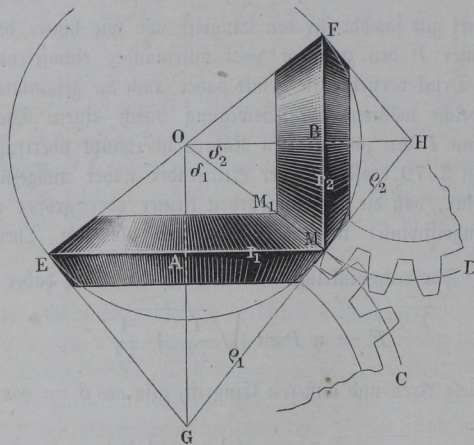


§. 85. **Angenäherte Zahnform conischer Räder.** Die nach dem allgemeinen Gesetze (§. 82) gebildeten exacten Zahnformen conischer Räder bieten bei der bisherigen Herstellungsweise der Radmodelle nach Schablonen große praktische Schwierigkeiten dar, weil, wie aus dem Vorstehenden ersichtlich ist, die betreffenden Schablonen die Form sphärischer Cycloiden resp. sphärischer Evolventen haben müssen. Man würde daher die Schablonen auf der entsprechenden Kugelfläche entwerfen müssen, was in der Ausführung wegen der nicht möglichen Abwickelbarkeit der Kugelfläche sehr erschwert sein würde. Aus diesem Grunde ist daher schon von Tredgold (i. Tredgold's Edition of Buchanan's Essay on Millwork) eine einfachere Methode der Ausführung angegeben worden, welche allerdings nur angenähert richtige Zahnformen ergibt. Diese Methode, welche in fast alle Lehrbücher der Maschinenconstruction übergegangen ist, hat sich auch in der Praxis allgemeinen Eingang verschafft, indem die Abweichung von den correcten Zahnformen eine für die meisten der vorkommenden Fälle unbeträchtliche ist. Es soll diese Methode auch hier angeführt werden.

Die gedachte Annäherungsmethode für conische Räder beruht darauf, daß man an die um den Axenschnitt  $O$  der Räder durch den Punkt  $M$ , Fig. 281,

Fig 281.

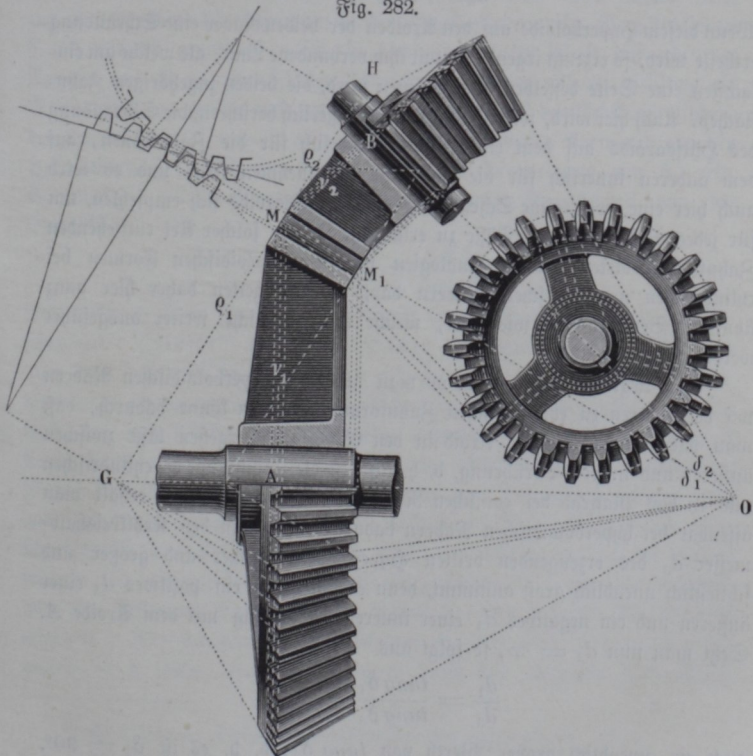


gedachte Kugelfläche zwei berührende Kegelflächen gelegt denkt, deren Axen die Radaxen  $OA$  und  $OB$  sind, und deren Spitzen man in den Durchschnitten  $G$  und  $H$  der letzteren mit der in  $M$  auf der Momentanaxe  $OM$  errichteten Normalebene findet. Diese beiden Kegelflächen  $GME$  und  $HMF$ , welchen man den Namen Ergänzungskegel beigelegt hat, haben

mit den Momentanachsenflächen die entsprechenden Theilkreise  $ME$  und  $MF$  gemein und weichen in der Nähe von  $M$  in dem kleinen die correcten Zahnprofile enthaltenden Flächenelemente der Kugel von dieser nur wenig ab. Denkt man daher diese Ergänzungsregel abgewickelt, und behandelt die abgewickelten Segmente  $CMG$  und  $DMH$  wie zwei Stirnräder, d. h. verzahnt man dieselben nach irgend einer der für Stirnräder angegebenen Methoden, so erhält man hierin die gewünschten Schablonen, durch deren Wiederaufwicklung auf die Ergänzungsregel man zu den Profilformen für die Zähne der conischen Räder gelangt. Natürlich hat man bei der Ausarbeitung der Zähne diese auf den Ergänzungsregeln befindlichen Profile als die Grundlinien allgemeiner Kegelflächen anzusehen, deren gemeinsame Spitze im Axendurchschnitte  $O$  gelegen ist.

Man pflegt diese Construction in der Regel für die äußeren und für die inneren Theilkreise durch  $M$  und  $M_1$  vorzunehmen, und dürfte die Ausführung aus der Figur 282 wohl von selbst erhellen. Bezeichnen wieder

Fig. 282.



$r_1$  und  $r_2$  die Halbmesser  $AM$  und  $BM$ , und setzt man die Halbmesser der abgewickelten Sektoren  $GM = \rho_1$  und  $HM = \rho_2$ , so hat man, unter  $\delta_1$  und  $\delta_2$  wieder die Winkel  $AOM$  und  $BOM$  verstanden:

$$\rho_1 = \frac{r_1}{\cos \delta_1} \quad \text{und} \quad \rho_2 = \frac{r_2}{\cos \delta_2}.$$

§. 86. **Hyperboloidenräder.** Die Bildung richtiger Zahnformen für die Räder windschiefer Axen ergibt sich nun aus dem allgemeinen Bildungsgesetze §. 82 von selbst. Als Hilfsaxoid, welches die zugehörigen Zahnflächen erzeugt, hat man hier zu den beiden hyperboloidischen Momentanaxenflächen ein drittes Hyperboloid anzunehmen, dessen Rehlkreis halbmesser  $d_3$ , d. h. dessen Axenabstand von der Momentanaxe zwar beliebig angenommen werden kann, dessen Axe aber in die oben gedachte Drehaxenfläche hineinfällt, d. h. dessen Axenneigung  $\delta_3$  an die Bedingung geknüpft ist:

$$\frac{d_1}{d_3} = \frac{\tan \delta_1}{\tan \delta_3}.$$

Wenn diesem Hyperboloide auf den Axoiden der beiden Räder eine Schraubung ertheilt wird, so erzeugt irgend eine mit ihm verbundene Linie, als welche am einfachsten eine Seite desselben angenommen wird, die beiden zugehörigen Zahnflächen. Auch hier wird, wenn die Räder sich äußerlich berühren, die Schraubung des Hilfsaxoids auf dem einen Rade äußerlich für die Zahnkrone, auf dem anderen innerlich für die Zahnfüße vorzunehmen sein, und es wird auch hier eine zweimalige Schraubung eines Hilfsaxoids sich empfehlen, um für jedes Rad Köpfe und Füße zu erlangen. Die in solcher Art entstehenden Zahnflächen bieten gewisse Analogien mit den cycloidischen Formen bei cylindrischen und conischen Rädern dar, und es gelten daher hier ganz ähnliche Bemerkungen wie dort, welche indessen nicht weiter ausgeführt werden sollen.

Hier liegt die Frage nahe, ob man auch bei hyperboloidischen Rädern wie bei anderen zu evolventischen Zahnformen gelangen könne dadurch, daß man das erzeugende dritte Axoid in den Grenzfall übergehen läßt zwischen äußerer und innerer Berührung, d. h. also in die Zahnstange bei cylindrischen und in das Planrad bei conischen Rädern. Diesen Grenzfall erhält man offenbar bei hyperboloidischen Rädern dadurch, daß man den Rehlkreis halbmesser  $d_3$  des erzeugenden dritten Hyperboloids größer und größer und schließlich unendlich groß annimmt, denn es entspricht ein positives  $d_3$  einer äußeren und ein negatives  $d_3$  einer inneren Berührung mit dem Axoide  $A$ . Setzt man nun  $d_3 = \infty$ , so folgt aus

$$\frac{d_1}{d_3} = \frac{\tan \delta_1}{\tan \delta_3}$$

auch ein unendlich großer Werth von  $\tan \delta_3$ , d. h. es ist  $\delta_3 = 90^\circ$ .