γ und δ deren Neigungen gegen die Führungsgeraden und zwar mit γ_1 und δ_1 in den obersten und mit γ_0 und δ_0 diejenigen in den mittleren Stellungen, seien endlich s und s_1 die Hubhöhen der Punkte E und G. Man hat dann, wenn man schließlich noch die Hebelsarme des zweiten Lenkers DB mit ϱ und FB mit ϱ_1 bezeichnet, zunächst

$$\frac{s}{s_1} = \frac{EB}{GB} = \frac{DB}{FB} = \frac{\varrho}{\varrho_1}.$$

Ferner ist nach der Figur

$$1/_2\, s = r \sin \alpha_1 + l \cos \gamma_0 - l \cos \gamma_1 = r \sin \alpha_1,$$

da $\cos \gamma_0 = \cos \gamma_1$ ist. Ebenso hat man

$$1/_2\, s_1 = r_1 \sin \alpha_1 + l_1 \cos \delta_0 - l_1 \cos \delta_1,$$

und es ist daher

$$\frac{s}{s_1} = \frac{r \sin \alpha_1}{r_1 \sin \alpha_1 + l_1 (\cos \delta_0 - \cos \delta_1)}.$$

Wenn die Richtung KK ebenfalls die Pfeilhöhe des Bogens halbirt, welchen J beschreibt, so ist auch $\cos \delta_0 = \cos \delta_1$, und man hat

$$\frac{s}{s_1} = \frac{r \sin \alpha_1}{r_1 \sin \alpha_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Da nun aber auch

$$\frac{s}{s_1} = \frac{\varrho}{\varrho_1}$$

ist, so hat man als Bedingungsgleichung für die Geradführung des Punktes G:

$$\frac{\varrho}{\varrho_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Diese Bedingung läßt sich, wie leicht zu ersehen ist, nur erfüllen, wenn die gerade Verbindungslinie AB der Drehpunkte parallel der Hubrichtung ist. Den Punkt J hat man dann so auf dem Balancier anzunehmen, daß die Führungslinie KK ebenfalls die Pfeilhöhe des von J durchlaufenen Bogens halbirt. Man pflegt diese Uebertragungsvorrichtung wohl auch als den halben Storchschnabel zu bezeichnen.

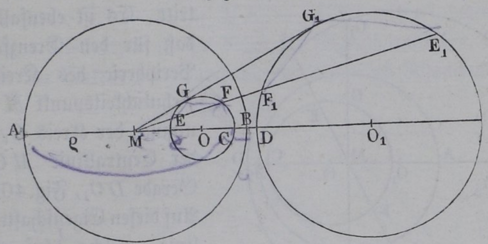
§. 106. **Geradführung von Paucellier.** Im Jahre 1864 machte der Ingenieurhauptmann Paucellier in den Nouvelles Annales des Mathématiques, tome III, 2. série einen Apparat, sogenannten Universalzirkel, bekannt, vermittelst dessen die kreisförmige Bewegung auch in eine genau geradlinige ohne Mithülfe einer Coulissenführung verwandelt werden kann. Später, im Jahre 1871, wurde von Herrn Lipkin in Petersburg*)

*) S. Zeitschr. deutsch. Ingen. 1877, S. 11.

eine Geradführung angegeben, welche auf demselben Principe beruht wie der Paucellier'sche Universalzirkel. Diese Geradführung läßt sich mit Hülfe einiger bekannten Sätze vom Kreise folgender Art erläutern.

Denkt man zu dem Kreise vom Halbmesser $MA = \varrho$, Fig. 407, zwei sogenannte Pole, d. h. zwei auf demselben Durchmesser AB gelegene Punkte C und D, welche ein Paar zugehöriger harmonischer Gegenpunkte sind, für

Fig. 407.



welche die beiden Endpunkte A und B das andere Paar abgeben, so daß man also hat:

$$AC : BC = AD : BD,$$

so ist leicht ersichtlich, daß für je zwei solcher Pole auch die Gleichung gilt

$$MC \,.\, MD = \overline{MA}^2,$$

oder $MC = c$ und $MD = d$ gesetzt:

$$cd = \varrho^2.$$

Diese Gleichung folgt ohne Weiteres aus der harmonischen Proportion, wenn man dieselbe

$$\varrho + c : \varrho - c = d + \varrho : d - \varrho$$

schreibt. Denkt man sich nun durch C irgend einen Kreis $OFGE$ gelegt, und bestimmt für dessen sämmtliche Punkte wie E, F, G ebenfalls die zu dem ersten Kreise M zugehörigen Pole E_1, F_1, G_1, so liegen die letzteren, wie sich leicht zeigen läßt, sämmtlich in der Peripherie eines zweiten Kreises zum Mittelpunkte O_1. Um dies zu erkennen, denke man an den Kreis O von M die Tangente MG und außerdem eine beliebige Secante MEF gelegt, so ist, unter der gemachten Voraussetzung, daß E_1, F_1 und G_1 die Pole zu E, F und G für den Kreis M vom Halbmesser ϱ sind, nach Obigem:

$$ME \,.\, ME_1 = MF \,.\, MF_1 = MG \,.\, MG_1 = \varrho^2.$$

Da nun aber auch

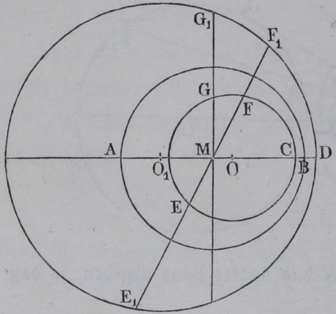
$$ME \,.\, MF = \overline{MG}^2$$

ist, so folgt durch Division

$$MF : ME_1 = ME : MF_1 = MG : MG_1.$$

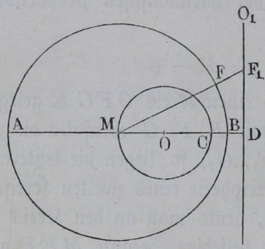
Hieraus folgt, daß die beiden Figuren EGF und $F_1 G_1 E_1$ ähnlich und ähnlich liegend sind, und der Mittelpunkt M des ursprünglichen Kreises als Aehnlichkeitsmittelpunkt gilt, und zwar als äußerer, wenn, wie in Fig. 407, M außerhalb des Kreises O gelegen ist, und als innerer Aehnlichkeitsmittelpunkt, wenn M, wie in Fig. 408, im Innern des Kreises O liegt, in welchem Falle die halbe kürzeste Sehne MG die Stelle der Tangente vertritt. Es ist ebenfalls ersichtlich, daß für den Grenzfall, wo die Peripherie des Kreises O den Aehnlichkeitspunkt M in sich aufnimmt, der Kreis O_1 in eine auf der Centrallinie MO senkrechte Gerade DO_1, Fig. 409, übergeht. Auf diesen Eigenschaften der Kreislinie, welche übrigens aus den Grundlehren der Geometrie bekannt sein dürften*), beruht der Universalzirkel von Paucellier und die dahin gehörige Geradführung.

Fig. 408.



Dieser Mechanismus besteht im Wesentlichen aus dem aus vier gleich langen Schienen gebildeten Gelenkrhombus $CEDF$, Fig. 410, von welchem zwei gegenüber liegende Punkte E und F durch die beiden gleich langen Lenkschienen ME und MF mit dem festen Drehpunkte M gelenkig verbunden sind.

Fig. 409.



Wie man diese Hebelverbindung, welche offenbar noch keine zwangläufige Beweglichkeit (s. Einleitung §. 30) besitzt, auch bewegen möge, immer werden wegen der Symmetrie der Glieder die Eckpunkte C und D mit dem festen Drehpunkte M in einer Geraden liegen, welche die Winkel bei M, C und D halbirt. Bezeichnet man die Länge der Lenker $ME = MF$ mit L, die Länge der Rhombusseiten mit l und für irgend eine beliebige Lage die halben Winkel bei M mit φ und bei C mit γ, so hat man für die Abstände der Ecken C und D vom festen Drehpunkte in dieser beliebigen Lage:

---

*) S. u. A. Lehrbuch der Geometrie von F. Wolff, 1. Th., das Capitel vom Kreise.

$$MC = c = L \cos \varphi - l \cos \gamma,$$
$$MD = d = L \cos \varphi + l \cos \gamma;$$

daher

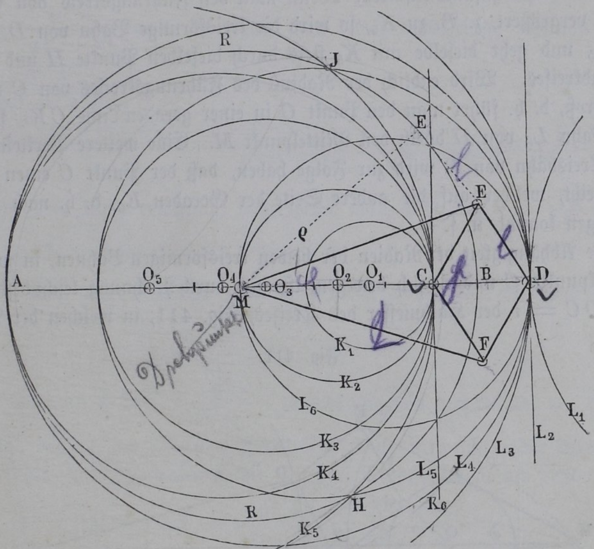
$$MC \,.\, MD = cd = L^2 \cos^2 \varphi - l^2 \cos^2 \gamma = L \cos^2 \varphi - l^2 (1 - \sin^2 \gamma)$$

oder da $l \sin \gamma = L \sin \varphi$ ist:

$$cd = L^2 - l^2 = \varrho^2,$$

wenn die Constante $L^2 - l^2 = ME^2 - CE^2$ mit ϱ^2 bezeichnet wird. Der beschriebene Mechanismus hat daher die Eigenthümlichkeit, daß die beiden nicht mit den Lenkern direct verbundenen Ecken des Rhombus sich so be-

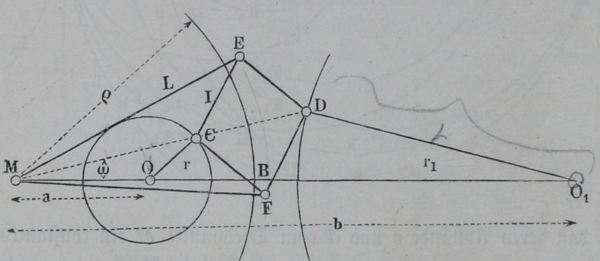
Fig. 410.



wegen, daß deren Abstände c und d vom Drehpunkte M ein constantes Product ϱ^2 geben. Construirt man daher ϱ als Kathete ME' eines rechtwinkeligen Dreiecks MEE', dessen Hypothenuse $ME = L$ und dessen andere Kathete $EE' = EC = l$ ist, und zeichnet um M mit dem Radius $ME' = \varrho$ den Kreis R, so müssen die beiden besagten Ecken C und D des Rhombus sich nach dem Vorstehenden so bewegen, daß sie stets zwei zu einander gehörige Pole für den gedachten Kreis R abgeben. Weiter folgt dann sofort aus der oben angeführten Eigenschaft der Pole des Kreises, daß, wenn der eine Punkt C oder D in einem Kreise geführt wird, auch die von dem anderen Eckpunkte D oder C beschriebene Bahn ein Kreis ist, für welchen M den Aehnlichkeitsmittelpunkt abgiebt. Führt man z. B. den Eckpunkt C in einem Kreise K_1, etwa durch einen um den festen Mittelpunkt O_1 drehbaren Lenker $O_1 C$, so bewegt sich D in dem Kreise L_1, und es geht dieser letztere in die Gerade DL_2 über, wenn die kreisförmige Bahn K_2 des Punktes C durch den Lenkerdrehpunkt M hindurchgeht. Wird die Kreisbahn des Punktes C noch mehr erweitert, z. B. zu K_3, so geht die Bahn des Punktes D unter Krümmungsänderung in den Kreis L_3 über, und müssen die beiden kreisförmigen Bahnen K_4 und L_4 von C und D in demselben Punkte A des Grundkreises R sich berühren, denn wenn von den beiden Polen des Kreises der eine in die Peripherie fällt, so muß der andere als sein harmonischer Gegenpunkt mit ihm zusammenfallen. Wenn man den Führungskreis von C noch mehr vergrößert, z. B. zu K_5, so wird die kreisförmige Bahn von D kleiner zu L_5 und geht dieselbe mit K_5 stets durch dieselben Punkte H und J des Grundkreises. Wird endlich der Radius des Führungskreises von C unendlich groß, d. h. führt man den Punkt C in einer geraden Linie CK_6, so geht die Bahn L_6 von D durch den Mittelpunkt M. Eine weitere Verkleinerung der Kreisbahn von D wird zur Folge haben, daß der Punkt C einen Kreis beschreibt, welcher auf die andere Seite der Geraden K_6, d. h. nach D hin zu liegen kommt, u. s. w.

Die Abhängigkeit der Radien der beiden kreisförmigen Bahnen, in welchen die Eckpunkte C und D sich bewegen, ist auch durch Rechnung leicht bestimmt. Sei $OC = r$ der Halbmesser des Kreises, Fig. 411, in welchen der Punkt

Fig. 411.



C geführt wird, und bezeichne a den Abstand MO der beiden festen Drehpunkte, so ist in irgend einer Stellung $CEDF$ des Rhombus, in welcher die Symmetrielinie MCD den beliebigen Winkel $CMO = \omega$ mit der festen Basis MO bildet, offenbar:

$$MC = c = a \cos \omega + \sqrt{r^2 - a^2 \sin^2 \omega},$$

und da nach dem Obigen

$$cd = L^2 - l^2 = \varrho^2$$

ist, so hat man auch

$$cd = d\,(a \cos\omega + \sqrt{r^2 - a^2 \sin^2\omega}) = \varrho^2,$$

woraus

$$(\varrho^2 - d a \cos\omega)^2 = d^2\,(r^2 - a^2 \sin^2\omega)$$

oder

$$d^2\,(a^2 - r^2) - 2\,d\,\varrho^2\,a \cos\omega = -\,\varrho^4.$$

Schreibt man dies

$$d^2 - 2\,d\,\frac{\varrho^2\,a}{a^2 - r^2}\cos\omega = -\,\frac{\varrho^4}{a^2 - r^2}$$

und setzt $\frac{\varrho^2\,a}{a^2 - r^2} = b$, so erhält man durch beiderseitige Addition von $b^2 = \frac{\varrho^4\,a^2}{(a^2 - r^2)^2}$:

$$d^2 - 2\,d b \cos\omega + b^2 = -\,\frac{\varrho^4}{a^2 - r^2} + \frac{\varrho^4\,a^2}{(a^2 - r^2)^2} = \frac{\varrho^4\,r^2}{(a^2 - r^2)^2}.$$

Es ist aber leicht ersichtlich, daß, wenn man $MO_1 = b = \frac{\varrho^2\,a}{a^2 - r^2}$ macht, die Seite DO_1 ebenfalls bestimmt ist durch

$$\overline{DO_1}^2 = \overline{DM}^2 - 2\,DM\,.\,MO_1 \cos\omega + \overline{MO_1}^2 = d^2 - 2\,d b \cos\omega + b^2$$
$$= \frac{\varrho^4\,r^2}{(a^2 - r^2)^2},$$

folglich hat man $DO_1 = \frac{\varrho^2\,r}{a^2 - r^2}$ unabhängig von dem Winkel ω. Hieraus folgt, daß O_1 der Mittelpunkt des Kreises ist, in welchem der Eckpunkt D sich führt, und daß dieser Punkt von dem Drehpunkte M der Lenker um

$$MO_1 = b = \frac{\varrho^2\,a}{a^2 - r^2} = \frac{L^2 - l^2}{a^2 - r^2}\,a$$

entfernt ist, während der Radius dieses Kreises zu

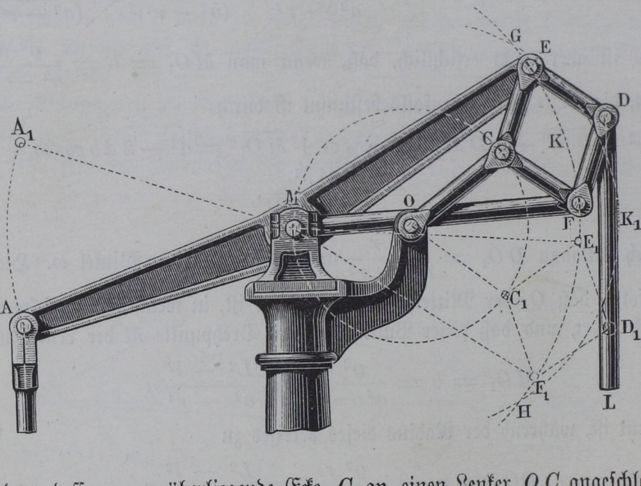
$$DO_1 = r_1 = \frac{\varrho^2\,r}{a^2 - r^2} = \frac{L^2 - l^2}{a^2 - r^2}\,r$$

gefunden ist. Setzt man hierin $a = r$, so folgt $r_1 = \infty$, d. h. der Punkt D wird in einer Geraden geführt. Wenn man in den für b und r_1 gefundenen Werthen b mit a und r mit r_1 vertauscht, so bestimmen dieselben den Halbmesser und Mittelpunkt der kreisförmigen Bahn des Punktes C, sobald die Bahn von D durch r_1 und b festgestellt ist. Man erhält dann ebenfalls aus $r_1 = b$ den Halbmesser $r = \infty$, d. h. C wird in einer Geraden geführt, wenn die Bahn des Eckpunktes D durch den Lenkerdrehpunkt M hindurchgeht, wie schon oben erwähnt worden.

Aus diesen Ermittelungen ergiebt sich, wie der vorliegende Mechanismus dazu benutzt werden kann, Kreisbogen von beliebig großem Halbmesser zu verzeichnen, woher der Name Universalzirkel sich rechtfertigt. Insbesondere wird das Instrument zur Verzeichnung sehr flacher Kreisbogen sich empfehlen, deren Mittelpunkte weit abgelegen und daher nicht zugänglich sind. Für den Maschinenbau hat dagegen nur derjenige Fall ein besonderes Interesse, in welchem die Bahn der einen freien Rhombusecke in eine Gerade übergeht, was allgemein immer dann der Fall ist, wenn die andere freie Ecke in einem Kreise schwingt, welcher den Drehpunkt der Lenker in sich aufnimmt.

Die betreffende Geradführung ist nun ohne Weiteres klar. Soll, Fig. 412, die Stange DL in der Geraden DD_1 geführt werden, so hat man nur den Endpunkt D derselben mit der einen Ecke des Rhombus $DECF$ zu ver-

Fig. 412.

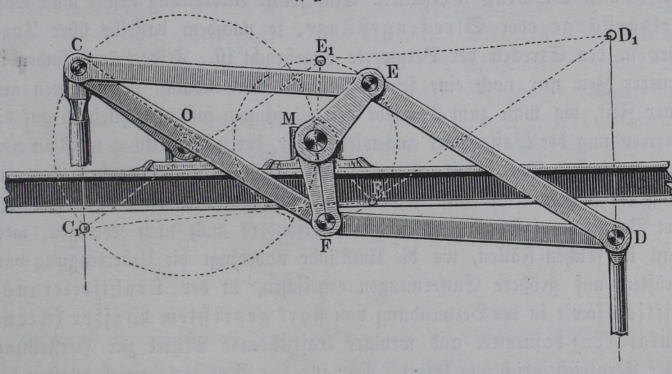


binden, dessen gegenüberliegende Ecke C an einen Lenker OC angeschlossen ist von solcher Länge und Lage, daß der um O mit OC beschriebene Kreis durch den Drehpunkt M der beiden Lenker ME und MF geht. Von den letzteren kann MF etwa durch zwei einfache Schienen gebildet werden, während man ME behufs der Bewegungsübertragung zu einem Balancier EMA gestalten kann, an dessen anderem Ende A die betreffende Kurbelstange angeschlossen wird. Daß man auch hier, wie bei den früher besprochenen Geradführungen, die Schienen und Lenker paarweise anordnen wird, um dem

Balancier und der Kolbenstange zwischen den Gliederpaaren Raum zu gewähren, bedarf nur der Erwähnung. Aus der Figur erkennt man, daß diejenige Lage des Systems, in welcher die Punkte E und C mit O in gerader Linie liegen, der oberen Grenzstellung entspricht, und wenn man daher mit der Länge $OC + CE = r + l$ den Kreisbogen K_1 um O beschreibt, so schneidet derselbe den um M beschriebenen Kreis K vom Halbmesser $ME = L$ in zwei Punkten G und H, welche beziehungsweise die äußersten Lagen von E und F darstellen. Es ist mit Rücksicht darauf leicht, bei einer gewissen Hubhöhe DD_1 der Kolbenstange die Verhältnisse von L, l und r entsprechend zu wählen.

Bei der bisher besprochenen Anordnung ist der Drehpunkt M der Hauptlenker außerhalb des Rhombus angeordnet worden. Es steht aber nichts im Wege, durch Verkürzung der Hauptlenker ME und MF den Drehpunkt M in das Innere des Rhombus zu verlegen, da die entwickelten Beziehungen ganz allgemein und ohne Rücksicht auf das Verhältniß der Längen L und l gelten. In diesem Falle entsteht eine Construction wie Fig. 413, bei welcher

Fig. 413.



das Rhombus $CEDF$ gewissermaßen selbst als Balancier figurirt, dessen Unterstützungspunkt M den Drehpunkt für die beiden gleichen Lenker ME und MF abgiebt.

Daß man aus den hier angeführten Geradführungen andere durch Umkehrung bilden kann, ist eben so klar, wie daß man durch geeignete Verbindung mit Parallelogrammführungen andere Geradführungen aus der erhaltenen ableiten kann. Es sei in dieser Beziehung auf eine Arbeit von H. A. Hülsenberg in der Zeitschrift deutsch. Ing. Jahrg. 1877, S. 11 u. f. verwiesen.

Schließlich kann bemerkt werden, daß diese sinnreiche und schöne Geradführung die **einzige bekannte** ist, welche die Ueberführung einer schwingenden Bewegung in eine **genau geradlinige ohne Anwendung von Coulissen lediglich durch Lenker** ermöglicht, und dadurch ein Problem in vollkommener **Weise** gelöst ist, welchem die bedeutendsten Ingenieure seit **Watt** ihre Bemühungen zugewandt haben.

§. 107. **Schwingen.** Wenn die Uebertragung von Kräften durch Stangen auf beträchtliche Entfernungen geschehen soll, so hat man die Stangen durch Unterstützungen oder Führungen in geeigneten Abständen zwischen ihren Endpunkten vor seitlichen Ausbiegungen zu sichern. Dies kann z. B. durch Walzen geschehen, in welchem Falle das Gestänge in seinen einzelnen Theilen zu einem starren Stücke verbunden ist; in solcher Art sind in der Regel die Pumpengestänge in Bergwerken ausgeführt. Statt dessen kann man aber auch das Gestänge aus einzelnen, an ihren Enden durch Bolzen drehbar an einander gefügten Stücken bestehen lassen und die Unterstützung der Vereinigungspunkte durch schwingende Hebel oder Böcke bewirken, welche letzteren den Namen **Schwingen** erhalten. Eine solche Anordnung nennt man wohl **Feldgestänge** oder **Streckengestänge**, je nachdem dasselbe über Tage, oder in den Strecken der Bergwerke angebracht ist. Feldgestänge finden in neuerer Zeit nur noch eine sehr beschränkte Anwendung, sie stammen aus einer Zeit, wo man zum Betriebe der Maschinen fast ausschließlich auf die Verwendung der Wasserräder angewiesen war, deren Aufstellung meist an eine ganz bestimmte Oertlichkeit gebunden ist. Seit der umfangreichen Verwendung der überall leicht aufstellbaren Dampfmaschinen haben die Feldgestänge ihre Bedeutung fast gänzlich verloren, besonders auch noch deswegen, weil man in solchen Fällen, wo die Umstände unbedingt die Uebertragung von Kräften auf größere Entfernungen erheischen, in der **Drahtseiltransmission** sowie in der Verwendung von **stark gepreßtem Wasser** (**Accumulatoren**) bequemere und weniger kraftzehrende Mittel zur Herstellung einer Ferntriebeinrichtung besitzt. Nur für den Bergwerksbetrieb dürften die Streckengestänge noch eine gewisse Bedeutung haben.

Die Schwingen sind einfache Träger oder Böcke, die an dem einen Ende mit einer Drehaxe versehen sind, um welche sie in festen Lagern pendeln können, während der am anderen Ende angebrachte Zapfen das Gestänge, resp. die Enden der beiden in diesem Punkte zusammenstoßenden Gestängtheile aufnimmt. Die Bewegungsebene der Schwingen ist fast immer eine verticale und unterscheidet man wohl **stehende** und **hängende** Schwingen, je nachdem die Schwingungsaxe unterhalb oder oberhalb des geführten Gestängpunktes angebracht ist. **Liegende** Schwingen, d. h. solche, welche mit einer verticalen Axe versehen sind, der zufolge sie in einer horizontalen Ebene