frac{\pi d_0^2}{4} k.$$

Bei den gewöhnlichen scharfgängigen Befestigungsschrauben hat man im Durchschnitt

$$\frac{d}{d_0} = 0{,}75,$$

so daß man den äußeren, d. h. den Durchmesser der Schraubenspindel d auch erhält durch:

$$Q = \frac{0{,}75^2 d^2 \pi}{4} k = 0{,}441 d^2 k.$$

Nimmt man nun bei schmiedeeisernen Schrauben für k den geringen Werth von 2 Kilogramm pro Quadratmillimeter an, so erhält man:

$$Q = 0{,}88\, d^2 \quad \text{oder} \quad d = 1{,}07\, \sqrt{Q}\,^{*)}.$$

Die Steigung s der Befestigungsschrauben soll man nach Redtenbacher bestimmen durch die Beziehung:

$$z = \sqrt{48 + 16{,}8\, d},$$

worin $z = \frac{d}{s}$ die Anzahl der Gewindegänge auf einer Länge gleich dem Spindeldurchmesser d bedeutet, und kann man dabei den Kerndurchmesser

$$d_0 = \frac{z - 2}{z}\, d$$

setzen. Letztere Angabe stimmt mit den der Whitworth'schen Scala zu Grunde liegenden Werthen von d, d_0 und z genau überein. Reuleaux giebt für die Steigung s der Whitworth'schen Schrauben die empirische Formel

$$s = 1 + 0{,}08\, d,$$

welche genügend angenäherte Werthe ergiebt. Der Kantenwinkel 2β dieses Schraubensystems beträgt 55^0, und demzufolge würde bei scharf ausgeschnittenen Gängen, Fig. 522, die radiale Gangtiefe sich ergeben zu

$$t_0 = \frac{s}{2}\, cotg\, \frac{55^0}{2} = 0{,}96\, s;$$

wegen der Abrundungen aber, Fig. 523, hat man nur etwa:

$$t = {}^2/_3\, t_0 = 0{,}64\, s.$$

Der mittlere Neigungswinkel der Gewinde nach Whitworth's System variirt etwa zwischen 2^0 und $4^0\, 30'$.

Die Schraubenmuttern werden in der Regel von der Form eines regulären sechsseitigen Prismas, Fig. 524, gemacht, und soll man nach Redtenbacher die Weite des Schlüssels, d. h. den Durchmesser D des dem Sechseck eingeschriebenen Kreises

$$D = 5 + 1{,}4\, d$$

und die Höhe der Mutter

$$h = {}^2/_3\, D = 3{,}33 + 0{,}93\, d$$

machen.

Meist pflegt man $h = d$ und den Durchmesser des um das Sechseck beschriebenen Kreises gleich $2\,d$ zu nehmen. Die Festigkeit der auf Abscheeren beanspruchten Muttergewinde ist bei der Höhe $h = d$ eine reichlich große,

---

*) Redtenbacher giebt für den Schraubendurchmesser die Formel:

$$d = \frac{1}{9}\sqrt{P}\ cm = 1{,}11\sqrt{P}\ mm.$$

indem die Abscheerungsfläche durch $\pi d h = \pi d^2$ ausgedrückt ist, daher die Anstrengung auf Schub nur

$$\frac{Q}{\pi d^2} = \frac{Q}{\pi 1{,}07^2 Q} = 0{,}28 \text{ Kilogramm}$$

beträgt. Dem Schraubenkopfe giebt man in der Regel dieselbe Grundrißform wie der Mutter, aber meist nur die geringere Höhe $h_1 = 0{,}7\ d$.

Fig. 522.

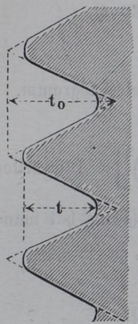


Fig. 523.

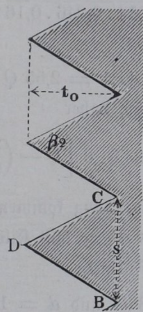
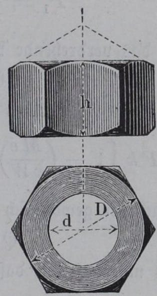


Fig. 524.



Für Schrauben mit rechteckigem Gewinde kann man die Zahl z der Gänge für eine Länge gleich dem Durchmesser nach Redtenbacher passend zu:

$$z = \frac{1}{2} \sqrt{48 + 16{,}8\ d}$$

und den Durchmesser des Kerns zu

$$d_0 = \frac{z - 1}{z}\ d$$

annehmen. Die Höhe der Mutter h ist hierbei mit Rücksicht auf den Verschleiß verhältnißmäßig größer zu machen, so zwar, daß der specifische Flächendruck in den Gewinden den Werth von 0,5 Kilogramm nicht übersteigt; in der Regel pflegt man bei diesen Schrauben die Mutterhöhe $h = 1{,}5\ d$ anzunehmen.

Bei allen Schrauben, besonders den einer häufigen Bewegung unterworfenen von Pressen ꝛc., ist darauf zu achten, daß die Muttern möglichst gut ringsum aufsitzen, um die biegenden Wirkungen, welche durch einseitiges Aufliegen hervorgerufen werden, zu vermeiden.

Beispiel. Welchen Druck Q in der Axenrichtung kann die im Beispiel zu §. 127 berechnete einzöllige Befestigungsschraube ausüben, wenn die höchstens zulässige Spannung k den Werth 6 Kilogramm pro Quadratmillimeter nicht überschreiten soll?

Man hat hier $d = 25,4$ Millimeter; $d_0 = 19$ Millimeter; daher

$$F = \frac{\pi d_0^2}{4} = 283,5;\quad e = 9,5 \text{ und } \frac{W}{e} = \frac{\pi d^3}{16} = 1346.$$

Ferner ist die am mittleren Gewindeumfange wirkende Kraft

$$P_1 = Q \frac{n + 1,14 \mu}{1 - 1,14 n \mu},$$

oder, wenn wieder $\mu = 0,16$ und n hier $= 0,046$ gesetzt wird:

$$P_1 = Q \frac{0,046 + 1,14 . 0,16}{1 - 1,14 . 0,046 . 0,16} = 0,230\ Q,$$

folglich das verdrehende Moment

$$M = P_1 r = 0,230\ Q . 11,1 = 2,55\ Q \text{ Millimeterkilogramm.}$$

Mit diesen Werthen ergiebt sich daher

$$Q = F k \left[1 - \left(\frac{M e}{k W}\right)^2\right] = 283,5 . 6 \left[1 - \left(\frac{2,55\ Q}{6 . 1346}\right)^2\right] = 1360 \text{ Kilogramm.}$$

Nach der gewöhnlich zur Anwendung kommenden Rechnung hat man nur

$$Q = 0,88\ d^2 = 568 \text{ Kilogramm,}$$

woraus man erkennt, daß obige Formeln

$$Q = 0,88\, d^2 \text{ und } d = 1,07 \sqrt{Q}$$

eine große Sicherheit gewähren.

Anmerkung. Ueber die Theorie der Schrauben handeln fast sämmtliche Lehrbücher der Mechanik und angewandten Maschinenlehre, so z. B. Poncelet in seinem Cours de mécanique appliquée aux machines, nächstdem Navier in seinem Resumé des Leçons sur l'application de la mécanique etc. und Coriolis in seinem Calcul de l'effet des machines. Siehe auch Ritter, Lehrbuch der technischen Mechanik und Wiebe's Lehre von den einfachen Maschinentheilen. Von den Schraubenrädern handelt Olivier in seiner geometrischen Theorie der Zahnräderwerke. Es ist auch hierüber nachzulesen Willis' Principles of mechanism. Eine ausführliche Abhandlung über die Herstellung der Schrauben giebt Karmarsch im dreizehnten Bande von Prechtl's technologischer Encyklopädie. Ueber die Verhältnisse der Schrauben s. u. A. Redtenbacher, Resultate für den Maschinenbau; Reuleaux, Der Constructeur.