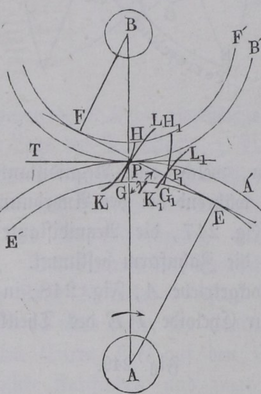
durch eine Curve FG erhalten wird, welche mit der Evolvente PE des Theilkreises A' parallel ist. In sämmtlichen durch die Figuren 245 bis 249 dargestellten Fällen giebt die Gerade PD in ihrem Durchschnitte L mit der Zahncurve diejenige Höhe, welche den Zähnen mindestens zu geben ist. In der Praxis pflegt man in der Regel das treibende Rad mit Zähnen und daher das getriebene mit Stöcken zu versehen, wofür der Grund sich aus den späteren Ermittelungen über die Zahnreibung ergeben wird. Die Bewegungsübertragung findet in diesem Falle, wie aus den Figuren ersichtlich ist, hauptsächlich hinter der Centrale, zwischen P und L und nur zum geringeren Theile vor der Centrale zwischen F und P statt, indem die Größe PF immer kleiner ist als PL.

§. 73. **Evolventenverzahnung.** Wenn man dem rollenden Kreise, durch dessen Abwälzung auf den Theilkreisen der Räder die Querschnitte der Zahnflächen entstehen, einen unendlich großen Durchmesser giebt, so geht derselbe in eine Gerade, nämlich die gemeinschaftliche Tangente PT, Fig. 250, über, durch deren Abwälzung auf den Theilkreisen die Evolventen der letzteren entstehen. Diese Evolventen können als Zahnprofile, bei äußerem Eingriffe wenigstens, nicht benutzt werden, da sie ganz außerhalb der Theilkreise gelegen sind, daher nur zur Bildung von Zahnköpfen Gelegenheit geben würden, welche mit einander nicht arbeiten können. Daß bei innerem Radeingriffe die Evolventen der Theilkreise zur Bildung der Köpfe des kleineren und der Füße des größeren Rades angewandt werden können, ergab sich indeß bereits in §. 71.

Fig. 250.



Man kann jedoch auch bei äußerlich verzahnten Rädern Kreisevolventen als Zahnprofile anwenden, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt. Führt man durch den Berührungspunkt P der Theilkreise unter irgend einem beliebigen spitzen Winkel $APE = \gamma$ gegen die Centrale AB eine Gerade EF, so erhält man in den beiden diese Gerade berührenden Kreisen E' und F', deren Mittelpunkte beziehungsweise A und B sind, zwei Kreise, deren Evolventen ebenfalls richtige Zahndurchschnitte sind. Wickelt man nämlich die Gerade EF auf diesen Kreisen ab, so erzeugt der Punkt P derselben die Evolvente GPL von E' und diejenige HPK von F', welche beiden Curven sich in dem Momentancentrum P berühren. Es läßt sich nun leicht zeigen, daß bei einer beliebigen Drehung der Axen A und B, im Verhältnisse ihrer Winkelgeschwindigkeiten α und β, diese mit den Rädern fest verbunden gedachten Curven sich nur in einem Punkte der im Raume festen Geraden EF berühren können, und daß diese durch das Momentancentrum P gehende Gerade die Normale zu diesen Curven in deren Berührungspunkte sein muß. Zu diesem Zwecke hat man sich nur die Entstehung der Evolventen zu vergegenwärtigen. Offenbar entsteht das kleine, den Punkt P enthaltende Element des Evolventenbogens PG durch eine momentane Drehung der Geraden EP um E in einem Betrage, welcher durch α bezeichnet werden möge, nach links (umgekehrt der Uhrzeigerbewegung). Für diese Drehung läßt sich nach Früherem (Einleitung, §. 4) eine ebenso große Linksdrehung um A setzen, wenn man damit eine auf AE senkrechte Verschiebung in der Richtung von P nach E und im Betrage $\alpha \,.\, AE$ verbindet. Stellt man sich nun vor, dem ganzen betrachteten Systeme, d. h. dem Rade A und der Geraden PE, werde noch eine zusätzliche Rechtsdrehung um A im Betrage α ertheilt, so verbleibt der Geraden PE nur eine Verschiebung von P etwa nach P_1, welche durch $PP_1 = \alpha \,.\, AE$ ausgedrückt ist. Eine ganz ähnliche Betrachtung läßt sich auch für das Rad B anstellen, denn das in P gelegene Element des Evolventenbogens PK entsteht durch eine Rechtsdrehung von FP um F in einem kleinen Betrage, der durch β bezeichnet werde. Für diese Drehung läßt sich wieder eine ebenso große Rechtsdrehung um B setzen, verbunden mit einer Verschiebung in der Richtung von P nach E im Betrage $\beta \,.\, BF$. Denkt man jetzt wieder dem Systeme eine zusätzliche Linksdrehung β um die Axe B ertheilt, so verbleibt der Geraden FP, also dem Punkte P, nur noch diese Verschiebung $\beta \,.\, BF$. Wenn nun α und β so gewählt werden, wie die geforderte Bewegung erheischt, d. h. wenn $\alpha : \beta = BP : AP$ oder wenn $\alpha \,.\, AP = \beta \,.\, BP$ ist, so folgt daraus auch ohne Weiteres die Gleichheit der beiden Verschiebungen $\alpha \,.\, AE$ und $\beta \,.\, BF$, weil

$$\frac{AE}{AP} = \frac{BF}{BP} = \sin\gamma \text{ ist.}$$

Es folgt hieraus, daß der Punkt P der Geraden EF in beiden Fällen um die gleiche Größe $PP_1 = \alpha \,.\, AE = \beta \,.\, BF$ sich auf FE verschiebt, sobald die beiden Räder um α und $-\beta$ gedreht werden, d. h. um Winkel, welche dem Bewegungsverhältnisse entsprechen, und da die beiden in P_1 enthaltenen Elemente der Evolventenbögen $G_1 P_1 L_1$ und $H_1 P_1 K_1$ in P_1 in der Geraden FE eine gemeinsame Normale. haben, welche durch das Momentancentrum P geht, so folgt die Richtigkeit der Evolventen als Zahnprofile aus dem §. 67 entwickelten Grundgesetze der Verzahnung.

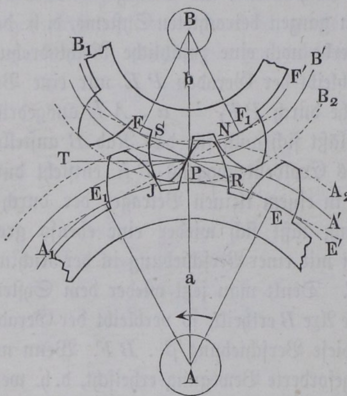
Aus dem Vorstehenden erkennt man auch, daß die schräg gegen die Centrale AB gelegte Gerade FE den geometrischen Ort für die Berührung der beiden Zahncurven abgiebt, daher die von dem einen Zahne auf den anderen übertragene Druckkraft fortwährend die constante Richtung FE beibehält. Da bei dieser Kraftrichtung die in die Centrale AB fallende Componente bei rechtwinkeliger Zerlegung um so größer ausfällt, je spitzer der Winkel $APE = \gamma$ ist, und diese Componente nur schädliche Pressungen in den Lagern der Axen A und B erzeugt, so wird man den Winkel γ nicht zu klein wählen dürfen und pflegt man mindestens einen Betrag zwischen 75 und 80^0 dafür anzunehmen.

Die Construction der Zähne ergiebt sich nun leicht. Legt man bei Rädern mit äußerer Verzahnung, Fig. 251, durch den Berührungspunkt P der Theilkreise die Gerade EF unter dem angegebenen Winkel

$$\gamma = APE = 75 \text{ bis } 80^0,$$

und wickelt dieselbe auf die beiden Berührungskreise E' und F' nach beiden Seiten hin auf, so ergeben die beiden entgegengesetzten Evolventen jedes Kreises die Profile für die Zahnflächen des zugehörigen Rades. Es wird daher jede Seite des Zahnprofils hierbei durch eine einzige stetig fortlaufende Curve begrenzt, während bei den in den vorhergehenden Paragraphen betrachteten Verzahnungsmethoden besondere Curven für die Profile der Kronen und Flanken sich ergaben.

Fig. 251.



In den Durchschnittspunkten der Kopfkreise A_2 und B_2 mit den Eingriffslinien FE und $F_1 E_1$ erhält man diejenigen Stellen S, R, N und J, in welchen die Berührung der Zähne beginnt resp. aufhört, so daß bei der durch den Pfeil angedeuteten Drehungsrichtung der Berührungspunkt zweier Zähne von N nach J hin fortschreitet, wenn B das treibende Rad ist, dagegen derselbe den Weg von R nach S durchwandert, sobald der Antrieb von A erfolgt.

Offenbar gelten diese Bemerkungen auch für Räder mit innerem Eingriffe, Fig. 252, sowie für das Zahnstangengetriebe, Fig. 253. Die Zahnstange läßt sich wieder als ein Rad ansehen, dessen Mittelpunkt in der Unendlichkeit liegt, und daher geht für sie der die Gerade EF berührende Kreis in eine gerade Linie über, welche mit EF der ganzen Länge nach zusammenfällt. Durch eine Abwälzung dieser Linie EF auf sich selbst beschreibt daher der Punkt P eine zu EF in P normale Gerade PH, wonach die Flächen der Zähne

Fig. 252.

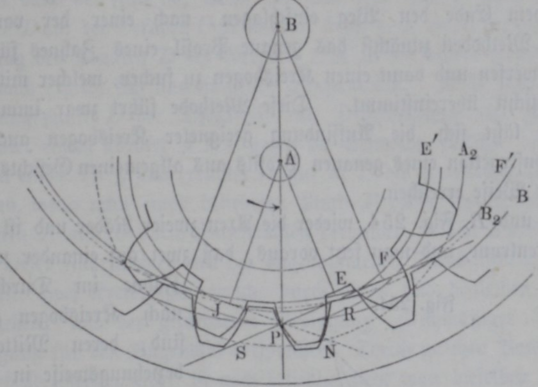
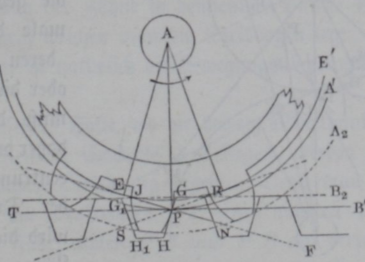


Fig. 253.



für die Zahnstange als Ebenen GH und G_1H_1 sich ergeben, welche gegen die Zahnstange B' unter dem Winkel γ beiderseits geneigt sind. Da der Berührungspunkt zweier Zähne hierbei von J nach N beziehungsweise von R nach S fortschreitet, so erkennt man leicht, daß bei dieser Verzahnung der Druck eines Radzahnes sich allmälig auf eine größere Fläche vertheilt und nicht auf einen einzigen Punkt concentrirt, wie dies bei der Zahnstange, Fig. 244, der Fall ist, bei welcher nach §. 71 die Zahnköpfe des Rades ebenfalls durch Evolventen, aber diejenigen des Theilkreises profilirt sind.

Kreisbogenverzahnung. Da von den in den vorhergehenden Para- §. 74.
graphen ermittelten Curven immer nur ein verhältnißmäßig geringer Theil