

beiden Axen durchschneidet, und in Folge davon mit jeder der letzteren durch ein conisches Räderpaar in Verbindung gesetzt werden kann. Eine solche Anordnung ist immer möglich, und ist aus den Figuren 285 und 286 ersichtlich. Bei der Anordnung in Fig. 285 ist die Zwischenwelle CD in die gemein-

Fig. 285.

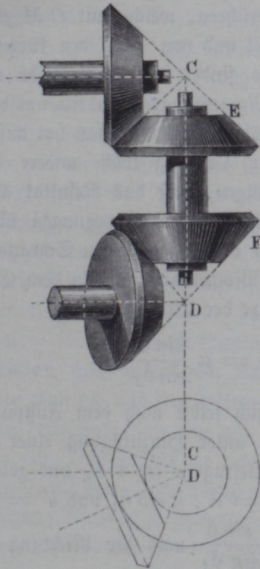
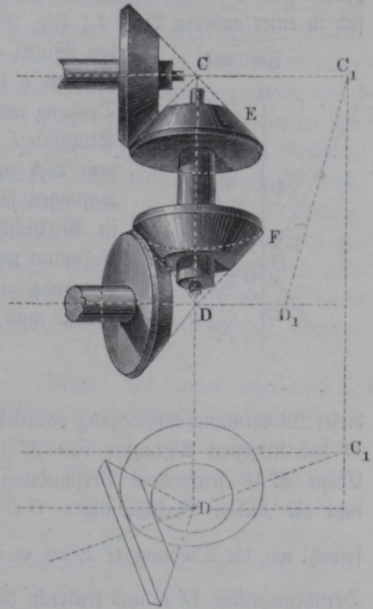


Fig. 286.



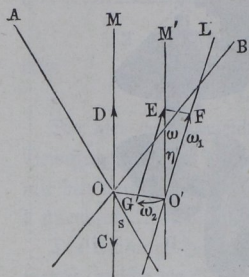
schaftliche Normale zu den Axen gelegt, während in Fig. 286 eine beliebige Lage für CD angenommen ist. Die erstere Anordnung, Fig. 285, wird sich, wo sie erreichbar ist, besonders deswegen empfehlen, weil dabei beide Räderpaare die Bewegung zwischen rechtwinkelig zu einander stehenden Axen zu vermitteln haben.

Reibung hyperboloidischer Zahnräder. Zur Ermittlung der Reibung, welche zwischen den Zähnen hyperboloidischer Räder stattfindet, kann man ähnliche Betrachtungen anstellen, wie für cylindrische und conische Räder. Ersetzt man wieder die beiden Drehungen der Axen A und B um α und β unter Festhaltung der einen A durch eine Schraubenbewegung des Hyperboloids B um die Momentanaxe im Drehungsbetrage

$$\omega = \alpha \frac{\sin \delta}{\sin \delta_2} = \beta \frac{\sin \delta}{\sin \delta_1}$$

und im Betrage der Schiebung $s = d \cdot \alpha \sin \delta_1 = d \cdot \beta \sin \delta_2$, so folgt ohne Weiteres, daß diese letztere Verschiebung eine Reibung erzeugt, welche bei den gedachten Drehungen um α resp. β den Arbeitsbetrag $\varphi P s$ verzehrt. Diese Reibung findet auch bei hyperboloidischen Frictionsrädern statt und bei solchen Zahnrädern in demjenigen Augenblicke, in welchem zwei Zähne sich in der Momentanaxe OM berühren. Wenn indessen die Zähne sich in einer anderen Linie L , Fig. 287, berühren, welche mit OM etwa

Fig. 287.



den Winkel η bildet und von OM den kürzesten Abstand e hat, so findet jetzt nicht mehr eine Drehung um die Momentanaxe, sondern um diese Stützeinie L der Zähne statt, und man hat außerdem noch zu dieser Drehung solche andere Bewegungen hinzuzufügen, daß das Resultat aller in Wirklichkeit stattfindenden Bewegungen übereinstimmt mit jener oben angegebenen Schraubensbewegung um die Momentanaxe. Zu dem Ende verlege man die Axe der Drehung

$$\omega = \alpha \frac{\sin \delta}{\sin \delta_2}$$

dieser Momentanaxenbewegung parallel mit sich selbst nach dem Fußpunkte O' des kürzesten Abstandes von M und L unter Hinzufügung einer zur Ebene MM' senkrechten Verschiebung im Betrage $s' = \omega e$, und zerlege nun die beiden Verschiebungen $OC = s = d \cdot \alpha \sin \delta_1$ und $s' = \omega e$ sowohl wie die Drehung $O'E = \omega = \alpha \frac{\sin \delta}{\sin \delta_2}$ nach der Richtung der Berührungslinie $O'L$ und senkrecht darauf. Hierdurch erhält man folgende Bewegungen:

1) Eine Drehung um die Berührungslinie $O'L$ im Betrage $O'F = \omega_1 = \omega \cos \eta$. Diese Drehung entspricht einem Wälzen der Zähne auf einander und hat einen Arbeitsverlust nicht im Gefolge, wenn wie bisher von der sehr kleinen wälzenden Reibung abgesehen wird.

2) Eine Verschiebung in der Richtung der Berührungslinie der Zähne $O'L$ von dem Betrage $s_1 = s \cos \eta - \omega e \sin \eta$. Diese Bewegung ruft eine gleitende Reibung entlang der Berührungslinie der Zähne hervor, wie sie auch bei hyperboloidischen Frictionsrädern sich einstellt, bei welchen $e = 0$ ist. Die beiden unter 1) und 2) angeführten Bewegungen bilden zusammen eine Schraubensbewegung zur Berührungslinie $O'L$ als Axe.

3) Eine Drehung um eine Axe $O'G$, welche im Fußpunkte O' des kürzesten Abstandes zwischen M und L auf der Berührungslinie und dem kürzesten Abstände OO' senkrecht ist, und deren Drehungsbetrag sich er-

mittelt zu $O'G = \omega_2 = \omega \sin \eta$. Diese Drehung erzeugt eine Bohrbewegung der Flächen auf einander und ist die daraus entspringende Reibung wie diejenige conischer Räder zu beurtheilen.

4) Eine Verschiebung nach der Axe der unter 3) angeführten Bohrbewegung im Betrage $s_2 = s \sin \eta + \omega e \cos \eta$. Diese Verschiebung, welche eine Reibung analog derjenigen bei Stirnrädern hervorruft, bildet mit der unter 3) angegebenen Drehung eine Schraubenbewegung. Es geht hieraus hervor, daß die den Rädern zukommende Schraubenbewegung um die Momentanaxe sich jederzeit ersetzen läßt durch zwei andere Schraubenbewegungen, von denen die eine um die Berührungslinie zweier Zähne erfolgt und die andere um eine Axe, welche auf der Berührungslinie sowie auf dem kürzesten Abstände dieser von der Momentanaxe im Fußpunkte dieses Abstandes senkrecht steht.

Daß auch bei hyperboloidischen ähnlich wie bei conischen Rädern der zwischen zwei Zähnen an deren Berührungslinie wirkende senkrecht zu den Zahnflächen gerichtete Druck gewisse Reactionen in den Lagern und an den Stirnflächen der Axenzapfen erzeugt, ist selbstredend, und man wird in jedem einzelnen Falle die daraus resultirenden Widerstände der Zapfenreibungen leicht ermitteln können.

Räder mit schrägen Zähnen. Bisher ist immer angenommen §. 88. worden, daß die mit dem dritten oder Hilfsaxoid verbundene und die Zahnflächen erzeugende Linie eine auf dem Umfange des Hilfsaxoids gelegene Gerade, also eine Seitenlinie des letzteren sei. Aus der allgemeinen Gültigkeit des in §. 82 bewiesenen Bildungsgesetzes folgt aber ohne Weiteres, daß diese Bedingung keineswegs festgehalten werden muß, daß vielmehr jede beliebige krumme oder gerade Linie theoretisch richtige Zahnflächen erzeugt, auch wenn sie nicht in der Umfläche des Hilfsaxoids gelegen, sondern nur mit diesem fest verbunden ist. Diese Bemerkung führt in sehr einfacher Art zur Erläuterung der Zahnformen, welche man in Anwendung zu bringen hat, wenn man die Räder mit sogenannten schrägen Zähnen versehen will, wie dies insbesondere bei Stirnrädern schon längst, zuerst von White, geschehen ist, nach welchem diese Räder auch wohl den Namen der White'schen Räder führen (vergl. §. 79). Die Gründe, aus welchen man Räder paralleler Axen zuweilen mit Zähnen versehen, die gegen die Axen geneigt sind, können zweierlei sein. Man will einerseits eine gleichmäßigere Bewegungsübertragung dadurch erzeugen, daß gleichzeitig eine größere Anzahl von Zähnpaaren im Eingriffe stehen und die ruckweise und absetzende Bewegung einer stetigeren Platz macht, und hofft andererseits den Widerstand der Zahnreibung möglichst herabzuziehen, ja sogar gänzlich zu beseitigen. In wie weit das letztere möglich ist, ergibt sich leicht aus der folgenden Betrachtung. Ein Kraftübertrag zwischen Rädern irgend welcher Art, welcher gänzlich frei von gleitender Reibung ist (die sehr kleine wälzende Reibung wird auch hier, wie bisher