

sind in doppelter Ausführung zu beiden Seiten angebracht, um einseitige Wirkungen und daraus hervorgehende Seitenschwankungen der Stangen thunlichst zu verhindern.

Abweichung. Die Bewegung des durch Gegenlenker geführten Punktes ist keine vollkommen genaue Geradführung, doch sind die statthabenden Abweichungen von einer solchen bei richtiger Wahl der Verhältnisse und unter der Voraussetzung, daß die Schwingungswinkel der Lenker nicht zu groß angenommen werden, so unbedeutend, daß sie für die praktischen Ausführungen vernachlässigt werden dürfen. Letzteres kann um so unbedenklicher geschehen, als in der Regel die unvermeidlichen Unrichtigkeiten bei der Ausführung und besonders bei der Aufstellung der Maschinen viel beträchtlicher zu sein pflegen. Aus der Gestalt der Lemniscate erkennt man leicht, daß die gedachten Abweichungen um so größere Beträge annehmen, je größer die Ausschlagswinkel der Lenker gemacht werden, und es ist daraus gerechtfertigt, daß man den Lenkern im Vergleich zur Subhöhe solche Längen giebt, daß jene Ausschlagswinkel α und β nur geringe bleiben. Eine vielfach befolgte Regel ist z. B. die, wonach man die Länge eines Lenkers nicht kleiner als die anderthalbfache Subhöhe annehmen sollte, und es bestimmt sich unter dieser Voraussetzung $r = 1,5 \cdot s$ der betreffende Ausschlagswinkel des Lenkers nach jeder Seite der Mittellage durch

$$\sin \alpha = \frac{s}{2r} = \frac{1}{3} \text{ zu } \alpha = 19^\circ 30' = \text{rot. } 20^\circ.$$

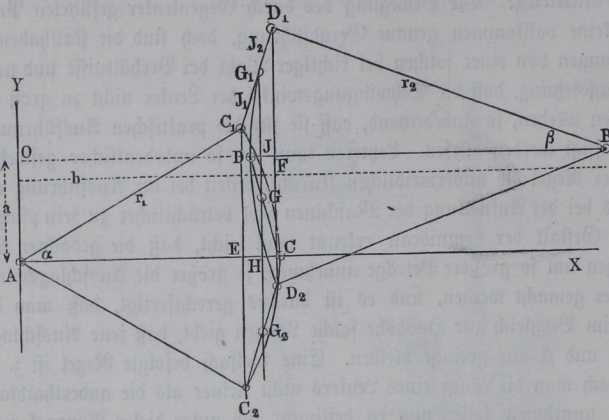
Wenn nun auch unter solchen Verhältnissen die Abweichungen des geführten Punktes von der geradlinigen Bahn so klein ausfallen, daß man in der Praxis kaum jemals in die Lage kommt, diese Abweichungen selbst zu bestimmen, so ist eine Untersuchung derselben doch insofern von Interesse, als sie den Einfluß erkennen läßt, welchen die einzelnen Constructionselemente auf die Beträge der Abweichungen ausüben.

Sei der Drehpunkt A , Fig. 387 (a. f. S.), zum Anfangspunkt*) rechtwinkliger Coordinaten gewählt, deren positive X -Axe AX in die Mittellage AC des Lenkers hineinfällt, und sei AY die Richtung der positiven Y -Axe, so daß die Ordinaten von B durch a und b ausgedrückt sind. Ferner sollen α , γ und β die Winkel der Richtungen AC , CD und DB mit der X -Axe bedeuten, so zwar, daß diese Winkel positiv oder negativ genommen werden, je nachdem die Endpunkte C , D und B von ihren Anfangspunkten A , C und D nach der positiven oder negativen Seite der Y -Axe abweichen, und sollen diese Winkel in der obersten, mittleren und untersten Lage bezw. mit

*) Bei der nachfolgenden Untersuchung ist ein Artikel von J. Lüders, Zeitschr. deutsch. Ing. Jahrg. 1860, S. 83 benutzt worden.

$\alpha_1 \alpha_0 \alpha_2, \gamma_1 \gamma_0 \gamma_2$ und $\beta_1 \beta_0 \beta_2$ bezeichnet werden. Man hat demnach $\alpha_1 = -\alpha_2; \alpha_0 = 0; \beta_1 = -\beta_2; \beta_0 = 0; \gamma_1 = \gamma_2; \gamma_0 + \gamma_1 = 180^\circ$. Der Winkel γ fällt, soweit er hier in Betracht kommt, immer

Fig. 387.



positiv aus, und ist nur wenig größer oder kleiner als 90° . Die Abstände des geführten Punktes G von C und D seien wieder gleich $CG = l_1$ und $GD = l_2$, der Abstand $CD = l_2 \pm l_1 = l$ gesetzt.

Dies vorausgesetzt hat man für die Coordinaten x und y eines beliebigen Punktes der von G beschriebenen Lemniscate die Gleichungen:

$$x = r_1 \cos \alpha + l_1 \cos \gamma \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$y = r_1 \sin \alpha + l_1 \sin \gamma \quad \dots \dots \dots (2)$$

Außerdem ist die Anordnung des ganzen Systems an die Gleichungen gebunden:

$$r_1 \cos \alpha + r_2 \cos \beta = b - l \cos \gamma = B \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{und } r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta = a - l \sin \gamma = A \quad \dots \dots \dots (4)$$

wenn man der Kürze wegen $b - l \cos \gamma$ mit B und $a - l \sin \gamma$ mit A bezeichnet.

Für den Abstand der geraden Führungslinie $G_1 G_2$ von A hat man nach dem vorigen Paragraphen

$$x_0 = r_1 \cos \alpha_1 + \frac{e_1}{2} = r_1 \cos \alpha_1 + \frac{r_1}{2} (1 - \cos \alpha_1) = \frac{r_1}{2} (1 + \cos \alpha_1).$$

Bezeichnet daher f den Fehler oder die Abweichung von der geraden Führungslinie in einem beliebigen Punkte der Lemniscate, dessen Ordinaten x und y sind, so hat man für denselben:

$$f = x - x_0$$

oder nach 1:

$$f = r_1 \cos \alpha + l_1 \cos \gamma - r_1 \frac{1 + \cos \alpha_1}{2} \quad . \quad . \quad (5)$$

Es ist nur von Interesse, die größte Abweichung zu kennen, dieselbe findet offenbar da statt, wo die Lemniscate eine der Subrichtung $G_1 G_2$, also der Y -Axe parallele Tangente hat. Diese Stelle ist bekanntlich gegeben durch

$$\frac{\partial x}{\partial y} = 0.$$

Man erhält diesen Werth von $\frac{\partial x}{\partial y}$ durch Differentiation von 1 und 2 zu:

$$\frac{\partial x}{\partial y} = - \frac{r_1 \sin \alpha \partial \alpha + l_1 \sin \gamma \partial \gamma}{r_1 \cos \alpha \partial \alpha + l_1 \cos \gamma \partial \gamma} = 0,$$

d. h. man hat für die Stelle der größten Abweichung:

$$r_1 \sin \alpha \partial \alpha + l_1 \sin \gamma \partial \gamma = 0$$

oder

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = - \frac{l_1 \sin \gamma}{r_1 \sin \alpha}.$$

Der allgemeine Ausdruck für $\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma}$ ergibt sich durch Differentiation von 3 und 4, wodurch man erhält:

$$- r_1 \sin \alpha \partial \alpha - r_2 \sin \beta \partial \beta = l \sin \gamma \partial \gamma$$

und

$$r_1 \cos \alpha \partial \alpha + r_2 \cos \beta \partial \beta = - l \cos \gamma \partial \gamma.$$

Die hieraus folgenden Werthe für $\partial \beta$ gleichgesetzt, ergibt sich:

$$\partial \beta = \frac{- l \sin \gamma \partial \gamma - r_1 \sin \alpha \partial \alpha}{r_2 \sin \beta} = \frac{- l \cos \gamma \partial \gamma - r_1 \cos \alpha \partial \alpha}{r_2 \cos \beta},$$

woraus weiter

$$\partial \alpha \cdot r_1 \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} - \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) = \partial \gamma \cdot l \left(\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} - \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \right)$$

oder

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = \frac{l \sin (\gamma - \beta)}{r_1 \sin (\beta - \alpha)} \text{ folgt.}$$

Dieser allgemeine Ausdruck für $\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma}$ ist nun gleich dem oben für die Stelle der größten Abweichung berechneten zu setzen, wodurch man erhält:

$$\frac{l \sin(\gamma - \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} = - \frac{l_1 \sin \gamma}{\sin \alpha} *).$$

Die Rechnung ausgeführt, und beiderseits mit $\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ dividirt, erhält man daraus:

$$l \cotg \gamma = l_1 \cotg \alpha + l_2 \cotg \beta (6)$$

Es handelt sich nunmehr darum, $\cotg \alpha$ und $\cotg \beta$ durch γ auszudrücken, zu welchem Ende die Gleichungen 3 und 4 dienen, indem man daraus

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \text{ resp. } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

entwickelt und gleich 1 setzt. Dadurch erhält man:

$$(r_2 \sin \beta)^2 + (r_2 \cos \beta)^2 = r_2^2 = (A - r_1 \sin \alpha)^2 + (B - r_1 \cos \alpha)^2$$

oder ausgeführt:

$$2 r_1 (A \sin \alpha + B \cos \alpha) = A^2 + B^2 + r_1^2 - r_2^2 = p;$$

und ebenso aus

$$(r_1 \sin \alpha)^2 + (r_1 \cos \alpha)^2 = r_1^2 = (A - r_2 \sin \beta)^2 + (B - r_2 \cos \beta)^2$$

durch Ausführung:

$$2 r_2 (A \sin \beta + B \cos \beta) = A^2 + B^2 + r_2^2 - r_1^2 = q,$$

wenn man auf der rechten Seite der Kürze wegen

$$A^2 + B^2 + r_1^2 - r_2^2 = p$$

und

$$A^2 + B^2 + r_2^2 - r_1^2 = q$$

setzt. Führt man in diesen Ausdrücken

$$\cos = \sqrt{1 - \sin^2} \text{ und } \sin = \sqrt{1 - \cos^2}$$

ein, so erhält man durch Auflösung der quadratischen Gleichungen:

$$\sin \alpha = \frac{p A \pm B \sqrt{4 r_1^2 (A^2 + B^2) - p^2}}{2 r_1 (A^2 + B^2)} . . . (7)$$

$$\cos \alpha = \frac{p B \mp A \sqrt{4 r_1^2 (A^2 + B^2) - p^2}}{2 r_1 (A^2 + B^2)} . . . (8)$$

$$\sin \beta = \frac{q A \mp B \sqrt{4 r_2^2 (A^2 + B^2) - q^2}}{2 r_2 (A^2 + B^2)} . . . (9)$$

*) Diese Gleichung hat eine aus der Figur 380 ersichtliche Bedeutung und kann aus dieser leicht entnommen werden. Ist nämlich G' der betreffende Punkt der Curve mit verticaler Tangente, entsprechend der Lage $A C' D' B$ des Systems, so muß der Polstrahl $P G'$ parallel $B D$ ausfallen. Es ist daher in dem Dreieck $P C' D'$ der Winkel $C' P D' = \beta - \alpha$, und $P D' C' = \gamma - \beta$; ferner $P C' = l_1 \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$ und $C' D' = l$, daher $\frac{P C'}{C' D'} = \frac{l_1 \sin \gamma}{l \sin \alpha} = \frac{\sin(\gamma - \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}$.

$$\cos \beta = \frac{qB \pm A \sqrt{4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2}}{2r_2(A^2 + B^2)} \quad (10)$$

daher

$$\cotg \alpha = \frac{pB \mp A \sqrt{4r_1^2(A^2 + B^2) - p^2}}{pA \pm B \sqrt{4r_1^2(A^2 + B^2) - p^2}} \quad (11)$$

$$\cotg \beta = \frac{qB \pm A \sqrt{4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2}}{qA \mp B \sqrt{4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2}} \quad (12)$$

Diese Formeln geben die Winkel α und β als Functionen des Winkels γ , welchen die Hängschiene mit der X-Axe bildet, da die Größen A , B , p und q noch γ enthalten. Wenn man irgend einen Winkel für γ annimmt, so ergeben diese Ausdrücke sowohl für α wie für β zwei Werthe, wie das doppelte Vorzeichen vor den Wurzelgrößen besagt, und es ist aus der Fig. 387 ersichtlich, in welchem Zusammenhange diese Werthe stehen. Der Winkel γ_1 der Hängschiene in der obersten Lage C_1D_1 ist nämlich kleiner als 90° und wird bei allmäliger Bewegung nach abwärts größer, so daß er in der Mittellage einen Werth γ_0 größer als 90° annimmt, nämlich $\gamma_0 = 180^\circ - \gamma_1$, um in der untersten Lage wieder zu dem Werthe $\gamma_2 = \gamma_1$ herabzusinken. Bei diesem Spiel hat daher der Winkel γ jeden Werth zwischen γ_1 und γ_0 zweimal durchlaufen, einmal oberhalb, einmal unterhalb der Mittellage des Systems. Es entsprechen daher jedem Werthe von γ zwei Paare von Werthen für α und β , welche in entsprechender Art paarweise zusammengehören. Um über die Art der Zusammengehörigkeit jeden Zweifel auszuschließen, kann man bemerken, daß je zwei zusammengehörige Werthe von α und β nach der Eingangs vorausgesetzten Auffassung positiver und negativer Winkel stets entgegengesetzten Vorzeichens sind. Aus diesem Grunde erklärt sich auch die verschiedene Art des Doppelzeichens vor der Wurzelgröße in den vorstehenden Formeln, und muß dabei festgehalten werden, daß in allen diesen Ausdrücken für α und β stets alle oberen Vorzeichen zusammen dem einen Paare von Werthen und alle unteren dem anderen Paare zukommen. Man überzeugt sich auch leicht durch Rechnung von der Richtigkeit der Vorzeichen in den Gleichungen 7 bis 12, denn setzt man z. B. aus 7 und 9 die Werthe von $\sin \alpha$ und $\sin \beta$ in Gleichung 4 ein, so muß man

$$r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta = A$$

erhalten. Dies ist nur der Fall, wenn die Wurzelgrößen entgegengesetzte Vorzeichen haben, dann erhält man, da die Größen unter dem Wurzelzeichen

$$4r_1^2(A^2 + B^2) - p^2 \text{ und } 4r_2^2(A^2 + B^2) - q^2$$

sich als gleich groß erweisen und fortfallen,

$$r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \beta = \frac{pA + qA}{2(A^2 + B^2)} = A,$$

da $2(A^2 + B^2) = p + q$ ist.

Würde man nunmehr die Werthe von $\cotg \alpha$ und $\cotg \beta$ aus 11 und 12 in die unter Nr. 6 gefundene Bedingungsgleichung für die größte Abweichung

$$l \cotg \gamma = l_1 \cotg \alpha + l_2 \cotg \beta$$

einsetzen, so würde man einen Ausdruck erhalten, welcher außer den bekannten Constructionsgrößen nur noch γ enthielte, und aus welchem diejenigen beiden Werthe von γ sich entwickeln ließen, welche den beiden*) größten Abweichungen entsprechen. Da dann aus diesen Werthen die Gleichungen 7 und 8 die zugehörigen Werthe von α' und α'' ergeben, so würde man schließlich aus Gleichung 5 die größten Abweichungen f und aus 2 die zugehörigen Ordinaten y finden, d. h. die Höhen, in denen diese Abweichungen vorkommen. Eine solche Rechnung würde indessen überaus weiltäufig sein und darum jedes praktischen Werthes entbehren. Man wird daher in jedem Falle durch eine Näherungsmethode leichter zum Ziele kommen. Zu dem Ende hat man nur einen gewissen wahrscheinlichen Werth von γ zu Grunde zu legen, mit demselben aus 11 und 12 die Größen $\cotg \alpha$ und $\cotg \beta$ zu berechnen, und zu untersuchen, ob die Bedingungsgleichung 6 durch den angenommenen Werth von γ und die daraus berechneten von α und β erfüllt wird. Ist dies nicht der Fall, so hat man durch entsprechende Veränderung in der Annahme von γ sich der Wahrheit zu nähern. Ist auf diese Weise γ gefunden, so bietet die Ermittlung von f keine Schwierigkeiten dar. Diese Näherungsrechnung wird noch dadurch wesentlich erleichtert, daß der Werth von γ in dem vorliegenden Falle nur innerhalb sehr enger Grenzen, nämlich zwischen γ_1 und $\gamma_0 = 180^\circ - \gamma_1$ schwankt. Es ist nämlich aus der Figur ersichtlich, daß γ_1 bestimmt ist durch

$$\cos \gamma_1 = \frac{1}{2} \frac{CE + DF}{CD} = \frac{1}{2} \frac{e_1 + e_2}{l}.$$

Nimmt man nun, wie gewöhnlich geschieht, $r = 1,5 s$, so ist $\sin \alpha_1 = 0,333$, $\alpha_1 = 19^\circ 30'$ und daher $e = r(1 - \cos \alpha_1) = 0,057 r = 0,086 s$. Außerdem pflegt man die Länge der Hänagschiene l nicht unter $\frac{4}{7} s$ anzunehmen. Wenn man daher $l = 0,6 s$ setzt, und $r_1 = r_2$, $e_1 = e_2 = e$ voraussetzt, so ergibt sich der äußerste Ausschlagswinkel γ_1 durch

$$\cos \gamma_1 = \frac{e}{l} = \frac{0,086}{0,6} = 0,143,$$

*) Eigentlich hat man es bei der Lemniscate als Curve höheren Grades mit mehreren größten Abweichungen zu thun, von welchen für den vorliegenden Fall aber nur die zwei in dem betrachteten Stücke vorkommenden Interesse haben.

zu $\gamma_1 = 82^\circ 50'$, und $\gamma_0 = 97^\circ 10'$. Die Winkel γ' und γ'' , welchen die größten Abweichungen entsprechen, werden daher nur wenig von 90° verschieden sein.

Setzt man den sehr häufigen Fall gleicher Lenkerlängen $r_1 = r_2 = r$ voraus, so hat man

$$p = q = A^2 + B^2,$$

man erhält daher aus 8 und 10

$$\cos \alpha = \frac{B \mp A \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1}}{2 r}$$

und

$$\cos \beta = \frac{B \pm A \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1}}{2 r}.$$

Da hierbei die Subrichtung in der Mitte zwischen den Drehpunkten sich befindet, so ist $x_0 = \frac{b}{2}$ und $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$. Setzt man diese Werthe in 5 ein, so erhält man für die Abweichung:

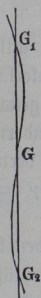
$$f = r \cos \alpha + l_1 \cos \gamma - x_0 = \frac{B}{2} \mp \frac{A}{2} \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1} + l_1 \cos \gamma - \frac{b}{2}$$

oder da $B = b - l \cos \gamma$ ist, so wird

$$f = \mp \frac{A}{2} \sqrt{\frac{4 r^2}{p} - 1} \dots \dots \dots (13)$$

Bei gleichen Lenkern findet man daher jedem Winkel γ entsprechend zwei gleich große entgegengesetzte Abweichungen von der Geraden, und es ist auch

Fig. 388.



ersichtlich, daß der mittlere Punkt G der Curve ein Inflexionspunkt sein muß, was daraus folgt, daß nach dem vorigen Paragraphen die Bahn in G parallel der Subrichtung gerichtet ist, die Punkte G_1 und G_2 in dieser Bahn liegen und die Curve zwischen $G G_1$ und $G G_2$ nach entgegengesetzten Seiten abweicht, Fig. 388. Es kann hierbei bemerkt werden, daß die Mittellage G des geführten Punktes, weil bei gleichen Lenkern auch $l_1 = l_2$ ist, in die Centrallinie AB fällt, so daß also der gedachte Inflexionspunkt G gleichzeitig der Knotenpunkt für die Lemniscate ist. Die Gleichung Nr. 6 geht für den Fall $l_1 = l_2$ speciell über in $2 \cotg \gamma = \cotg \alpha + \cotg \beta$.

Da, wie oben bemerkt, die maximale Abweichung f jedenfalls bei einer Stellung der Hängschiene sich einstellen wird, wo die letztere einen Winkel γ mit der X -Axe einschließt, der nur wenig

schaffen, indem man, Fig. 389, die Drehbolzen A und B der beiden Gegenlenker etwa durch einen Bügel oder Bock AEB mit der Kolbenstange fest verbindet, während nunmehr der vorher gerade geführte Punkt G durch zwei in derselben Axe liegende Bolzen ersetzt ist, welche in seitlichen festen Gestellen derart gelagert sind, daß die Kolbenstange mit dem Querkopfe E sowie mit den (doppelten) Lenkern AC zwischen den Lagern von G freies Spiel hat. Diese Art der Führung dürfte indessen nur selten Anwendung finden.

Beispiele: 1) Nimmt man für eine Gegenlenkerführung mit gleich langen Lenkerarmen den halben Schwingungswinkel $\alpha_1 = \beta_1 = \pm 30^\circ$, und die Länge der Hängschiene $l = l_1 + l_2 = 0,5 s$ an, so ergibt sich zunächst $r_1 = r_2 = \frac{s}{2 \sin 30} = s$, und die Pfeilhöhe $e = s (1 - \cos 30^\circ) = 0,134 s$. Ferner ist der Horizontalabstand der beiden Drehpunkte $b = 2 r - e = 1,866 s$ und ihr Verticalabstand

$$a = \sqrt{l_2 - e_2} = s \sqrt{0,5^2 - 0,134^2} = 0,4817 s.$$

Die Seitenabweichung ergibt sich nach der obigen Näherungsformel für verticale Stellung der Hängschiene ($\gamma = 90^\circ$) zu

$$f = \pm \frac{0,134^2 s^2}{4 \cdot 0,5 s} \sqrt{\frac{0,134 s}{s}} = 0,00898 \sqrt{0,134} s = 0,00329 s,$$

also für 1 Meter Hub eine Abweichung von 3,29 Millimeter.

2) Es sei die Länge des Hauptlenkers $r_2 = \frac{3}{2} s$ gemacht, so ergibt sich daraus der halbe Schwingungswinkel desselben β_1 durch $\sin \beta = \frac{s}{2 r} = \frac{1}{3}$, zu $\beta = 19^\circ 28' 17''$. Die Bogenhöhe l_2 desselben folgt demnach zu $e_2 = r_2 (1 - \cos \beta_1) = (1 - 0,9428) r_2 = 0,0572 r_2$. Macht man nun die Annahme, der Gegenlenker solle einen Halbmesser $r_1 = \frac{2}{3} r_2 = s$ haben, so erhält man das Verhältniß der Abstände auf der Hängschiene $\frac{l_1}{l_2} = n$ zu

$$\frac{l_1}{l_2} = n = \frac{\frac{2}{3} - \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \sin^2 19^\circ 28' 17''}}{2 \sin^2 9^\circ 44' 8''} = 1,563.$$

Setzt man daher $l_2 = \frac{1}{4} s = \frac{1}{6} r_2$ voraus, so ergibt sich $l_1 = n l_2 = 1,5627 \frac{r_2}{6} = 0,2603 r_2$, daher $l = l_1 + l_2 = 0,427 r_2$.

Für den horizontalen und verticalen Abstand der Drehpunkte hat man, wenn dieselben auf entgegengesetzten Seiten der Hublinie liegen, (Fig. 381):

$$b = r_2 + 0,6667 r_2 - (1 + 1,563) \frac{0,0572}{2} r_2 = (1,6667 - 0,0733) r_2$$

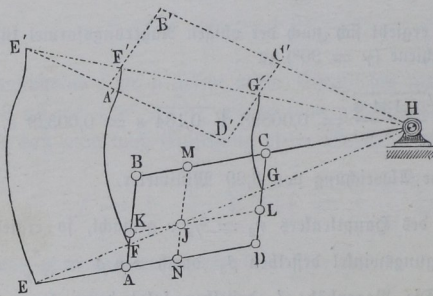
$$= 1,5934 r_2 \text{ und}$$

$$a = r_2 \sqrt{0,4270^2 - 0,0733^2} = 0,4206 r_2.$$

§. 104.

Parallelogrammführungen. Bei den Dampfmaschinen handelt es sich sehr häufig um die Geradföhrung von mehreren Kolbenstangen, namentlich neben der der Dampfkolbenstange um diejenigen von Pumpenstangen. Es genügt in solchen Fällen immer, durch irgend eins der im Obigen besprochenen Mittel einer einzigen Stange eine Geradföhrung zu ertheilen, indem es mittelst des in der Technik mehrfach angewendeten sogenannten Storchschabelmechanismus sehr leicht ist, von dieser einen Geradföhrung beliebig viele andere für ebenso viele Stangen abzuleiten. Hiervon erlangt man durch folgende Betrachtung eine Anschauung. Sei *ABCD*, Fig. 390 oder 391, ein aus geraden Stangen gebildetes, in den vier Ecken mit Scharnieren

Fig. 390.



ausgestattetes Parallelogramm, und denke man dasselbe durch eine beliebige, einer Seite nicht parallele, gerade Transversale *FH* geschnitten, so haben die vier Schnittpunkte *E, F, G, H* dieser Transversale die merkwürdige Eigenschaft, daß, wenn irgend einer dieser Punkte zu einem

festen gemacht wird, um welchen das ganze System sich drehen läßt, die Bahnen der übrigen drei Punkte ähnliche Curven sind, welche den festen Drehpunkt zum äußeren oder inneren Ähnlichkeitspunkte haben, je nachdem diese Punkte auf der Transversale auf derselben oder entgegengesetzten Seiten des Drehpunktes gelegen sind. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Transversale zwei Seiten des Parallelogramms direct und die andere in ihren Verlängerungen schneidet, wie in Fig. 390, oder ob, Fig. 391, sämmtliche Parallelogrammseiten in ihren Verlängerungen getroffen werden. Man kann daher die Transversale auch durch einen Eckpunkt des Parallelogramms geführt denken.

Die Wichtigkeit obiger Behauptung ergibt sich sofort, wenn man bedenkt, daß der Parallelismus der gegenüberliegenden Seiten *AB* und *DC* sowie