

$$z_1 = \sqrt{\frac{1}{0,076}} = 3,6 \text{ abgerundet} = 4,$$

während für eine mit Zahnköpfen versehene Zahnstange das die radialen Flüße tragende Rad mindestens

$$z_2 = \sqrt{\frac{8}{0,076}} = 10,25 = \text{rund } 11 \text{ Zähne}$$

erhalten muß. Wie für die Stockgetriebe geschehen, kann man auch hier leicht eine Tabelle berechnen, aus welcher zu entnehmen ist, wie viel Zähne das eine Rad mindestens erhalten muß, wenn das andere eine bestimmte Zähnezahl bekommen soll, wobei natürlich die Bedingung festgehalten werden muß, daß das Rad mit den geraden Flanken nicht unter 11, das mit den epicycloidischen Köpfen nicht unter 4 Zähne erhalten darf.

Für inneren Eingriff ändert sich die Rechnung nur insofern, als der Winkel

$$FDE = \tau_2 - \frac{\tau_1}{2}$$

ist, und daher als Bedingung für den Eingriff

$$\frac{1}{z_1^2} - \frac{6}{z_1 z_2} + \frac{8}{z_2^2} \leq 0,076 \text{ folgt.}$$

Diese Bedingung giebt wieder die größten Zähnezahlen für das größere Rad, so lange die Zähnezahl des kleineren den Werth

$$z = \sqrt{\frac{8}{0,076}} = 10,25 = \text{rund } 11,$$

oder den Werth

$$z = \sqrt{\frac{1}{0,076}} = 3,6 = \text{rund } 4$$

nicht erreicht, je nachdem dieses innere Rad die geraden Flanken oder die gekrümmten Köpfe erhält.

**Zahnhöhe.** Die Untersuchungen des vorangegangenen Paragraphen beschränkten sich auf den Fall, wo das eine Rad nur mit Zahnköpfen, das andere nur mit Zahnflüßen versehen ist, so daß die Einwirkung zweier Zähne auf einander nur auf der einen Seite der Centrale stattfindet und zwar auf der im Sinne der Bewegung hinter der Centrale gelegenen Seite, wenn man, wie es in der Praxis aus Rücksicht auf die Zahnrreibung fast immer geschieht, das Rad mit den Zahnköpfen zum treibenden macht. Daß auch die Triebstöcke in dieser Beziehung wesentlich als Zahnflüße anzusehen sind, ergibt sich ohne Weiteres aus der Bemerkung, daß sie von den Zähnen des anderen Rades erst dann ergriffen werden, wenn ihre Mittelpunkte das Momentancentrum passirt haben. §. 77.

Nun pflegt man aber im Allgemeinen, wie in dem Obigen ausführlicher erörtert worden, jedem der beiden Räder sowohl Zahnfüße als Zahnköpfe zu geben, in Folge dessen die Einwirkung der Zähne auf einander schon in einem gewissen Abstände vor der Centrale beginnt, und in einem gewissen Abstände hinter derselben aufhört. Bezeichnet man diese Abstände, als Bogen auf den Theilkreisen gemessen, vor der Centrale mit  $e_1$  und hinter der Centrale mit  $e_2$ , und nennt diese Bogen die Eingriffsbogen, so ist zunächst klar, daß die Summe derselben mindestens gleich der Theilung sein muß, wenn die ununterbrochene Bewegungsmitteltheilung möglich sein soll, daß also  $e_1 + e_2 \geq t$  sein muß.

Es ist auch ersichtlich, daß die Größe dieser Eingriffsbogen wesentlich von den Höhen abhängig ist, um welche die Zahnköpfe über ihre Theilkreise hervorragen, und daß jede dieser Höhen an sich geringer ausfallen darf, als in den Fällen des vorigen Paragraphen, in welchen ein Eingriff nur auf einer Seite der Centrale stattfindet, welcher natürlich auf einer Bogenlänge  $e$  geschehen muß, die mindestens gleich der Theilung ist. Da mit der Länge der Zahnköpfe der Widerstand der Zahnreibung wesentlich zunimmt (s. §. 79), so ist dies ein Hauptgrund, warum man in der Praxis die hier gedachte Anordnung beiderseitiger Zahnköpfe vorzieht. Es würde nun die Ermittlung der geringsten Zähnezahlen (bei immerer Verzahnung der größten) in ähnlicher Art, wie im vorigen Paragraphen für einseitige Wirkung geschehen, hier in der Weise vorzunehmen sein, daß man als den Grenzfall für die mindestens erforderliche Zähnezahl denjenigen ansieht, wo die symmetrisch gebildeten Zahnköpfe beider Räder unter Zugrundelegung der erforderlichen Dicken  $\left(\delta_1 = \delta_2 = \text{etwa } \frac{t}{2}\right)$  in scharfe Spitzen auslaufend solche Höhen erhalten, daß  $e_1 + e_2 = t$  wird.

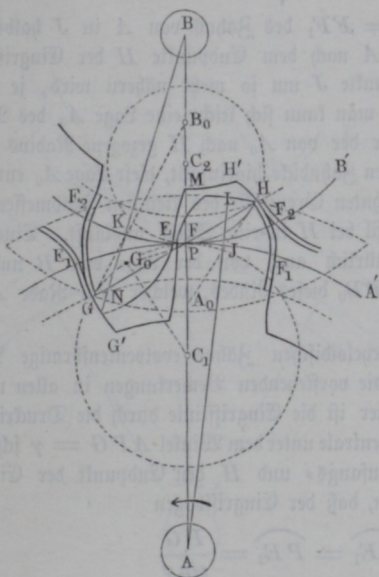
Die allgemeine Durchführung der dementsprechenden analytischen Untersuchung führt indeß auf so weitläufige und zusammengesetzte Rechnungen, daß der praktische Werth derselben sehr gering ist, während es jederzeit sehr einfach ist, die betreffenden Ermittlungen auf constructivem Wege zu führen, ein Verfahren, das hier um so empfehlenswerther und natürlicher erscheint, als ohnehin bei der Construction der Räder und Zahnp Profile ein graphisches Verfahren angewandt werden muß.

Seien  $A$  und  $B$ , Fig. 262, zwei Räder mit cycloidalischen Zähnen, deren Profile durch Wälzung der beiden Erzeugungskreise  $C_1$  und  $C_2$  in und auf den Theilkreisen in der bekanten Weise (§. 70) erzeugt sein mögen. Diese Kreise  $C_1$  und  $C_2$  bilden dann gleichzeitig die Eingriffslinien oder die geometrischen Dexter für den Berührungspunkt der Zahnprofile. Seien nun die Eingriffsbogen  $e_1$  und  $e_2$  vor und hinter der Centrale gegeben, so erhält man, wenn man von  $P$  aus die Länge

$$e_1 = \widehat{PE_1} = \widehat{PE_2} = \widehat{PG}$$

auf den Kreisen  $A$ ,  $B$  und  $C_1$  abträgt, in  $G$  den Anfangspunkt der Einwirkung, in welchem zwei Zähne sich ergreifen, deren Profile durch die Punkte  $E_1$  und  $E_2$  gehen, welche letzteren gleichzeitig in dem Momentancentrum  $P$  ein treffen. In derselben Art erhält man, wenn man

Fig. 262.



den Anfangspunkt der Einwirkung, in welchem zwei Zähne sich ergreifen, deren Profile durch die Punkte  $E_1$  und  $E_2$  gehen, welche letzteren gleichzeitig in dem Momentancentrum  $P$  ein treffen. In derselben Art erhält man, wenn man

$$e_2 = \widehat{PF_1} = \widehat{PF_2} = \widehat{PH}$$

macht, in  $H$  denjenigen Punkt, in welchem die Wirkung zweier Zähne aufhört, deren Profilscurven durch die beiden Punkte  $F_1$  und  $F_2$  gehen, welche das Momentancentrum  $P$  in einem und demselben

Augenblicke passirt haben. Legt man daher durch  $G$  einen Kreis zum Mittelpunkte  $B$ , so schneidet derselbe die Zahnköpfe dieses Rades in richtiger Höhe ab, und gilt dasselbe von dem durch  $H$  zum Mittelpunkte  $A$  gelegten Kreise hinsichtlich der Köpfe des letzteren Rades.

Ob nun die Zähnezahlen, d. h. also die Halbmesser der Räder im Verhältniß zur Theilung, die genügende Größe haben, erkennt man, wenn man von  $E_2$  und  $F_1$  auf den betreffenden Theilkreisen die erforderlichen Dicken der Zähne abträgt, und zwar  $\delta_1 = F_1F$  und  $\delta_2 = E_2E$ , und durch  $F$  und  $E$  die Profilscurven zu den Rückflächen der Zähne symmetrisch zu den Vorderflächen  $F_1H$  und  $E_2G$  zeichnet. Diese Curven für Vorder- und Rückfläche jedes Zahns dürfen sich offenbar nicht innerhalb der durch  $H$  resp.  $G$  gelegten Kopfkreise schneiden, weil sonst die Zähne nicht die erforderliche Länge erhielten, welche die zu Grunde gelegten Eingriffsbogen  $e_1$  und  $e_2$  erfordern. Schneiden sich je zwei Curven desselben Zahns außerhalb des Kopfkreises desselben, so erhalten die Zähne wie in der Figur abgestumpfte Köpfe, würden die Durchschnittspunkte auf die Kopfkreise fallen,

so liefen die Zahnprofile in scharfe Spitzen aus, und dieser Fall entspricht daher der oben erwähnten Grenze, unter welche die Radhalbmesser überhaupt nicht herabgehen dürfen, unter der Voraussetzung natürlich, daß man  $e_1 + e_2 = t$  gemacht habe.

Denkt man die Dicke  $\delta_1 = FF_1$  des Zahns von  $A$  in  $J$  halbirte, so zeigt die Figur, daß der von  $A$  nach dem Endpunkte  $H$  der Eingriffstrecke gezogene Radius sich dem Punkte  $J$  um so mehr nähern wird, je kleiner der Halbmesser  $AP$  ist, und man kann sich leicht eine Lage  $A_0$  des Mittelpunktes  $A$  denken, bei welcher der von  $A_0$  nach  $H$  gezogene Radius gerade in die Mitte  $J$  der aufgetragenen Zahndicke hineinfällt, diese Lage  $A_0$  entspricht dann offenbar dem mehrerwähnten Grenzfall des kleinsten Halbmessers von  $A$ , für welchen das Zahnprofil bei  $H$  in eine Spitze ausläuft. Eine ganz gleiche Betrachtung gilt natürlich auch von der Lage von  $B$  und dem zulässig kleinsten Halbmesser  $PB_0$  dieses Rades, welcher dem Rade  $A$  vom Halbmesser  $AP$  zugehört.

Wenn man anstatt der cycloidischen Zähne evolventenförmige Profile wählt, Fig. 263, so bleiben die vorstehenden Bemerkungen in allen wesentlichen Punkten dieselben. Hier ist die Eingriffslinie durch die Druckrichtung  $GPH$  gegeben, welche die Centrale unter dem Winkel  $APG = \gamma$  schneidet. Bezeichnet wieder  $G$  den Anfangs- und  $H$  den Endpunkt der Eingriffstrecke, so ist leicht zu erkennen, daß der Eingriffsbogen

$$e_1 = \widehat{PE_1} = \widehat{PE_2} = \frac{PG}{\sin \gamma}$$

und ebenso

$$e_2 = \widehat{PF_1} = \widehat{PF_2} = \frac{PH}{\sin \gamma}$$

ist, da die Länge  $PH$  gleich einem abgewickelten Bogen des Evolutenkreises  $OO'$  vom Halbmesser  $AO = AP \sin \gamma$  und zum Mittelpunktswinkel

$$PAF_1 = \frac{e_2}{AP}$$

ist; daher

$$PH = AP \cdot \sin \gamma \frac{e_2}{AP} = e_2 \sin \gamma$$

folgt.

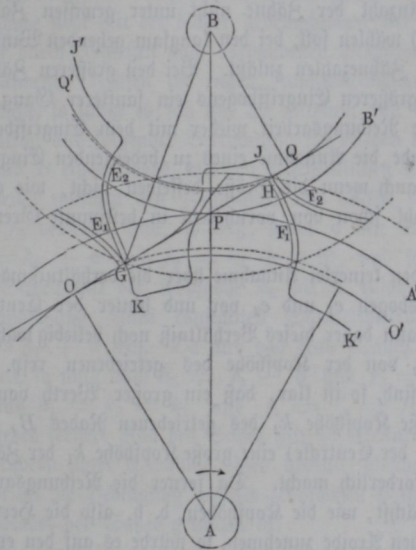
Die Anordnung ist hier so gewählt, daß das Zahnprofil des Rades  $B$  in eine Spitze  $G$  ausläuft, daß also der Halbmesser  $BD$  nicht kleiner angenommen werden darf, wenn die Bedingung gestellt wird, daß der Eingriffsbogen vor der Centrale den Werth

$$e_1 = E_1P = E_2P$$

haben soll. Auch sind hier die Zahndicken etwas geringer angenommen

als die halbe Theilung, um zwischen den Zähnen einen gewissen Zwischenraum zu erlangen, worüber im folgenden Paragraphen ein Näheres.

Fig. 263.



Nach dem Vorstehenden wird der Fall der inneren Verzahnung einer besonderen Erklärung nicht bedürfen.

Wenn in den vorangehenden Erläuterungen stets angenommen wurde, daß die Summe der Eingriffsbogen mindestens den Betrag der Theilung  $t$  haben müsse, so ist damit keineswegs gesagt, daß diese Summe nicht einen größeren Betrag haben dürfe. Man wird sich in der Wirklichkeit schon aus dem Grunde mit einem gesammten Eingriffsbogen gleich der Theilung nicht begnügen dürfen, weil sonst die geringste Un-

regelmäßigkeit in der Ausführung der Zähne oder in der Lagerung der Axen im Gefolge haben könnte, daß die Bewegungsübertragung unregelmäßig werden würde oder ganz aufhörte. Es ist aber noch ein anderer wichtiger Grund für Annahme eines größeren Eingriffsbogens dadurch gegeben, daß in Folge desselben gleichzeitig mehr als ein Paar von Zähnen zum Eingriff kommt, und daher der auf jeden Zahn entfallende Druck kleiner und die Abnutzung der Zähne deshalb geringer wird. Bei Rädern, deren Mitten je nach Bedürfniß einander mehr oder weniger genähert werden müssen, z. B. bei den Uebertragerrädern zweier Walzen, ist natürlich der Eingriffsbogen, d. h. sind die Höhen der Zahnköpfe so groß zu machen, daß auch bei der weitesten Walzenstellung der Eingriffsbogen  $e$  den Betrag der Theilung noch etwas übersteigt. Verschiedenen Zwecken entsprechend findet man daher in der Praxis den Eingriffsbogen von  $1,1t$  bis zu etwa  $3,5t$  und darüber schwankend, und es ist nach dem Vorstehenden wohl ohne Weiteres klar, daß man dem Bogen  $e$  nur dann die größeren Werthe geben können, wenn die Zähnezahlen hinreichend groß sind, während man bei den kleinen Ge-

trieben in Winden, Zählwerken etc., bei denen die Zähnezahlszahl zuweilen auf 4, ja selbst 3 herabsinkt, sich stets mit einem Eingriffbogen wird begnügen müssen, welcher die Theilung nur wenig übertrifft. Im Vorstehenden findet die praktische Regel ihre Erklärung, wonach man bei Triebwerksrädern, welche schnell gehen, die Anzahl der Zähne nicht unter gewissen Zahlen (etwa nicht weniger als 20) wählen soll, bei den langsam gehenden Windengetrieben jedoch viel kleinere Zähnezahlen zuläßt. Bei den größeren Zähnezahlen läßt sich wegen des größeren Eingriffbogens ein sanfterer Gang erzielen. Dagegen nimmt die Reibungsarbeit wieder mit dem Eingriffbogen zu, so daß aus diesem Grunde die Annahme eines zu bedeutenden Eingriffbogens sich nicht empfiehlt, auch wenn die Größe desselben nicht, wie oben erörtert, durch die Zähnezahlszahl schon von vornherein in bestimmte Grenzen eingeschlossen wäre.

Es ist in dem Vorstehenden keinerlei Annahme über die verhältnißmäßige Größe der beiden Theilungsbogen  $e_1$  und  $e_2$  vor und hinter der Centrale gemacht worden, und man kann daher dieses Verhältniß noch beliebig wählen. Da diese Bogen  $e_1$  und  $e_2$  von der Kopfhöhe des getriebenen resp. des treibenden Rades abhängig sind, so ist klar, daß ein großer Werth von  $e_1$  (vor der Centrale) eine große Kopfhöhe  $k_2$  des getriebenen Rades  $B$ , und ein großer Bogen  $e_2$  (hinter der Centrale) eine große Kopfhöhe  $k_1$  der Zähne des treibenden Rades  $A$  erforderlich macht. Da ferner die Reibungsarbeit in demselben Verhältnisse wächst, wie die Kopfhöhen, d. h. also die Hervorragungen über die theoretischen Aroide zunehmen, so würde es auf den ersten Blick gerechtfertigt erscheinen, entweder die beiden Eingriffsbogen  $e_1$  und  $e_2$  oder auch die beiden Kopfhöhen  $k_2$  und  $k_1$  von gleicher Größe anzunehmen. Daß diese beiden Annahmen nicht auf dasselbe hinauslaufen, lehrt ein Blick auf die Fig. 263, woraus sich sogleich ergibt, daß gleiche Kopfhöhen  $k_1$  und  $k_2$  nur bei zwei ihrer Größe wie Zahnform nach ganz übereinstimmenden Rädern auch gleiche Eingriffsbogen zur Folge haben können. In der That wird in der Praxis auch vielfach, im Maschinenbau fast durchgängig, die eine oder andere dieser Annahmen gemacht. So giebt Redtenbacher an, man solle die Zähne sowohl vor als hinter der Centrale um je einen Theilungsbogen auf einander einwirken lassen, daß also  $e_1 = e_2 = t$  ist. Andererseits führt Willis eine bei englischen Maschinenbauern beliebte Regel an, wonach man die Kopfhöhen beider Räder gleich groß, nämlich jede zu  $0,3 t$  mache, eine Regel, welche auch von Neuleaux acceptirt worden ist. Die radiale Tiefe der Füße  $f_1$  und  $f_2$  der Zähne ergibt sich aus den gewählten Kopfhöhen  $k_1$  und  $k_2$  von selbst, da die Lücke zwischen zwei Zahnfüßen des Rades  $A$  von der Tiefe  $f_1$  dem Kopfe  $k_2$  des anderen Rades bequem Raum geben muß, und dasselbe hinsichtlich des Fußes  $f_2$  von  $B$  und des Kopfes  $k_1$  von  $A$  gilt. Mit Rücksicht auf etwaige Verunreinigung durch

Staub etc. und auf unvollkommene Ausführung pflegt man  $f_1 = f_2 = 0,4t$  zu machen, so daß zwischen den Stirnflächen der Köpfe und dem Grunde des Zahnkranzes ein Scheitelspielraum von  $0,1t$  verbleibt. Die Annahme gleicher Kopfhöhen für die in einander greifenden Räder nach der letztgedachten Methode steht mit der bisher gebräuchlichen Art der Fabrication der Zahnräder durch Abgießen nach vorhandenen Modellen oder durch Ausfräsen mit vorhandenen Fräsen im engen Zusammenhange, ist überhaupt die allein mögliche, so lange es sich um die Bildung von Saigrädern (§. 75) handelt, wie leicht aus folgender Betrachtung sich ersehen läßt. Hat man zwei Räder  $A$  und  $B$  eines Sages, mit den beziehentlichen Kopfhöhen  $k_1$  und  $k_2$ , welche natürlich zwischen den Zahnfüßen mit Lücken von entsprechender Tiefe  $f_1$  und  $f_2$  versehen sind, so daß, unter  $\sigma$  den Scheitelspielraum verstanden,  $f_1 = k_2 + \sigma$  und  $f_2 = k_1 + \sigma$  ist, und soll nun ein drittes Rad  $C$  des Sages mit der Kopfhöhe  $k_3$  mit  $A$  zusammenarbeiten, so muß unter Voraussetzung eines constanten Scheitelspielraums  $k_3 = f_1 - \sigma$  und  $f_3 = k_1 + \sigma$  sein. Da nun das Rad  $C$  auch mit  $B$  soll zusammengehen können, so muß auch  $k_3 = f_2 - \sigma$  und  $f_3 = k_2 + \sigma$  gemacht werden, woraus  $k_1 = k_2 = k_3$  und  $f_1 = f_2 = f_3$  folgt. Da ein Gleiches für jedes fernere Rad des Sages gilt, so erkennt man, daß die Bildung von Saigrädern unter Annahme eines überall gleichen Scheitelspielraums überhaupt an die Bedingung gleicher Kopfhöhen  $k$  und gleicher Fußhöhen  $f$  für alle Räder des Sages geknüpft ist.

Die Eingriffbogen  $e_1$  vor und  $e_2$  hinter der Centrale sind aber bei gleichen Kopfhöhen und ungleichen Rädern, wie schon bemerkt, nicht gleich groß, und es kommt ganz auf die Zahnform, d. h. die Eingriffslinie, an, welcher von den beiden Bogen für das kleinere und welcher für das größere Rad der kleinere ist. Es läßt sich leicht aus einfachen geometrischen Beziehungen einsehen, daß bei Evolventenzähnen, bei denen die Eingriffslinie die Gerade  $GH$ , Fig. 264 (a. f. S.), ist, der Eingriffbogen  $e_1$  vor der Centrale einen kleineren Werth hat, wenn der Betrieb von dem größeren Rade  $A$  ausgeht, als derjenige hinter der Centrale. Geht der Betrieb von dem kleineren Rade  $B$  aus, so gilt natürlich das Umgekehrte, da die Werthe  $e_1$  und  $e_2$  dann ihre Rollen wechseln. Gerade entgegengesetzt verhalten sich, wie schon Willis gezeigt hat, die Zähne mit geraden Flanken, Fig. 265, wo die Kreise  $C_1$  und  $C_2$  von den Halbmessern  $r_1$  und  $r_2$  zu Durchmessern die Eingriffslinien darstellen, indem hier, wie sich durch Rechnung ermitteln läßt,  $e_1$  oder  $GP$  größer als  $e_2$  oder  $PH$  ist. Dagegen ist bei cycloidschen Saigrädern, bei denen ein kleinerer Kreis  $C$ , Fig. 266, die Profile erzeugt (§. 75), der Eingriffbogen  $GP = e_1$  vor der Centrale wieder der kleinere von den beiden, immer vorausgesetzt, daß das größere Rad als treibendes dient.

Diese Untersuchung über die verhältnißmäßige Größe der Eingriffbogen vor und hinter der Centrale ist deswegen nicht ohne praktische Wichtigkeit,

Fig. 264.

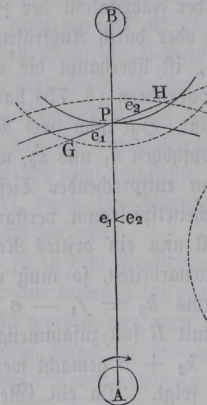


Fig. 265.

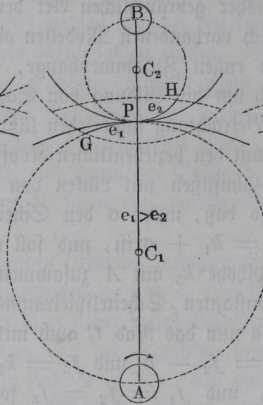
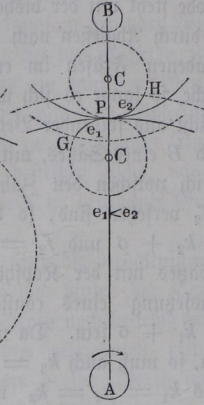


Fig. 266.



weil damit die gute Erhaltung oder der schnelle Verschleiß der Radzähne im engen Zusammenhange steht. Es scheint nämlich eine durch die Erfahrung festgestellte Thatsache zu sein, daß die Reibung der Zahnflächen (s. S. 79), welche vor der Centrale stattfindet, schädlicher und zerstörender auf das Material der Zähne wirkt, als die hinter der Centrale auftretende, so daß man in der Praxis sogar für die eigenthümliche Wirkung der Friction vor der Centrale in dem Worte des Stemmens der Zähne einen besonderen Ausdruck gebraucht und unter Praktikern die Regel Geltung hat, bei der Formgebung der Zähne die Wirkung des Stemmens thunlichst zu vermeiden. Aus diesem Grunde eignen sich, wie Willis ebenfalls bemerkt, die Geradflankenzähne nicht besonders für die Fälle, wo das größere Rad das treibende ist. Die Praxis der Uhrmacher und älteren Mühlenbauer hat diesem Umstande schon längst durch die Vorliebe für die Stoßgetriebe Rechnung getragen, bei denen eine Wirkung vor der Centrale nur in geringem Maße eintritt, da der Eingriffbogen vor der Centrale nur gleich dem Halbmesser der Stöcke, also noch nicht  $\frac{t}{4}$  beträgt. Die Uhrmacher pflegen deshalb auch den Zahnrädern, bei denen fast immer das größere Rad das treibende ist, verschieden große Kopfhöhen zu geben, so daß diejenige des treibenden Rades etwa 1,5 mal so groß ist wie diejenige des getriebenen.

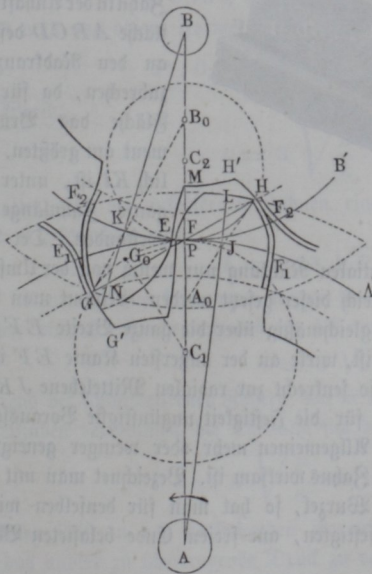
In neuerer Zeit, wo die Anwendung der Räderformmaschinen in den



Gießereien größere Verbreitung erlangt und der Maschinenbauer dadurch bis zu gewissem Grade von den kostspieligen Rädermodellen emancipirt wird, ist dem Constructeur hinsichtlich der Bestimmung der Kopfhöhen eine größere Freiheit gelassen, und kann dabei den Rücksichten auf möglichst sanften Gang der Triebräder mehr Rechnung getragen werden, als dies bisher, bei dem Wunsche, vorhandene Modelle zu benutzen, möglich war.

Was schließlich die Zahnlücken anbelangt, deren Tiefe nach dem Vorangehenden so groß zu bemessen ist, daß zwischen dem Grunde derselben und dem Scheitel der Zahnköpfe ein genügender Scheitelspielraum von etwa  $0,1 t$  verbleibt, so braucht man die Flanken der Zahnfüße offenbar nur in derjenigen Erstreckung, auf welcher sie von den Zahnköpfen des anderen Rades wirklich berührt werden, genau mit demjenigen Profile zu versehen, welches nach dem Vorherigen für eine gleichförmige Bewegungsübertragung erforderlich ist. Dieser wirklich zur Berührung kommende Theil der Flanken erstreckt sich aber niemals bis zum Grunde der Lücken, und wird offenbar durch denjenigen Kreis begrenzt, welchen man durch den betreffenden Endpunkt der Eingriff-

Fig. 267.



linie concentrisch zur Radaxe legt. So kommt in Fig. 267 von den Zahnfüßen des Rades A nur ein Stück  $E_1 G$  und von denen des Rades B ein Stück  $F_2 H$  zur wirklichen Berührung mit den entgegengesetzten Zahnköpfen, und man darf daher die Flankenstücke  $GG'$  und  $HH'$  im Uebrigen beliebig wenn nur so profiliren, daß die Zahnköpfe des anderen Rades genügend Raum finden. Häufig bildet man diese Wurzelstücke der Flanken radial, verstärkt die Zähne in den Ecken  $G'$  und  $H'$ , wo sie sich an den

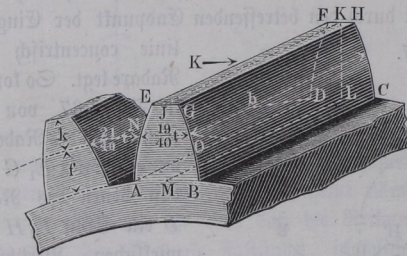
Zahnkranz anschließen, auch wohl durch eine kleine Eckleiste oder Abrundung. Es kann hierbei bemerkt werden, daß bei Evolventenzähnen die Evolventen ohnehin meistens nicht bis zu den Fußkreisen sich erstrecken, da die letzteren

oft kleiner sind als die Evolutenkreise und daß man daher die Wurzelenden der Flanken nach Belieben annehmen muß. In den Figuren 263 und 267 sind die wirklich zur Berührung kommenden Strecken der Zahnprofile durch Doppellinien gekennzeichnet.

Daß übrigens die Theilkreise zweier Räder nicht durch die Mitten der Zahnhöhen gehen können, auch selbst wenn man beiden Rädern gleiche Kopfhöhen  $k$  giebt, folgt ohne Weiteres aus dem Vorhandensein des Scheitelspielraums. Um die Theilkreise zweier vorhandenen Räder in jedem Falle genau zu bestimmen, hat man nur nöthig, den Axenabstand der zusammenarbeitenden Räder in dem Verhältnisse der Zähnezahlen zu theilen.

§. 78. **Zahnquerschnitt.** Die Zähne eines Rades müssen solche Abmessungen erhalten, daß sie dem zu übertragenden Drucke mit hinreichender Sicherheit widerstehen können. Der

Fig. 268.



auf den Zahn  $AGFC$ , Fig. 268, wirkende Druck  $K$  ist bestrebt, den Zahn in der Anhaftungsfläche  $ABCD$  desselben an den Radkranz abzubrechen, da für diese Fläche das Bruchmoment am größten, nämlich  $Kl$  ist, unter  $l$  die ganze Zahnlänge  $MJ$  verstanden. Der Druck

$K$  ist wegen der nahezu tangentialen Richtung nur wenig von der Umfangskraft  $P$  verschieden und kann gleich dieser gesetzt werden. Nimmt man ferner an, der Druck  $P$ , welcher als gleichmäßig über die ganze Breite  $EF = b$  des Zahns vertheilt zu denken ist, wirke an der äußersten Kante  $EF$  in der Richtung des Radumfangs, also senkrecht zur radialen Mittelebene  $JKLM$  des Zahns, so ist hierin die für die Festigkeit ungünstigste Voraussetzung enthalten, da der Druck  $P$  im Allgemeinen mehr oder weniger geneigt und näher nach dem Wurzelende des Zahns wirksam ist. Bezeichnet man mit  $h$  die Dicke  $AB$  des Zahns an der Wurzel, so hat man für denselben wie für die Festigkeit eines einseitig befestigten, am freien Ende belasteten Balkens (Th. I. §. 235)

$$Pl = \frac{W}{e} k = \frac{b h^2}{6} k,$$

worin  $k$  die höchstens zulässige Faserspannung des Materials bedeutet.

Die Dicke  $h$  des Zahns an der Wurzel wird im Allgemeinen, mit Aus-