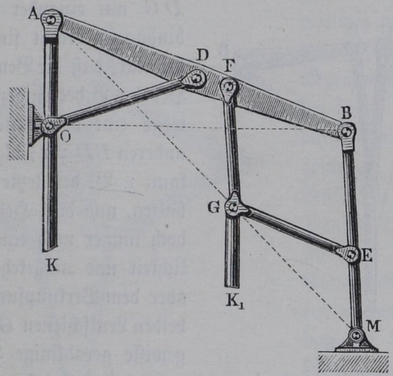
Fällen noch gemächlicher, wenn man den Drehpunkt $M$ des Schwingbockes als Schwingungspunkt des Parallelogramms $EBFG$ annimmt, indem man

Fig. 397.



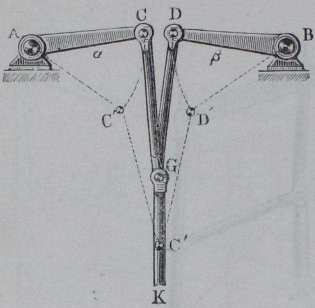

die Transversale $AM$ zieht, von der ein Punkt $G$ durch das Parallelogramm gerade geführt wird.

**Andere Geradführungen.** Es mögen hier noch einige andere Mechanismen angeführt werden, bei welchen gleichfalls durch gewisse Combinationen von Hebeln und Lenkstangen annähernd die geradlinige Bewegung eines Punktes erlangt wird. Bei der Lemniscatenführung hat man es mit zwei um feste Drehpunkte schwingenden Lenkern oder Hebeln zu thun, deren gegenseitige Bewegungen durch die verbindende Hängschiene oder das Lenkstück von vornherein in bestimmter Weise von einander abhängig sind. Wegen der verschiedenen Krümmung der Bahnen, welche dabei die zwei Anknüpfungspunkte der Hängschiene durchlaufen, liegt die Vermuthung nahe, daß irgend ein dritter Punkt eine Bahn beschreibe, welche annähernd ohne Krümmung, also geradlinig, gewissermaßen den Uebergang bildet zwischen den entgegengesetzt oder doch wenigstens ungleich gekrümmten Bahnen jener besagten Anknüpfungspunkte. Auch bei dem angenäherten Ellipsenlenker mit Schwingbock treten zwei schwingende Hebel auf, deren freie Enden durch den oscillirenden Balancier verbunden sind, und es kommt auch hier im Wesentlichen darauf an, denjenigen Punkt des verbindenden Gliedes zu finden, dessen Bahn nahezu eine Gerade ist. Es handelt sich also bei Lösung der Aufgabe hauptsächlich um die Feststellung der relativen Lage der einzelnen Punkte zu einander. §. 105.

Man gelangt aber noch durch eine andere Betrachtung zu einer Reihe von

Geradführungen in folgender Weise. Gesetzt, es seien wieder zwei um feste Drehpunkte bewegliche Hebel $AC$ und $BD$, Fig. 398, gegeben, deren freie Enden aber nicht direct durch eine starre Stange, sondern durch zwei unter einander gelenkbare Stangen $CG$ und $DG$ mit einander in indirecte Verbindung gebracht sind. Es ist hierbei klar, daß die Bewegung eines der Hebel, z. B. desjenigen $AC$, noch keineswegs eine bestimmte Bewegung des anderen $BD$ zur Folge hat, denn man kann z. B. den letzteren gänzlich festhalten, und dem Hebel $AC$ verbleibt doch immer noch eine gewisse Beweglichkeit und umgekehrt. Wenn man aber dem Verknüpfungspunkte $G$ der beiden Lenkschienen $GC$ und $GD$ eine gewisse geradlinige Bewegung, etwa

Fig. 398.




von $G$ nach $G'$, ertheilt denkt, so werden die beiden Hebel gewisse Drehungen, etwa um die Winkel $CAC' = \alpha$ und $DBD' = \beta$, annehmen, welche man graphisch sehr leicht finden kann, wiewohl die analytische Bestimmung eine weitläufige ist. Gesetzt, man kenne das Verhältniß dieser Drehungen $\alpha$ und $\beta$ für jeden Augenblick der geradlinigen Bewegung des Punktes $G$ in der Richtung $GG'$, so ist klar, daß man auch umgekehrt den Punkt $G$ dadurch zu einer geradlinigen Bewegung in der Richtung $GG'$ zwingen kann, daß man den Hebeln gerade die zugehörigen Drehungen $\alpha$ und $\beta$ in jedem Augenblicke ertheilt. Da hierbei die gegenseitigen Längen und Lagen der Hebel und Lenkschienen sowie die Richtung der geradlinigen Bewegung von $G$ ganz beliebig angenommen worden sind, so ergiebt sich hieraus, daß die hier beschriebene Anordnung einer unendlichen Mannigfaltigkeit fähig ist, und es nur darauf ankommt, in jedem einzelnen Falle die Drehungen der beiden Lenker $AC$ und $BD$ für jeden Augenblick der Bewegung in dem richtigen gegenseitigen Verhältnisse zu einander zu bewirken. In dieser letzteren Bedingung beruht die Schwierigkeit der Ausführung, denn es darf nicht übersehen werden, daß das Verhältniß der beiden Drehungen $\alpha$ und $\beta$ im Allgemeinen für jeden Augenblick der Bewegung ein veränderliches ist.

Nur in einem Falle haben diese Drehungen während der ganzen Bewegung des Punktes $G$ ein constantes Verhältniß und zwar sind sie einander gleich und von entgegengesetzter Richtung, wenn nämlich die ganze Anordnung des Systems gegen die gerade Führungslinie $GG'$ eine symmetrische ist. In diesem Falle kann man die beiden Lenkeraxen $A$ und $B$, Fig. 399, mit Hülfe von zwei gleichen cylindrischen Zahnsectoren $ACF$ und $BDE$ in gegen=

seitige Abhängigkeit bringen, und es ist aus der Figur ohne Weiteres deutlich, daß bei der dadurch veranlaßten Bewegung des Systems der Kopf $G$ der Kolbenstange in der im Mittelpunkte $M$ der Centrallinie auf dieser senkrechten Geraden $MG$ sich bewegen muß. Die Bewegung der Lenker kann hierbei etwa durch eine Schubstange $PP$ geschehen, welche einen der Lenker in einem beliebigen Punkte ergreift. Es ist übrigens deutlich, daß die Anordnung auch so getroffen werden kann, Fig. 400, daß die Lenker nicht eine schwingende, sondern continuirliche Drehung empfangen. Die Größe des Hubes ist in allen diesen Fällen leicht zu ermitteln. Ist z. B. $AC = BD = r$ die Lenkerlänge, $CE = DF = l$ die Länge der Lenkschienen, $AM = BM = a$ der halbe Axenabstand und $EG = FG = e$ der halbe Abstand der Angriffspunkte der Lenkschienen, so findet man, da bei voller Umdrehung der Lenker $G_1$ und $G_2$ die äußersten Lagen von $G$ sind, den Hub $G_1 G_2 = s$ durch:

Fig. 399.

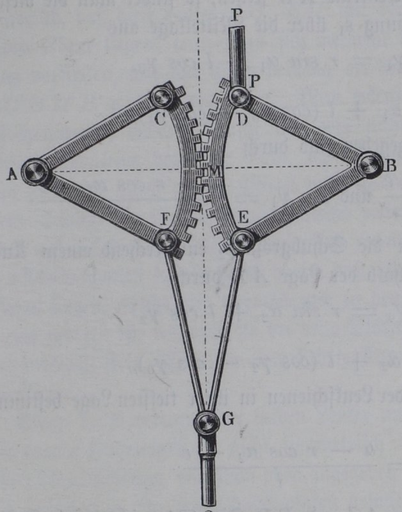
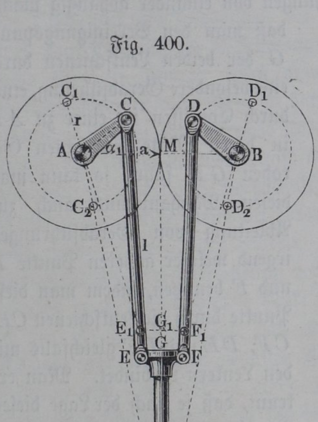



Fig. 400.




$$s = MG_2 - MG_1$$
$$= \sqrt{(l + r)^2 - (a - e)^2}$$
$$- \sqrt{(l - r)^2 - (a - e)^2}.$$

Ebenso findet sich die Hubhöhe aus dem Schwingungswinkel der Lenker, sobald dieselben eine oscillirende Bewegung haben. Bezeichnet z. B. $\alpha_1$ den Winkel $MAC = MBD$, um welchen die Lenker von der Lage in der Centrallinie nach oben ausschlagen; und bedeutet $\gamma_1$ die Neigung der Lenkschiene $CE$ in dieser Lage gegen die Schubrichtung $MG$, und $\gamma_0$ dieselbe Neigung derselben Schiene, wenn die Lenker in der Mittellage oder Centrale $AB$ stehen, so findet man die diesem Winkel $\alpha_1$ entsprechende Erhebung $s_1$ über die Mittellage aus

$$s_1 + l \cos \gamma_1 = r \sin \alpha_1 + l \cos \gamma_0,$$

zu:

$$s_1 = r \sin \alpha_1 + l (\cos \gamma_0 - \cos \gamma_1),$$

wobei die Winkel $\gamma_0$ und $\gamma_1$ gegeben sind durch

$$\sin \gamma_0 = \frac{a - r - e}{l} \text{ und } \sin \gamma_1 = \frac{a - r \cos \alpha_1 - e}{l}.$$

In gleicher Art erhält man die Schubgröße $s_2$ entsprechend einem Ausschlag der Lenker um $\alpha_2$ unterhalb der Lage $AB$ durch

$$s_2 + l \cos \gamma_0 = r \sin \alpha_2 + l \cos \gamma_2$$

zu:

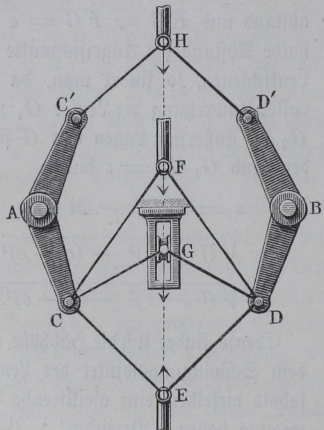
$$s_2 = r \sin \alpha_2 + l (\cos \gamma_2 - \cos \gamma_0),$$

worin der Neigungswinkel $\gamma_2$ der Lenkschienen in ihrer tiefsten Lage bestimmt ist durch

$$\sin \gamma_2 = \frac{a - r \cos \alpha_2 - e}{l}.$$

Wenn man die beiden Lenker $AC$ und $BD$, Fig. 401, nicht durch Zahnsectoren, sondern dadurch in ihren Drehungen von einander abhängig macht, daß man den Vereinigungspunkt $G$ der beiden Lenkschienen durch eine besondere Geradführung, etwa durch Coulissen in einer zu $AB$ in deren Mitte senkrechten Geraden $GH$ führt, so kann man diesen Mechanismus auch zur Ableitung von Geradführungen irgend welcher anderen Punkte $E$ und $F$ benutzen, indem man diese Punkte durch die Lenkschienen $CE$, $CF$, $DE$ und $DF$ gleichfalls mit den Lenkern verbindet. Man erkennt, daß je nach der Lage dieses Punktes $E$ und $F$ die Bewegungsrichtung derjenigen von $G$ gleich oder entgegengesetzt ist. Auch ist es nicht nöthig, die Lenkschienen

Fig. 401.



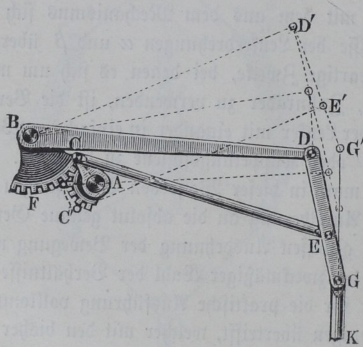
des zu führenden Punktes gerade an die Zapfen $C$ und $D$ anzuschließen, man kann dazu irgend welche andere Lenker $AC'$ und $BD'$ benutzen, welche mit $AC$ und $BD$ dieselben Axen gemein haben, wenn sie nur symmetrisch gegen die Hublinie $GH$ angeordnet sind. Dabei ist es auch keineswegs erforderlich, daß diese Lenker $AC'$, $BD'$ mit denjenigen $AC$ und $BD$ in derselben Ebene liegen, man kann sich vielmehr die Axen $A$ und $B$ willkürlich lang vorstellen, und auf ihnen beliebig oft derartige scheerenförmige Systeme $AC'HD'B$ u. s. w. vorstellen. Man erkennt hiernach, daß der vorliegende Mechanismus, welcher häufig mit dem nicht eigentlich zutreffenden Namen Gelenkrhombus bezeichnet wird, ähnlich wie der Storchschnabel dazu dienen kann, die durch andere Mittel bewirkte Geradführung eines Punktes oder einer Stange zur Geradführung beliebig vieler anderen Stangen zu benutzen, oder auf dieselben zu übertragen. Ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Mechanismen besteht dabei darin, daß alle diese Geradführungen in einer Ebene liegen, welche hier parallel und zu den Lenkeraxen und mitten zwischen diesen gelegen ist, während sie bei dem Storchschnabel zu den Axen der Lenker senkrecht steht. Der hier vorgeführte Apparat findet nur sehr seltene Anwendung.

Wenn die Anordnung der beiden Lenker und der Lenkschienen in Bezug auf die gerade Führungslinie nicht symmetrisch ist, so muß man zur Erzielung einer Geradführung, wie schon oben angegeben wurde, die Drehungen der Lenker zu einander in eine solche Abhängigkeit bringen, wie die Führung des Punktes in gerader Linie erheischt. Da hierbei, wie ebenfalls schon bemerkt worden, das Verhältniß der Drehungen der beiden Lenker nicht mehr constant ist, so wird man sich auch zur Verbindung derselben nicht mehr cylindrischer Zahnräder bedienen können. Will man überhaupt zu dem beabsichtigten Zwecke Radverzahnungen anwenden, so hat man für die beiden Lenkeraxen nach den bekannten Regeln zwei unrunde Räder oder Radsectoren zu construiren, deren wechselndes Umsetzungsverhältniß mit dem aus dem Mechanismus sich ergebenden veränderlichen Verhältnisse der Lenkerdrehungen $\alpha$ und $\beta$ übereinstimmt. Die Mißlichkeit, für derartige Zwecke, bei denen es sich um möglichst genaue Bewegungen handelt, Zahnräder zu verwenden, ist die Veranlassung gewesen, die Verbindung der Lenker mit einander in einfacherer Weise, nämlich durch eine besondere Lenk- oder Kuppelungsschiene zu bewirken. Es ist von vornherein deutlich, daß man in dieser Weise den Bedingungen der Aufgabe nur mit einer gewissen Annäherung an die absolut genaue Geradführung und auch nur in einer gewissen Ausdehnung der Bewegung wird entsprechen können, doch läßt sich bei zweckmäßiger Wahl der Verhältnisse ein Genauigkeitsgrad erzielen, wie er für die praktische Ausführung vollkommen genügt, ja unter Umständen denjenigen übertrifft, welcher mit den bisher besprochenen angenäherten Geradführungen durch Ellipsen-, Conchoiden- und Lemniscatenlenker in der Regel erreicht wird. Die analytische Untersuchung dieser Art von Geradführungen ist wegen der größeren Anzahl der mit einander gelenkartig vereinigten Glieder äußerst weitläufig und praktisch nicht durchführbar. Es ergeben sich als genaue Bahnen der durch solche Mechanismen geführten Punkte Curven von sehr hohem Grade. Hierin liegt allerdings die Möglichkeit einer weitgehenden Annäherung der Bahn an die gerade Linie, da eine Curve eben so viele Punkte mit einer Geraden gemein haben kann, als ihr Grad angiebt. Während daher bei den oben betrachteten Geradführungen die Bahn meist nur in drei Punkten mit der gewünschten Führungslinie übereinstimmt, so kommen bei den hierher gehörigen Mechanismen Fälle vor, in denen die genaue Bahn eine Curve achten Grades ist und in fünf Punkten mit der beabsichtigten geraden Führungslinie übereinstimmt. Dieser Umstand muß als ein gewisser Vorzug der hierher gehörigen Geradführungen vor den oben betrachteten angesehen werden, und kann in solchen Fällen, in denen es auf eine möglichst genaue Führung ankommt, eine derartige Anordnung vortheilhaft erscheinen lassen, wenn auch einer häufigeren Anwendung derselben in den gewöhnlichen Fällen die complicirtere Einrichtung meistens im Wege steht.

Bei der Unthunlichkeit einer analytischen Untersuchung wird man sich bei der praktischen Ausführung dieser Geradführungen auf ein graphisches Verfahren beschränken müssen, welches vergleichsweise leicht zum Ziele führt. Es mögen hier einige der interessantesten Mechanismen dieser Art angeführt werden.

Die Verbindung der beiden Lenkeraxen $A$ und $B$ durch Zahnsectoren $AF$ und $BF$ findet sich bei dem Maudslay'schen Lenker, Fig. 402, bei welchem die beiden Hebel $AC$ und $BD$ ungleiche Längen haben, und die zu führende Kolbenstange $GK$ nicht in dem Vereinigungspunkte $E$ der beiden Lenkschienen $CE$ und $DE$, sondern in einem Punkte $G$ der Verlängerung von $DE$ angehängt ist. Denkt man den Kopf $G$ der Kolbenstange in der Geraden $KG$ verschoben, und ermittelt für eine Reihe von auf einander folgenden Stellungen von $G$ die jedesmaligen Drehungswinkel $\alpha$ und

Fig. 402.



$\beta$ der Lenkeraxen, welche zu diesen Verschiebungen gehören, so erhält man die diesen Stellungen entsprechenden Umsetzungsverhältnisse für die Zahnsectoren $AF$ und $BF$, welche dem entsprechend nach den §. 49 angegebenen Regeln als Theile unrunder Räder zu entwerfen sind.

Zwei andere derartige Geradführungen, bei welchen die Verbindung der Lenker durch eine Kuppelschiene $FH$ bewirkt ist, sind in Fig. 403 und 404 angedeutet. Der unwesentliche Unterschied zwischen beiden besteht nur in der Anhängung der gerade zu führenden Kolbenstange $GK$, welche bei der von Tschebyscheff angegebenen Führung (Fig. 403) in dem Vereinigungspunkte $G$ der beiden Lenkschienen, bei der Harvey'schen Führung (Fig. 404) in einem Zwischenpunkte der einen Lenkschiene $CE$ angreift. Die Verbindung der Lenker ist bei beiden Führungen durch die Schiene $FH$ bewirkt, deren Angriffspunkte $F$ und $H$ auf den Lenkern aus der Zeichnung zu entnehmen sind. Man hat zu dem Ende wieder den ganzen Mechanismus in verschiedenen Stellungen aufzuzeichnen, entsprechend verschiedenen Lagen des zu führenden Punktes $G$ auf der geraden Führungslinie $GK$. Dann hat man ein probeweises Bestimmen derjenigen zwei Punkte $F$ und $H$ auf den Lenkern vorzunehmen, deren Abstand in den verschiedenen Stellungen der letzteren ein möglichst constanter ist. Es ist deutlich, daß die Mannigfaltigkeit der verschiedenen Constructionen, wie sie durch Veränderungen in der Länge der Lenker und Schienen, sowie in der Lage der Drehpunkte zu einander und gegen die gerade Führungslinie erzielt werden kann, eine unendlich große ist.

Fig. 403.

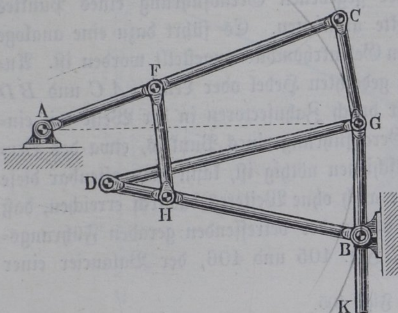
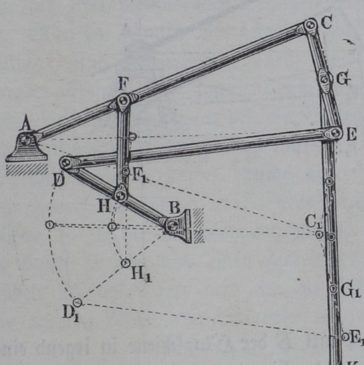


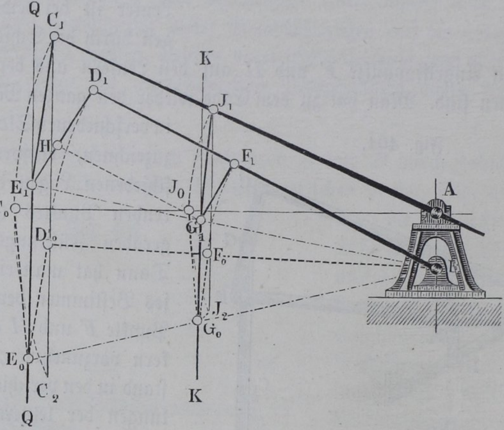

Fig. 404.



Anmerkung. Um gute Verhältnisse zu erreichen, giebt der Erfinder in Bezug auf die Führung Fig. 403 an, man solle $DB = DG = 0{,}809\ AC$, sowie $FC = HB = 0{,}618\ AC$ und $CG = FH = \frac{s}{2}$ machen, wenn $s$ den ganzen Schub der Kolbenstange $GK$ vorstellt. Ferner soll die Hubrichtung $GK$ durch den Drehpunkt $B$ hindurchgehen und eine Tangente an den Bogen sein, welchen der Punkt $C$ vermöge der Schwingung des Lenkers $AC$ um $A$ beschreibt.

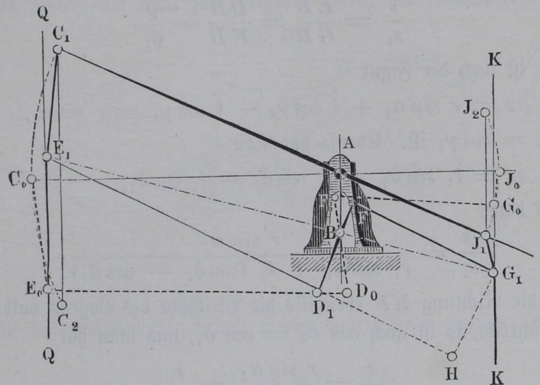
Auch diese Geradführung läßt sich anwenden, um in ähnlicher Weise wie durch den Storchschnabel aus der gegebenen Geradführung eines Punktes diejenige beliebiger anderen Punkte abzuleiten. Es führt dazu eine analoge Betrachtung, wie sie oben bei dem Gelenkrhombus angestellt worden ist. Anstatt nämlich die beiden mehrfach gedachten Hebel oder Lenker $AC$ und $BD$ durch eine Kuppelungsschiene oder durch Zahnsectoren in der Weise mit einander zu verbinden, wie es zur Geradführung eines Punktes, etwa des Verknüpfungspunktes der beiden Lenkschienen nöthig ist, kann man offenbar diese bestimmte Abhängigkeit der Lenker auch ohne Weiteres dadurch erreichen, daß man jenen gedachten Punkt wirklich in der betreffenden geraden Führungslinie bewegt. Es sei etwa $AC$, Fig. 405 und 406, der Balancier einer

Fig. 405.




Dampfmaschine, und es werde der Punkt $E$ der Hängschiene in irgend einer Weise, etwa durch Lemniscatenlenker in der Geraden $QQ$ geführt, welche nach dem Früheren die Pfeilhöhe des Bogens $C_1 C_0 C_2$ halbirt, so daß die Winkel $\gamma_1$ und $\gamma_0$ der Hängschiene $CE$ in der äußersten und mittleren Lage absolut genommen von gleicher Größe sind. Gesetzt nun, es sei die Geradführung eines anderen Punktes $G$ aus derjenigen von $E$ abzuleiten, so könnte man sich dazu des Storchschnabelmechanismus oder der Parallelogrammführung $EBDFGH$ bedienen, indem man in der geraden Verbindungslinie $EG$ einen Punkt $B$ als festen Drehpunkt annimmt, um denselben drehbar einen

Fig. 406.




zweiten Lenker $DBF$ anbringt, und zu dem zu führenden Punkte $G$ das entsprechende Parallelogramm vervollständigt. Es ist nun aber auch ersichtlich, daß die vollständige Ausführung des Parallelogramms nicht nöthig ist, sondern man sich der im Vorigen betrachteten Geradführung mit zwei Lenkern und zwei verbindenden Schienen bedienen kann, um $G$ gerade zu führen. Man hat nämlich hier offenbar zwei Lenker $AC$ und $BD$, deren Endpunkte $C$ und $D$ nicht nur durch die beiden Schienen $CE$ und $DE$ mit einander vereinigt sind, sondern auch dadurch, daß $E$ in der That schon gerade bewegt wird, zu ganz bestimmten gegenseitigen Bewegungen gezwungen sind. Wenn man daher den zu führenden Punkt $G$ mit solchen Punkten dieser beiden Lenker verbindet, welche unter Zugrundelegung des besagten Bewegungsverhältnisses der Lenker eine geradlinige Bewegung von $G$ erzeugen müssen, so ist die Geradführung von $E$ auch auf $G$ übertragen. Nun ist der Punkt $G$ mit dem einen Lenker $BD$ schon im Punkt $F$ verbunden, es handelt sich daher nur noch um die Auffindung desjenigen Punktes $J$ auf dem anderen Lenker oder Balancier $AC$, welcher durch eine Lenkschiene ebenfalls mit $G$ in Verbindung zu bringen ist. Die Lage dieses Punktes $J$ ergiebt sich, wenn man annimmt, daß der Punkt $G$ wieder in der obersten, mittleren und untersten Stellung in die Führungslinie $KK$ fallen soll, in folgender Art. Man bezeichne mit $r$ und $r_1$ die Hebelsarme $AC$ und $AJ$ des Balanciers, mit $l$ und $l_1$ die Längen der Hängschienen $CE$ und $JG$, mit

$\gamma$ und $\delta$ deren Neigungen gegen die Führungsgeraden und zwar mit $\gamma_1$ und $\delta_1$ in den obersten und mit $\gamma_0$ und $\delta_0$ diejenigen in den mittleren Stellungen, seien endlich $s$ und $s_1$ die Hubhöhen der Punkte $E$ und $G$. Man hat dann, wenn man schließlich noch die Hebelsarme des zweiten Lenkers $DB$ mit $\varrho$ und $FB$ mit $\varrho_1$ bezeichnet, zunächst

$$\frac{s}{s_1} = \frac{EB}{GB} = \frac{DB}{FB} = \frac{\varrho}{\varrho_1}.$$

Ferner ist nach der Figur

$$1/_2\, s = r\, sin\, \alpha_1 + l\, cos\, \gamma_0 - l\, cos\, \gamma_1 = r\, sin\, \alpha_1,$$

da $cos\, \gamma_0 = cos\, \gamma_1$ ist. Ebenso hat man

$$1/_2\, s_1 = r_1\, sin\, \alpha_1 + l_1\, cos\, \delta_0 - l_1\, cos\, \delta_1,$$

und es ist daher

$$\frac{s}{s_1} = \frac{r\, sin\, \alpha_1}{r_1\, sin\, \alpha_1 + l_1\, (cos\, \delta_0 - cos\, \delta_1)}.$$

Wenn die Richtung $KK$ ebenfalls die Pfeilhöhe des Bogens halbirt, welchen $J$ beschreibt, so ist auch $cos\, \delta_0 = cos\, \delta_1$, und man hat

$$\frac{s}{s_1} = \frac{r\, sin\, \alpha_1}{r_1\, sin\, \alpha_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Da nun aber auch

$$\frac{s}{s_1} = \frac{\varrho}{\varrho_1}$$

ist, so hat man als Bedingungsgleichung für die Geradführung des Punktes $G$:

$$\frac{\varrho}{\varrho_1} = \frac{r}{r_1}.$$

Diese Bedingung läßt sich, wie leicht zu ersehen ist, nur erfüllen, wenn die gerade Verbindungslinie $AB$ der Drehpunkte parallel der Hubrichtung ist. Den Punkt $J$ hat man dann so auf dem Balancier anzunehmen, daß die Führungslinie $KK$ ebenfalls die Pfeilhöhe des von $J$ durchlaufenen Bogens halbirt. Man pflegt diese Uebertragungsvorrichtung wohl auch als den halben Storchschnabel zu bezeichnen.

§. 106. **Geradführung von Paucellier.** Im Jahre 1864 machte der Ingenieurhauptmann Paucellier in den Nouvelles Annales des Mathématiques, tome III, 2. série einen Apparat, sogenannten Universalzirkel, bekannt, vermittelst dessen die kreisförmige Bewegung auch in eine genau geradlinige ohne Mithülfe einer Coulissenführung verwandelt werden kann. Später, im Jahre 1871, wurde von Herrn Lipkin in Petersburg*)

*) S. Zeitschr. deutsch. Ingen. 1877, S. 11.