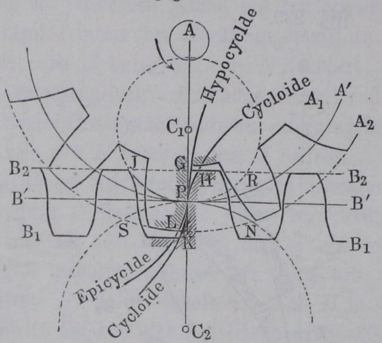
die Pfeile angedeuteten Drehungsrichtung der Antrieb von A ausgeht. Ist bei derselben Drehungsrichtung das größere Rad B das treibende, so findet die Berührung zweier Zahnquerschnitte in der Eingrifflinie SPR statt.

Zwischen den beiden Fällen des äußeren und inneren Zahneingriffs bildet derjenige gewissermaßen einen Uebergang, bei welchem das eine Rad einen unendlich großen Halbmesser annimmt und dadurch in eine gerade Zahnstange übergeht. Auch hierfür ergeben sich die für die Zahnquerschnitte zu wählenden Curven ganz von selbst aus dem allgemeinen Gesetze, und es gehen hier die Begrenzungslinien PH und PK, Fig. 240, für die Köpfe und Füße der Zahnstange in die gemeinen Cycloiden der Kreise C_1 und C_2 über, während die Zahncurven der Zähne des Rades A eine Abweichung nicht zeigen. Als Theilkreis ist bei der Zahnstange offenbar die Gerade $B' B'$ anzusehen, und ebenso vertreten die Geraden $B_1 B_1$ und $B_2 B_2$ die Stelle des Fußkreises und des Kopfkreises, daher als Eingrifflinie die Doppelbogen JPN resp. SPR anzusehen sind, je nachdem bei dem durch den Pfeil angedeuteten Bewegungssinne der Antrieb entweder von dem Rade A oder von der Zahnstange B ausgeht.

Fig. 240.

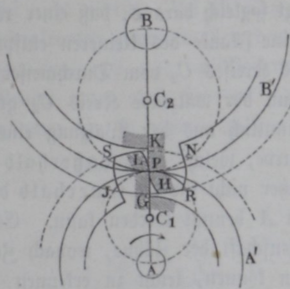


§. 71. **Geradflankenverzahnung.** Die vorstehenden Entwickelungen sind hinsichtlich der Größe der erzeugenden Kreise zunächst an keine Bedingung geknüpft, es bleiben daher die betrachteten cycloidischen Curven richtige Zahnquerschnitte, wie groß man die erzeugenden Kreise auch annehmen möge. Unter gewissen Annahmen in Bezug auf diese erzeugenden Kreise ergeben sich nun gewisse specielle Zahnformen, welche wegen ihrer Bedeutung für die Praxis hier näher angeführt werden mögen. Da eine Hypocycloide bekanntlich in eine gerade Linie und zwar in einen Durchmesser des Grundkreises übergeht, sobald der Durchmesser des wälzenden Kreises halb so groß ist als derjenige des Grundkreises, so ist hierdurch ein Mittel geboten, richtige Zahnformen mit einer theilweise *ebenen* Begrenzung zu bilden.

Nimmt man nämlich den Halbmesser AP, Fig. 241, des Theilkreises von A zum Durchmesser des erzeugenden Kreises, so erhält die Flanke des

Zahns von A eine ebene Begrenzung, deren Durchschnitt in die radiale Richtung PG fällt, und in gleicher Weise hat die Flanke des Zahns von B einen radialen Durchschnitt PK, sobald man einen erzeugenden Kreis C_2 voraussetzt, welcher den Halbmesser BP des anderen Theilkreises zum Durchmesser hat. Die Zahnkronen erhalten natürlich die betreffenden Epicycloiden von C_1 auf B' und C_2 auf A' zu Durchschnitten. Diese **Geradflankenverzahnung** kam namentlich in früherer Zeit bei hölzernen Rädern in Mühlen ꝛc. vielfach zur Anwendung und man findet daher in entsprechenden Lehrbüchern wohl die Regel so angegeben, daß man überhaupt bei Rädern die Füße der Zähne radial und die Köpfe durch diejenigen Epicycloiden begrenzen solle, welche auf jedem Theilkreise durch einen Rollkreis erzeugt werden, der den Halbmesser des anderen Theilkreises zum Durchmesser hat.

Fig. 241.



Auch bei innerer Verzahnung, Fig. 242, kann man dem kleineren Rade A stets einen geraden radialen Flankendurchschnitt PG geben, in welchem

Fig. 242.

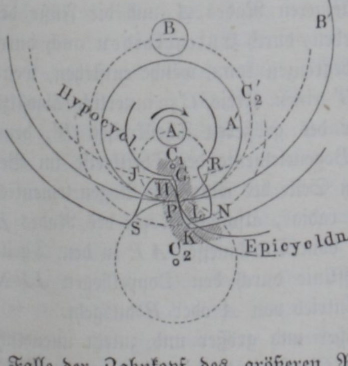
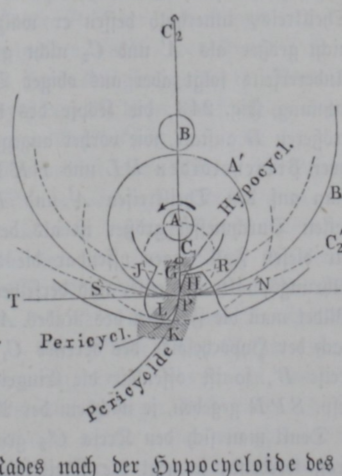


Fig. 243.



Falle der Zahnkopf des größeren Rades nach der **Hypocycloide** des in dem Theilkreise B' rollenden Kreises C_1 zu bilden ist, dessen Durchmesser gleich dem Halbmesser AP ist. Die Köpfe von A und die Füße von B kann man durch die Epicycloiden eines beliebigen Rollkreises C_2 auf den Theilkreisen begrenzen. Man kann indessen andererseits die Köpfe des größeren Rades B durch radial gerichtete Ebenen nur dann begrenzen, wenn der Durchmesser des kleineren Rades A den Halbmesser des größeren übertrifft. Dies folgt sogleich daraus, daß einer radial gerichteten Krone des größeren Rades eine Flanke des kleineren entspricht, welche man durch innere Abwälzung des Kreises C_2 vom Durchmesser BP in dem Theilkreise A' erhält. Wenn nun der wälzende Kreis C_2 größer als der Grundkreis A' ist, so geht bekanntlich aus der Wälzung eine sogenannte Pericycloide hervor, eine Curve, welche ganz außerhalb des Theilkreises A' gelegen ist, und welche daher nicht für die innerhalb dieses Theilkreises anzuordnenden Zahnfüße von A benutzt werden kann. Es ist überhaupt aus der oben angegebenen Eigenschaft der Zähne, wonach Zahnköpfe nur mit Zahnfüßen zusammenwirken können, leicht zu erkennen, daß das allgemeine Bildungsgesetz der Zahncurven durch Wälzung nur so lange Gültigkeit haben kann, als die beiden Theilkreise im Berührungspunkte auf derselben Seite des wälzenden Kreises liegen, dagegen nicht, wenn der rollende Kreisumfang zwischen den Theilkreisen liegt, wie dies in Fig. 242 mit C'_2 der Fall ist, dessen Umfang zwischen A' und B' gelegen ist.

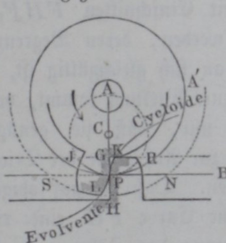
Hieraus folgt ferner, daß auch bei äußerer Verzahnung, Fig. 238, die beiden Erzeugungskreise C_1 und C_2, wenn deren Durchmesser auch sonst willkürlich gewählt werden können, doch insofern zwischen bestimmte Grenzen eingeschlossen sind, als keiner dieser Kreise größer werden darf, als derjenige Theilkreis, innerhalb dessen er wälzend angenommen wird, daß also C_1 nicht größer als A' und C_2 nicht größer als B' in Fig. 238 sein darf. Andererseits folgt aber aus obiger Bedingung, daß man bei innerer Verzahnung, Fig. 243, die Köpfe des kleineren Rades A und die Füße des größeren B anstatt, wie vorher angegeben, durch Epicycloiden auch durch zwei Pericycloiden PL und PK begrenzen kann, welche entstehen, wenn man auf den Theilkreisen A' und B' einen Kreis C'_2 innerlich abwälzt, dessen Durchmesser größer ist als der des größeren Theilkreises B', denn für diesen Fall liegen offenbar die Bogenelemente der Theilkreise im Berührungspunkte auf einer und derselben Seite des wälzenden Bogenelementes. Bildet man die Flanken des Rades A radial, also die Köpfe des Rades B nach der Hypocycloide des Kreises C_1 vom Durchmesser AP in dem Theilkreise B', so ist offenbar die Eingrifflinie durch den Doppelbogen JPN resp. SPR gegeben, je nachdem der Antrieb von A oder B ausgeht.

Denkt man sich den Kreis C'_2 größer und größer und zuletzt unendlich groß werdend, so geht die Kreislinie C'_2 schließlich in eine gerade Linie, nämlich die gemeinsame Tangente TP, über, und für die Zahnquerschnitte PL und PK erhält man jetzt die beiden Evolventen der Theilkreise. Der Berührungspunkt dieser Curven rückt dann auf dieser Geraden von P

aus nach der einen oder anderen Seite fort, während welcher Zeit also die Druckrichtung der beiden Zähne stets normal zur Centrale AB, also sehr günstig wirkt, indem ein in die Centrale fallender Seitendruck auf die Axen hierbei nicht eintritt. Es ist ohne Weiteres klar, daß in diesem Falle die Kreisevolventen gewissermaßen den Uebergang bilden zwischen den Epicycloiden, Fig. 242, und den Pericycloiden, Fig. 243 (a. S. 345).

Wendet man auch bei der Zahnstange, Fig. 244, die Geradflankenverzahnung an, so gehören zu den radialen Füßen PG des Getriebes A offenbar Kronen KP der Zahnstange, welche durch die gemeine Cycloide des Kreises C vom Durchmesser AP bestimmt sind. Die Zahnstange selbst läßt sich als Rad von unendlich großem Durchmesser betrachten, als Theilkreis hat man die Gerade PB' anzusehen, und daraus folgt ohne Weiteres, daß zu radialen Flanken PH der Zahnstange, d. h. solchen, die normal zu PB' stehen, die Köpfe PL des Rades durch die Kreisevolvente von A' bestimmt sind. Die Eingrifflinie ist durch JPN resp. SPR gegeben, je nachdem das Rad oder die Zahnstange den treibenden Theil bildet. Die tangentiale Lage des Stückes PN dieser Eingrifflinie besagt übrigens, daß von der Zahnflanke PH der Zahnstange nur der einzige Punkt P mit den aufeinanderfolgenden Punkten der Krone PL in Berührung kommt, so daß übrigens die Form PH gleichgültig ist. Natürlich wird der Verschleiß der Zähne der Zahnstange bei dieser Construction wegen des stets auf denselben Punkt concentrirten Druckes sehr groß sein.

Fig. 244.



Triebstockverzahnung. Giebt man bei zwei Rädern mit äußerer §. 72.
Verzahnung A und B, Fig. 245 (a. f. S.), dem Erzeugungskreise C_2 den größten zulässigen Durchmesser, d. h. nimmt man ihn von gleicher Größe mit dem Theilkreise B', so reducirt sich die von einem seiner Punkte P erzeugte Curve auf diesen Punkt P selbst, während die Krone der Radzähne von A offenbar diejenige Epicycloide PE oder PE_1 zum Durchschnitte erhält, welche ein Punkt des Kreises C_2 oder B' bei dessen Rollen auf A' erzeugt. Diese Epicycloide würde daher anzuwenden sein, wenn das Rad B an der Stelle P einen Zahn von unendlich geringer Dicke hätte. In der Praxis construirt man nun zuweilen Räder, welche anstatt mit Zähnen mit sogenannten Triebstöcken versehen sind, d. h. mit cylindrischen Stäben von kreisförmigem Durchschnitte wie PF und nennt solche Räder auch Drehlinge (Drillinge). Die zu diesen Triebstöcken erforderliche Form für die Zähne des zugehörigen Rades A erhält man dann sehr einfach aus der