laßt, indem außer der in A auf Zug oder Druck wirkenden Kraft P noch eine andere dazu senkrechte Biegungskraft P_1 zur Wirkung kommt. Das auf Biegung resp. auf Bruch wirkende Moment ist in diesem Falle für den gefährdeten Querschnitt in R bestimmt durch

$$M = P_1 \,.\, \overline{KR} - P \,.\, \overline{AK} = P_1 l_1 - P\frac{f}{2},$$

und bestimmen sich die Abmessungen des Querschnitts in diesem Falle nach den in Th. I, §. 283 für die Biegung gespannter Balken entwickelten Regeln.

Gestängkreuze (Winkelhebel). Die Dimensionen der Gestängkreuze und Winkelhebel ermitteln sich aus den einwirkenden Kräften nach den bekannten Regeln der Festigkeit. Was zunächst die einfachen Schwingen anbetrifft, welche lediglich zur Unterstützung oder Führung von Gestängen dienen, so sind die sämmtlichen Theile derselben, nämlich Zapfen, Axe und Schwingarm nur durch das Gewicht des auf ihnen ruhenden Gestängtheiles belastet, und bestimmen sich die Stärken der Zapfen und der Axe nach den in den §§. 3 und 6 angegebenen Regeln für Tragzapfen und Tragaxen. Die Größe der von dem Gestänge übertragenen Kraft P ist hierbei, so lange die beiden Stangenenden an einem gemeinschaftlichen Bolzen angreifen, nur insofern auf die Zapfenstärke von Einfluß, als dieser Bolzen durch diese Kraft auf Abscheerung in Anspruch genommen wird. Wenn indessen, wie bei den Bruchschwingen und Kreuzen immer der Fall ist, die beiden Stangenenden an verschiedenen Bolzen angreifen, so sind nicht nur diese letzteren, sondern auch alle zwischen ihnen gelegenen Verbindungstheile, also die Arme und die Drehaxe der Einwirkung dieser Kraft unterworfen, und mit Rücksicht auf dieselbe zu bestimmen. §. 108.

Seien a und b die Längen der Arme AC und BC eines Kreuzes oder Winkelhebels, Fig. 420 (a. f. S.), die einen Winkel β mit einander einschließen, und seien P und Q die an A und B wirkenden Kräfte, so hat man unter Vernachlässigung der Eigengewichte sowie der Reibungswiderstände und sonstigen Nebenhindernisse

$$Pa = Qb$$

und den Axendruck

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2\,PQ\cos\beta} = P\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\,\frac{a}{b}\cos\beta}.$$

Aus P und Q bestimmen sich dann die Zapfendurchmesser nach der Art der Angriffsweise. Ist nämlich der Arm mit beiderseits hervorragenden Zapfen nach Fig. 421 versehen, an denen die Stange mit einer Gabel angreift, so daß jeder Zapfen $\frac{P}{2}$ zu übertragen hat, so folgt die Zapfenstärke d aus

$$M = \frac{P}{2}\,\frac{l}{2} = \frac{W}{e}\,k = \frac{\pi\,d^3}{32}\,k,$$

zu

$$d = \sqrt{\frac{32}{\pi}\,\frac{P}{4\,k}\,\frac{l}{d}} = 1{,}6\,\sqrt{P\,\frac{\lambda}{k}},$$

wenn mit λ wieder das Längenverhältniß $\frac{l}{d}$ bezeichnet wird, welches in diesem Falle meist zwischen 1 und 1,2 liegt, und k die höchstens zulässige Spannung des Zapfenmaterials, $k = 6^k$ für Schmiedeeisen, $k = 10^k$ für Stahl bedeutet. (Gußeisen wird für Zapfen in diesem Falle niemals angewendet.)

Fig. 420.

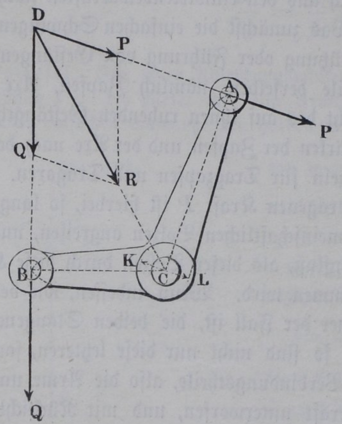
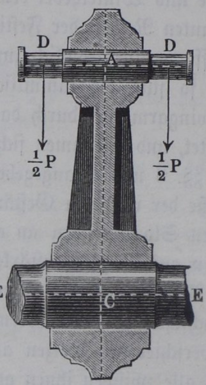
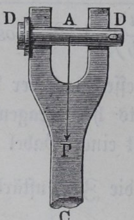


Fig. 421.



Die Anwendung einer auf dem Bolzen drehbaren Gabel ist indessen erfahrungsmäßig nicht zu empfehlen, vielmehr ist es meist gebräuchlich, den Arm nach Fig. 422 mit einem gabelförmigen Kopfe zu versehen, in welchem der Bolzen DD undrehbar befestigt ist, und um dessen mittleren Theil die Stange sich drehen kann. Das Angriffsmoment ist in diesem Falle, unter l die freie Länge des Bolzens zwischen den Gabelbacken verstanden, durch $\frac{Pl}{4}$ gegeben, so daß sich d ebenfalls durch $d = 1{,}6\sqrt{\frac{P\,\lambda}{k}}$ bestimmt. Dieselbe Formel dient auch zur Bestimmung des Durchmessers für jeden Zapfen der Drehaxe, vorausgesetzt, daß man für P den Druck $\frac{R}{2}$ in die Formel

Fig. 422.



einführt. Die Stärke D der Drehaxe in der Mitte indessen ergiebt sich, unter L die Entfernung der Lager von Mitte zu Mitte verstanden, aus

$$\frac{RL}{4} = \frac{\pi}{32} D^3 k \text{ zu } D = 1{,}38 \sqrt[3]{\frac{RL}{k}}.$$

Die Dimensionen der Arme bestimmen sich nach der Formel für die relative Festigkeit eines an einem Ende festgehaltenen Balkens von der Länge a resp. b, dessen freies Ende durch die Kraft P beziehungsweise Q belastet ist, also aus

$$Pa = \frac{W}{e} k$$

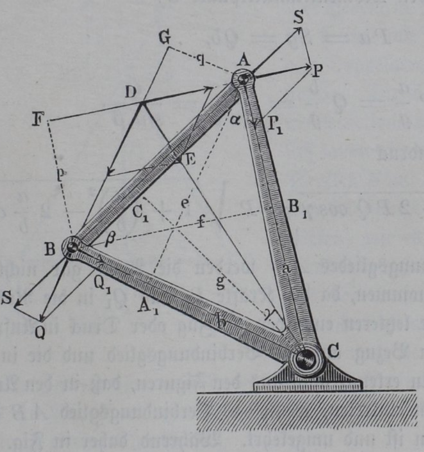
(s. Th. I, §. 235).

Die Länge der Nabe kann man zu 1,5 D und ihre Wandstärke zu 0,4 D annehmen, während der Nabensitz der Axe 1,2 D stark gemacht werden kann, wenn D die berechnete Stärke der Axe in der Mitte bezeichnet (siehe Tragaxen, §. 6 u. 7).

Um die Arme der Kunstkreuze nicht auf Abbrechen in Anspruch zu nehmen, welche Anstrengung eine sehr ungünstige ist und daher beträchtlichen Materialaufwand erfordert, pflegt man die Arme größerer Kreuze unter einander durch diagonale Verbindungsstücke zu vereinigen, welche als Spannstangen oder als Streben wirken, je nachdem die in den Stangen wirkenden Kräfte die Arme aus einander zu ziehen oder gegen einander zu drücken suchen.

Seien $CA = a$ und $CB = b$, Fig. 423 und 424, die Arme einer Bruchschwinge, deren Brechungswinkel ACB durch γ ausgedrückt sei, und seien die Endpunkte durch eine gerade Stange AB von der Länge c verbunden, so hat man für die mittlere Stellung der Schwinge, in welcher die Kräfte P und Q an den Zapfen A und B senkrecht zu den Armen gerichtet sind:

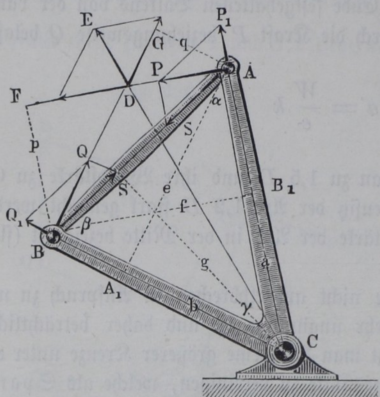
Fig. 423.



$$Pa = Qb.$$

Durch diese Kräfte werden in den Armen und in der Verbindungsstange die Spannungen resp. Pressungen P_1, Q_1 und S hervorgerufen, welche sich ohne Weiteres angeben lassen, sobald man die Höhen e, f und g des Dreiecks ABC sowie die normalen Abstände $BF = p$ der Kraft P von B und $AG = q$ der Kraft Q von A kennt, welche Größen aus der Zeichnung entnommen oder aus den Elementen des Dreiecks ABC leicht berechnet werden können. Das Gleichgewicht der an A angreifenden Kräfte P, P_1 und S ergiebt nämlich für den Momentenmittelpunkt B:

Fig. 424.



$$Pp = P_1 f,$$

also

$$P_1 = P\frac{p}{f} = P \, cotang \, \alpha,$$

und ebenso das Gleichgewicht der an B wirkenden Kräfte Q, Q_1 und S für den Momentenmittelpunkt A:

$$Qq = Q_1 e,$$

oder

$$Q_1 = Q\frac{q}{e} = Q \, cotang \, \beta.$$

Ferner hat man für den Momentenmittelpunkt C:

$$Pa = Sg = Qb,$$

oder

$$S = P\frac{a}{g} = Q\frac{b}{g} = \frac{P}{sin \, \alpha} = \frac{Q}{sin \, \beta}.$$

Endlich folgt der Axendruck

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos\gamma} = P\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\frac{a}{b}\cos\gamma}.$$

Vermöge des Verbindungsgliedes AB werden die Arme gar nicht auf Biegung in Anspruch genommen, da die Kräfte P_1 und Q_1 in die Richtungen der Arme fallend, die letzteren entweder auf Zug oder Druck in Anspruch nehmen. Gleiches gilt in Bezug auf das Verbindungsglied und die in ihm auftretende Kraft S. Man erkennt auch aus den Figuren, daß in den Armen AC und BC Pressungen eintreten, wenn das Verbindungsglied AB einer Zugspannung unterworfen ist und umgekehrt. Während daher in Fig. 423

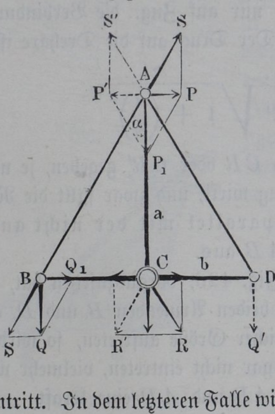
das Verbindungsglied AB als ein **Anker** oder eine **Zugstange** angesprochen wird, hat dasselbe in Fig. 424 als eine **Druckstrebe** zu widerstehen, und wird daher, sobald die Stangen sowohl beim Hingange wie beim Rückgange wirken, das Glied AB sowohl wie die Arme abwechselnd gedrückt und gezogen werden. Auf diese Verhältnisse ist bei der Wahl des Materials Rücksicht zu nehmen, da sich für gezogene Theile insbesondere das Schmiedeeisen und für nur gedrückte Theile das Gußeisen besonders eignet. Die Bestimmung der Querschnitte F der Arme und des Verbindungsgliedes ergiebt sich in jedem Falle leicht durch

$$F = \frac{K}{k},$$

wenn K die in dem betreffenden Constructionsgliede wirkende Kraft und k die höchstens im Materiale zulässige Spannung bedeutet. Hierbei hat man bei der Annahme von k, falls das Glied gedrückt wird, auf die Länge desselben geeignete Rücksicht zu nehmen, indem man k nach den Th. I, §. 274 entwickelten Regeln für die Festigkeit gegen Zerknicken ermittelt.

Es kommt in der Praxis sehr häufig vor, daß man die Bewegung eines Gestänges dazu benutzt, um durch eine Bruchschwinge gleichzeitig zwei andere zu einander parallele Stangen zu bewegen, namentlich findet diese Anordnung zur Bewegung der Kolbenstangen von paarweise neben einander angeordneten Pumpen für Grubenbetrieb und bei Bauentwässerungen statt. In solchem Falle pflegt man die Bruchschwinge meist nach Fig. 425 mit drei Armen AC, BC, DC zu versehen, welche durch die Streben AB und AD versteift sind. Der Hebelarm $AC = a$ der Kraft bildet hierbei fast immer rechte Winkel mit dem Doppelarm $BD = 2b$ der Widerstände. Die Anstrengung der einzelnen Constructionstheile hängt hierbei wesentlich davon ab, ob die Widerstände an den Punkten B und D fortwährend beim Hin- und Rückgange der Stangen gleichzeitig wirken, wie es bei Anhängung **doppelt wirkender** Pumpen der Fall ist, oder ob, wie bei **einfach wirkenden** Pumpen, nur abwechselnd in B und D ein Widerstand nach derselben Richtung wirkend eintritt. In dem letzteren Falle wird, wenn die Kraft P in der Richtung AP und in B ein Widerstand Q in der Richtung BQ wirkt, nach dem Vorhergehenden in AC eine Druckkraft

Fig. 425.



$$P_1 = P\,\frac{a}{b},$$

in BC eine Druckkraft

$$Q_1 = Q\,\frac{b}{a} = P$$

und in AB eine Zugkraft

$$S = \frac{P}{\sin\alpha}$$

zur Aeußerung kommen. Die Stange AD und der Arm CD kommen dabei erst bei der entgegengesetzten Bewegung zur Wirkung, wenn die Kraft P in der Richtung AP' einwirkt und der Widerstand Q' in D auftritt. Hierbei stellt sich in AC eine Druckkraft

$$P_1 = P\,\frac{a}{b},$$

in DC eine solche

$$Q_1 = Q\,\frac{b}{a} = P$$

und in AD eine Zugkraft

$$S = \frac{P}{\sin\alpha}$$

ein. Die Arme der Schwinge werden daher hierbei nur gedrückt, und zwar BC und DC abwechselnd, AC dagegen immer, die Verbindungsstangen dagegen nur gezogen und zwar ebenfalls abwechselnd. Hätten die Widerstände Q die entgegengesetzte Richtung, wie dies bei Druckpumpen der Fall ist, so würden, wie leicht zu ersehen, die Arme nur auf Zug, die Verbindungsstangen auf Druck beansprucht werden. Der Druck auf die Drehaxe ist in jedem Falle durch

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2} = P\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}$$

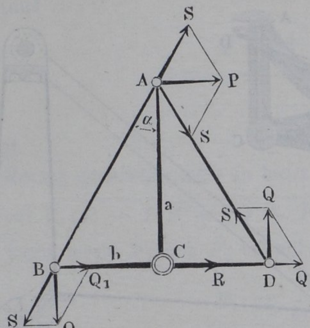
gefunden, die Richtung desselben ist durch CR oder CR' gegeben, je nachdem P in der einen oder anderen Richtung wirkt, und zwar fällt die Richtung von R, wie leicht zu ersehen, stets parallel mit der nicht angestrengten Verbindungsstange AD oder AB aus.

Wenn man jedoch im anderen Falle, Fig. 426, vorauszusetzen hat, daß die Widerstände Q, Q gleichzeitig an den beiden Armenden B und D, also immer entgegengesetzt wirkend und in gleicher Größe auftreten, so wird in dem Arme AC der Kraft P eine Wirkung gar nicht eintreten, vielmehr wird P in jeder der beiden Verbindungsstangen AB und AD eine Kraft

$$S = \frac{P}{2\sin\alpha}$$

hervorrufen, welche beim Hin- und Rückgange abwechselnd die eine der Verbindungsstangen drückt und die andere zieht. Ebenso wird immer der eine Arm gezogen und der andere gedrückt durch eine Kraft

Fig. 426.

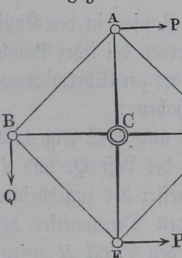


$$Q_1 = \frac{P}{2},$$

und zwar wird stets derjenige Arm gedrückt, dessen Verbindungsstange gezogen wird und umgekehrt. Die Axe ist in diesem Falle fortwährend einem Drucke $R = 2\ Q_1 = P$ ausgesetzt, dessen Richtung mit derjenigen von P übereinstimmt.

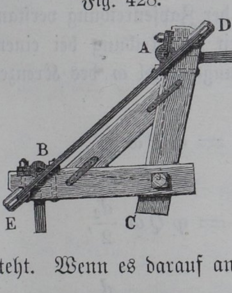
Wenn man, Fig. 427, auch den Arm $A\,C$ der Kraft über C hinaus verlängert, so entsteht eine vierarmige Schwinge oder ein Kreuz (Kunstkreuz, Gestängkreuz). Wenn man hierbei bewegende Stangen sowohl in A wie auch in E angreifen läßt, so ist es klar, daß die Bewegung durch eine abwechselnd in A und E wirkende Zugkraft P bewirkt werden kann, wie auch die Widerstände Q in B und D beschaffen sein mögen. Man kann daher, anstatt zur Uebertragung der Bewegung eine starre ziehend und drückend wirkende Stange in A anzuwenden, sich auch zweier in A und E angeknüpfter Seile oder Ketten bedienen. Die Art der Uebertragung der alternirenden Bewegung auf große Entfernungen mit Hülfe von Drahtseilen hat in neuerer Zeit häufigere Verwendung gefunden, da diese Ausführung mancherlei Vorzüge vor der Anwendung der Stangen darbietet. (S. folg. Capitel.)

Fig. 427.



Die Construction der Bruchschwingen ist aus den Figuren 428 bis 431 ersichtlich. Fig. 428 stellt eine hölzerne und Fig. 429 eine gußeiserne Schwinge vor, während die in Fig. 430 dargestellte Schwinge*) zum großen Theile aus Schmiedeeisen besteht. Wenn es darauf ankommt, ein Gestänge genau in seiner Axenrichtung

Fig. 428.



*) S. Rittinger, Erfahrungen, Jahrg. 1870.

zu bewegen, so gestaltet man auch wohl nach Fig. 431 den betreffenden Arm an seinem Ende bogenförmig, und schließt die Stange mittelst einer

Fig. 429.

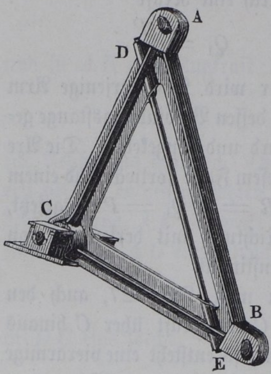


Fig. 431.

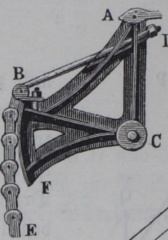
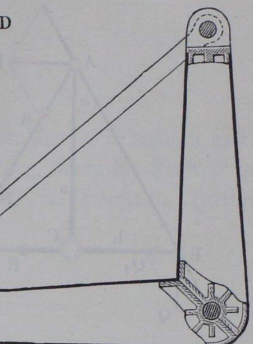


Fig. 430.

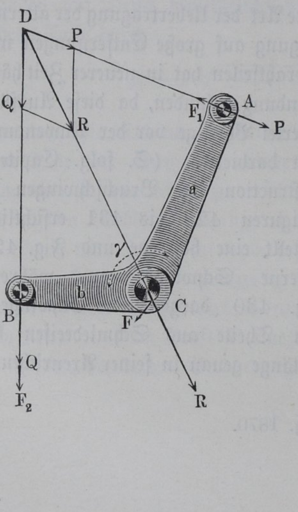


Laschenkette an. Diese Ausführung ist natürlich nur dann möglich, wenn das Gestänge lediglich auf Zug in Anspruch genommen wird.

§. 109. **Reibungswiderstände.** Durch die Reibung der Zapfen in den Kopflagern der Gestänge und in den Stützlagern der Axe werden bei jeder Bruchschwinge Widerstände erzeugt, welche eine Vergrößerung der zur Ueberwindung des Widerstandes Q erforderlichen Kraft P zur Folge haben.

Bezeichnen wieder a und b die Längen der Arme AC und BC, Fig. 432, der Kraft P, resp. der Last Q, und d_1 und d_2 die Durchmesser der zugehörigen Bolzen, sowie d den Durchmesser der Axenzapfen, welche den Druck R aufzunehmen haben, so beträgt, unter φ den Coefficienten der Zapfenreibung verstanden, die Arbeit der Reibung bei einem kleinen Drehungswinkel ω des Kreuzes in A:

Fig. 432.



$$W_1 = \varphi P \omega \frac{d_1}{2},$$

in B:

$$W_2 = \varphi Q \omega \frac{d_2}{2},$$

in C:

$$W = \varphi R \omega \frac{d}{2},$$