Wenn nun irgend ein Punkt a_1, a_2, a_3 . . . in das Momentancentrum tritt, so muß die Berührung der Zähne in dem betreffenden Fußpunkte p_1, p_2, p_3 . . . der Normale stattfinden. Legt man daher um A als Mittelpunkt Kreise durch p_1, p_2, p_3 . . . und schneidet diese Kreise von P aus mit den Längen der Normalen ap ab, so legen die Schnittpunkte e_1 e_2 e_3 e_4 eine Curve fest, welche den geometrischen Ort der Berührungspunkte bildet, und den Namen Eingrifflinie führt. Es ist nun auch klar, daß man die entsprechenden Punkte q_1, q_2, q_3 . . . des gesuchten zweiten Zahnprofils findet, wenn man durch diese Punkte e Kreise um B als Mittelpunkt beschreibt und diese Kreise von b_1, b_2, b_3 . . . aus mit den Längen der vorgedachten Normalen einschneidet, derart also, daß

$$b_1 q_1 = a_1 p_1,\; b_2 q_2 = a_2 p_2 \ldots$$

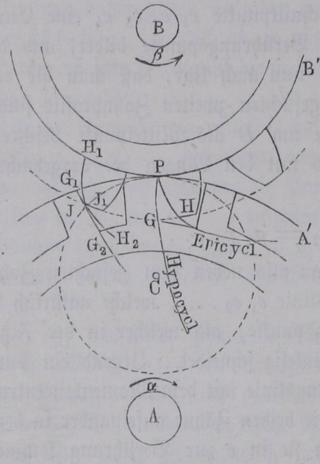
ist. Durch diese Construction erhält man also neben dem gesuchten Zahnprofil $q_1 q_2$ . . . gleichzeitig die Eingriffslinie e_1 e_2 . . . ., welche natürlich die beiden Zahnprofile in dem Berührungspunkte, als welcher in der Figur der Pol P angenommen worden, rechtwinkelig schneidet. Irgend ein Punkt e dieser Curve liefert in seiner Verbindungslinie mit dem Momentancentrum P die Richtung der Druckkraft, welche die beiden Zähne aufeinander in demjenigen Augenblicke ausüben, in welchem sie in e zur Berührung kommen.

Das oben angegebene Verfahren findet in der Praxis nur selten Anwendung, und ist nur insofern von Interesse, als daraus ersichtlich ist, daß man zu jeder beliebigen Zahnform des einen Rades die zugehörige für das andere Rad finden kann; diese Methode wird sich hauptsächlich nur für solche Fälle eignen, wo aus irgend welchen Gründen von vornherein die Fläche des einen Zahns festgestellt ist.

Cycloidische Zahnformen. Dem in §. 67 entwickelten Bildungsgesetze richtiger Zahnformen entsprechend begrenzt man in der Praxis die Zähne von Stirnrädern durch solche Flächen, wie sie von einer Seite eines Cylinders bei dessen Abwälzung auf den Momentanaxenflächen der zusammenarbeitenden Räder erzeugt werden. Als wälzenden Cylinder wählt man hierbei stets einen solchen von kreisförmigem Querschnitte und es ist daher die Natur der erzeugten Zahnflächen aus den bekannten Eigenschaften der Rolllinien leicht ermittelt, welche ein Punkt eines Kreises bei seiner Rollung auf anderen Kreisen erzeugt. §. 69.

Sind A und B, Fig. 237 (a. f. S.), zwei parallele Axen, und ist P der Berührungspunkt der Theilkreise A' und B', d. h. der senkrechten Durchschnitte der Momentanaxenflächen, und man wälzt einen durch P gehenden Kreis, dessen Mittelpunkt C auf der Centrale AB liegt, auf B' äußerlich und auf A' innerlich ab, so erzeugt ein Punkt J dieses Kreises bekanntlich durch die Wälzung auf B' die Epicycloide $H_1 J H_2$ und durch Wälzung in A' die Hypocycloide $G_1 J G_2$, welche beide Curven sich in J berühren, und daselbst eine durch P gehende gemeinschaftliche Normale haben. Wenn man daher die Zähne der beiden Räder durch Cylinderflächen begrenzt, deren Seiten den Axen parallel und deren Grundlinien diese beiden Cycloiden $G_1 G_2$ und $H_1 H_2$ sind, so erhält man richtige Zahnformen.

Fig. 237.



Denkt man sich etwa, das Rad A sei das treibende, und drehe sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit α in der Richtung des Pfeils rechtsum, so wird die mit diesem Rade verbundene Zahnfläche $G_1 G_2$ in J gegen die Zahnfläche $H_1 H_2$ des Rades B wirken, und demselben eine Drehung mit der gleichmäßigen Geschwindigkeit $\beta = - \alpha \dfrac{A P}{B P}$ im Sinne seines Pfeils (linksum) ertheilen. Hierbei wird der Berührungspunkt J der beiden cycloidischen Zahndurchschnitte seinen Ort verändern, und allmälig nach dem Berührungspunkte P der beiden Theilkreise gelangen, denn wenn die beiden Theilkreise sich um die gleichgroßen Bogenlängen $G_1 P = H_1 P$ gedreht haben, so fällt der Anfangspunkt G_1 der Hypocycloide $G_1 G_2$ mit dem Anfangspunkte H_1 der Epicycloide $H_1 H_2$ in P zusammen, in welchem Augenblicke die Centrale $A B$ die gemeinsame Tangente beider Curven in P ist. Aus der Entstehungsart der beiden cycloidischen Curven $G_1 G_2$ und $H_1 H_2$ ergiebt sich übrigens leicht, daß der Berührungspunkt derselben bei seinem Vorrücken von J nach P stets auf dem Umfange des Kreises C verbleiben muß, denn durch jeden Punkt J_1 dieses Kreises kann man sich zwei mit jenen ersteren identische Cycloiden gezeichnet denken, die in J_1 sich berühren, und deren Anfangspunkte auf den Theilkreisen um gleiche Bogenlängen von P aus abstehen. Der Kreis C zwischen J und P ist daher die Eingrifflinie oder der geometrische Ort für den Berührungspunkt der Curven, während sich die Theilkreise um die gleichen vor der Centrale gelegenen Bögen $G_1 P$ und $H_1 P$ herumdrehen. Wenn der Berührungspunkt der beiden Zahndurchschnitte in die Centrale nach P gerückt ist, die Zahncurven daher die Stellungen $P G$ und $P H$ eingenommen haben, so würden bei einer ferneren gleichmäßigen Drehung diese Curven nicht weiter aufeinander einwirken können, und man hätte daher die Anordnung so zu treffen, daß in dem Augenblicke, in welchem zwei Zähne nach PG und PH gelangt sind, wo sie sich von einander trennen, bereits zwei folgende Zahnflächen, welche etwa die Stellungen $G_1 G_2$ und $H_1 H_2$ einnehmen, ihre Wirkung auf einander beginnen. Den Punkt J, in welchem dieser Angriff eines neuen Zahnpaars stattfinden muß, findet man leicht in dem Durchschnittspunkte des Kreises C mit demjenigen Kreise, welcher um B als Mittelpunkt mit dem Abstande BH des äußersten Punktes H der Zahnfläche beschrieben wird. Denkt man sich daher auf den Theilkreisen A' und B' in den gleichen auf den Umkreisen gemessenen Abständen PG_1 und PH_1 Zähne angebracht, welche die Cylinderflächen PG und PH zur Begrenzung haben, so wird eine gleichmäßige Umdrehung des Rades A mit der Geschwindigkeit α offenbar eine ebensolche des Rades B mit der Geschwindigkeit β zur Folge haben. Bei dieser Anordnung wird eine Einwirkung der Zähne nur in einem vor der Centrale AB gelegenen Bogen $G_1 P$ resp. $H_1 P$ eintreten, sobald das Rad A das treibende ist. Es ist aber ebenfalls klar, daß die Bewegung der Räder bei Annahme derselben Zahnflächen auch in der den Pfeilen entgegengesetzten Richtung stattfinden kann, vorausgesetzt, daß der Antrieb von dem Rade B ausgeht, und der Unterschied wird darin liegen, daß der Zahn PH dann zuerst in P auf den Zahn PG wirkt, und daß der Berührungspunkt der Zahndurchschnitte allmälig von P nach J wandert, wobei er immer auf dem Kreise durch C verbleibt. Die Berührung der Zähne findet daher dann nur hinter der Centrale AB statt, d. h. nachdem die Zahnflächen den Berührungspunkt P der Theilkreise durchschritten haben. Der dieser Einwirkung zweier Zähne zugehörige auf den Theilkreisen gemessene Bogen heiße der Eingriffbogen und der ihm zugehörige Mittelpunktswinkel eines Rades der Eingriffwinkel des letzteren.

Allgemeine Cycloidenverzahnung. Zwischen den beiden Rädern A und B existirt jetzt insofern ein Unterschied, als das eine B mit regelmäßigen nach PH geformten Hervorragungen über die Momentanaxenfläche versehen ist, während das andere Rad A entsprechende durch PG begrenzte Einschnitte zeigt, in welche jene Hervorragungen eintreten können. Es liegt nun auf der Hand, daß man ebenso gut auch dem Rade A Hervorragungen außerhalb des Theilkreises und dem Rade B dementsprechende Einschnitte nach dem Innern des Theilkreises wird geben können, wie dies aus der nachfolgenden Construction sich ergiebt. §. 70.

Wälzt man auf den beiden Theilkreisen $A'A'$ und $B'B'$ der Axen A und B, Fig. 238 (a. f. S.), einen beliebigen Kreis C_1 äußerlich auf $B'B'$ und innerlich auf $A'A'$, so erhält man nach dem Vorstehenden in der Bewegung eines Punktes etwa P des wälzenden Kreises die Epicycloide PII