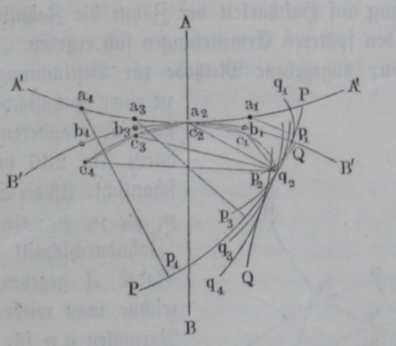
Cylinderflächen, welche eine Seite eines den Axen parallelen Cylinders C von ganz beliebiger Basis erzeugt, sobald dieser Cylinder auf den Momentanaxenflächen A und B der Räder ohne Gleitung abgewälzt wird. Eine noch weitergehende Verallgemeinerung dieses Zahnflächenbildungsgesetzes wird sich im Folgenden ergeben.

Es bedarf kaum der Bemerkung, daß, während bei äußerem Eingriffe der Räder der gedachte Cylinder C auf dem einen Axoide A äußerlich, auf dem anderen B innerlich oder umgekehrt, abgewälzt werden muß, bei innerlichem Radeingriffe die Wälzung auf den Axoiden entweder beide Male äußerlich, oder beide Male innerlich, vorzunehmen ist, so daß die durch die Abwälzung erzeugten Curven jedenfalls auf einer und derselben Seite der gemeinschaftlichen Berührungslinie der Theilkreise liegen.

Allgemeine Zahnform. Das im vorhergehenden Paragraph entwickelte allgemeine Bildungsgesetz für die Zahnflächen der Stirnräder führt nun ohne Weiteres unter Annahme besonderer Voraussetzungen zu den verschiedenen Zahnformen, welche man in der Praxis zur Verwendung bringt. §. 68.

Man kann zunächst bemerken, daß man die Zahnform des einen Rades A immer ganz beliebig annehmen darf, da es theoretisch stets möglich ist, die dieser willkürlichen Form zugehörige Zahnform des anderen Rades zu finden. Ist nämlich PP, Fig. 235, eine mit der Axe A verbundene dieser parallele cylindrische Zahnfläche, so läßt sich immer ein Cylinder $c_1, c_2, c_3, c_4 \ldots$ angeben, durch dessen Wälzung auf $a_1, a_2, a_3, a_4 \ldots$ die Zahnfläche PP entstanden gedacht werden kann. Zieht man nämlich zu den beliebigen Punkten $p_1, p_2, p_3, p_4 \ldots$ des Zahndurchschnitts PP die Normalen bis zu ihren Durchschnitten $a_1, a_2, a_3 \ldots$ mit dem Cylinder A, und construirt das Dreieck: $c_2\, p_2\, c_1$ aus

Fig. 235.



$$c_2\, p_2 = a_2\, p_2;\; c_1\, p_2 = a_1\, p_1;\; c_2\, c_1 = a_2\, a_1,$$

macht ferner

$$c_2\, c_3 = a_2\, a_3 \quad \text{und} \quad c_3\, p_2 = a_3\, p_3,$$
$$c_3\, c_4 = a_3\, a_4 \quad \text{und} \quad c_4\, p_2 = a_4\, p_4 \text{ u. s. f.},$$

sowie

$$c_2\, c_1 = a_2\, a_1 \quad \text{und} \quad c_1\, p_2 = a_1\, p_1 \text{ u. s. f.},$$

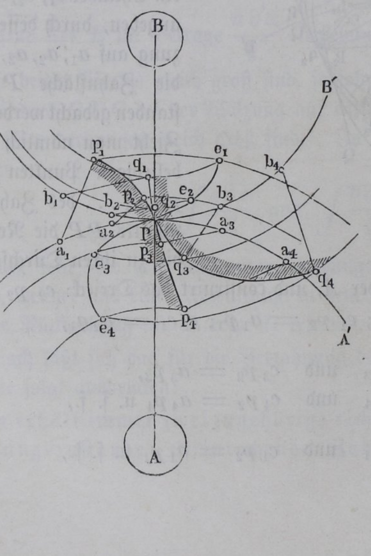
so erhält man ein Polygon $p_2\ c_1\ c_2\ c_3\ c_4 \ldots$, oder bei genügender Kleinheit der Abstände eine Curve als den Durchschnitt eines den Axen parallelen Cylinders, durch dessen Abwälzung auf dem Cylinder $a_1\ a_2\ a_3 \ldots$, wie aus der Construction ersichtlich ist, die gegebene Zahnfläche PP erzeugt wird. Wälzt man daher diesen Cylinder $p_2\ c_1\ c_2\ c_3 \ldots$ nunmehr auf dem Cylinder $b_1\ b_2\ b_3 \ldots$ innerlich ab, so muß die Seite p_2 des wälzenden Cylinders nach dem vorigen Paragraph die zu PP gehörige Zahnfläche QQ des anderen Rades B ergeben.

Für die Verzeichnung von QQ hat man übrigens nicht nöthig, den Hülfscylinder $c_1\ c_2\ c_3 \ldots$ besonders zu construiren, sondern man erhält QQ einfacher dadurch, daß man um die Punkte b_1, a_2, b_3, $b_4 \ldots$, welche mit den Punkten a_1, a_2, a_3, $a_4 \ldots$ zusammentreffen, mit den bezüglichen normalen Abständen $a_1 p_1$, $a_2 p_2$, $a_3 p_3$, $a_4 p_4 \ldots$ die Kreisbogen $q_1\ q_2\ q_3\ q_4 \ldots$ beschreibt, indem dieselben offenbar die gesuchte Schnittcurve QQ einhüllen.

Die auf solche Art gefundene Curve QQ entspricht jedenfalls den kinematischen Bedingungen der Bewegung beider Axen, womit aber noch nicht gesagt ist, daß dieselbe auch praktisch brauchbar, ja überhaupt materiell ausführbar sei, da ja möglicher Weise diese Curve sich selbst durchschneiden kann, in welchem Falle sie natürlich zur Darstellung der materiellen Zahnflächen nicht anwendbar wäre. Welchen Bedingungen in dieser Hinsicht, sowie namentlich auch in Bezug auf Haltbarkeit der Zähne die Zahnflächen zu genügen haben, wird aus den späteren Ermittelungen sich ergeben.

Eine andere von Reuleaux angegebene Methode zur Bestimmung der zu einer Zahnfläche zugehörigen anderen ist durch Fig. 236 veranschaulicht. Ist die Curve $p_1\ p_2\ p_3\ p_4$ als der Zahndurchschnitt des Rades A gegeben, so zeichne man wieder die Normalen $a\,p$ für verschiedene Punkte derselben, und bestimme die den Durchschnittspunkten a_1, a_2, a_3, a_4 derselben mit dem Theilkreise A' entsprechenden Punkte b_1, b_2, b_3, b_4 des Theilkreises B'.

Fig. 236.



Wenn nun irgend ein Punkt $a_1, a_2, a_3 \ldots$ in das Momentancentrum tritt, so muß die Berührung der Zähne in dem betreffenden Fußpunkte $p_1, p_2, p_3 \ldots$ der Normale stattfinden. Legt man daher um A als Mittelpunkt Kreise durch $p_1, p_2, p_3 \ldots$ und schneidet diese Kreise von P aus mit den Längen der Normalen ap ab, so legen die Schnittpunkte $e_1\, e_2\, e_3\, e_4$ eine Curve fest, welche den geometrischen Ort der Berührungspunkte bildet, und den Namen Eingrifflinie führt. Es ist nun auch klar, daß man die entsprechenden Punkte $q_1, q_2, q_3 \ldots$ des gesuchten zweiten Zahnprofils findet, wenn man durch diese Punkte e Kreise um B als Mittelpunkt beschreibt und diese Kreise von $b_1, b_2, b_3 \ldots$ aus mit den Längen der vorgedachten Normalen einschneidet, derart also, daß

$$b_1 q_1 = a_1 p_1,\ b_2 q_2 = a_2 p_2 \ldots$$

ist. Durch diese Construction erhält man also neben dem gesuchten Zahnprofil $q_1 q_2 \ldots$ gleichzeitig die Eingriffslinie $e_1 e_2 \ldots$, welche natürlich die beiden Zahnprofile in dem Berührungspunkte, als welcher in der Figur der Pol P angenommen worden, rechtwinkelig schneidet. Irgend ein Punkt e dieser Curve liefert in seiner Verbindungslinie mit dem Momentancentrum P die Richtung der Druckkraft, welche die beiden Zähne aufeinander in demjenigen Augenblicke ausüben, in welchem sie in e zur Berührung kommen.

Das oben angegebene Verfahren findet in der Praxis nur selten Anwendung, und ist nur insofern von Interesse, als daraus ersichtlich ist, daß man zu jeder beliebigen Zahnform des einen Rades die zugehörige für das andere Rad finden kann; diese Methode wird sich hauptsächlich nur für solche Fälle eignen, wo aus irgend welchen Gründen von vornherein die Fläche des einen Zahns festgestellt ist.

Cycloidische Zahnformen. Dem in §. 67 entwickelten Bildungsgesetze richtiger Zahnformen entsprechend begrenzt man in der Praxis die Zähne von Stirnrädern durch solche Flächen, wie sie von einer Seite eines Cylinders bei dessen Abwälzung auf den Momentanaxenflächen der zusammenarbeitenden Räder erzeugt werden. Als wälzenden Cylinder wählt man hierbei stets einen solchen von kreisförmigem Querschnitte und es ist daher die Natur der erzeugten Zahnflächen aus den bekannten Eigenschaften der Rolllinien leicht ermittelt, welche ein Punkt eines Kreises bei seiner Rollung auf anderen Kreisen erzeugt. §. 69.

Sind A und B, Fig. 237 (a. f. S.), zwei parallele Axen, und ist P der Berührungspunkt der Theilkreise A' und B', d. h. der senkrechten Durchschnitte der Momentanaxenflächen, und man wälzt einen durch P gehenden Kreis, dessen Mittelpunkt C auf der Centrale AB liegt, auf B' äußerlich und auf A' innerlich ab, so erzeugt ein Punkt J dieses Kreises bekanntlich