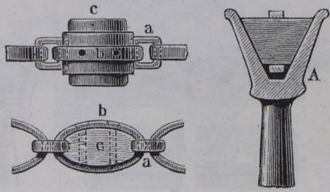
$$\frac{0,28}{0,259 + 0,28 \,.\, 0,966} = 0,53.$$

Eine andere von Angström*) angegebene Keilkette ist in Fig. 231 dargestellt. Hierbei besteht die Kette abwechselnd aus kürzeren und längeren eisernen Gliedern a und b und sind in die letzteren die Holzkeile c eingetrieben, welche seitlich der Scheibenrinne in A entsprechend schräg gearbeitet sind. Zur Vergrößerung der Reibung wie der Dauerhaftigkeit wegen sind die Holzkeile so nach dem Faserlaufe geschnitten, daß die Reibflächen Hirnholz zeigen.

Fig. 231.

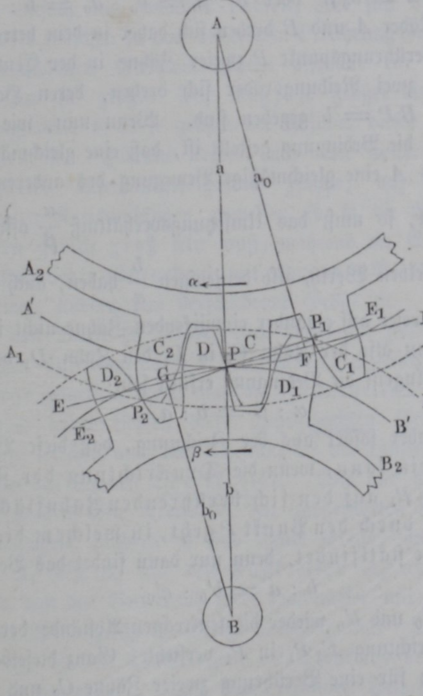


§. 66. **Stirnräder.** Durch die bisher betrachteten Reibungs- und Riemenräder ist die Bewegungsübertragung zwischen zwei Axen nur so lange möglich, als der zu überwindende Widerstand den Betrag der Reibung nicht übersteigt, welche sich am Umfange der Räder einstellt, sobald das eine Rad dem Antriebe des anderen nicht folgt. Letzteren Zustand zu vermeiden, hat man daher diese Reibung dadurch hinreichend groß zu machen, daß man den Druck der Räder gegen einander oder bei Riemscheiben die Spannung des Riemens genügend groß macht. Da dieser Druck resp. diese Spannung indeß entsprechende Reibungswiderstände der Axen in ihren Lagern im Gefolge hat, so wird man Reibungsräder in solchen Fällen nicht mit Vortheil anwenden können, in denen die zu übertragende Kraft eine beträchtliche ist, wie dies im Allgemeinen meist bei den langsamer gehenden Wellen der Fall ist. Auch sind die Reibungsräder da nicht zu verwenden, wo es darauf ankommt, daß die Bewegungen zweier Axen in jedem Augenblicke genau in dem gewünschten Verhältnisse zu einander stehen, wie es für viele Arbeitsmaschinen, z. B. für Schraubenschneidemaschinen sowie für Uhren und andere Meßinstrumente, unerläßliche Bedingung ist, denn auch bei dem größten Drucke der Reibungsräder gegeneinander ist man erfahrungsmäßig vor einem zeitweiligen Gleiten der Radflächen auf einander nicht vollkommen gesichert. Diese Uebelstände haben zu der Construction der Zahnräder geführt, d. h. solcher Räder, bei denen durch die Form ihrer Oberflächen ein stetes Mitnehmen des einen Rades durch das andere unter allen Umständen wenigstens

*) Ztschr. deutsch. Ingenieure, Jahrg. 1868, S. 706.

innerhalb der Grenzen der Festigkeit des Materials gesichert ist. Man versieht dabei bekanntlich die Radumfänge mit gewissen Hervorragungen oder Zähnen und dazwischen befindlichen Vertiefungen oder Zahnlücken, derart, daß die Zähne des einen Rades in die Lücken des anderen eintreten können, so daß die Uebertragung der Bewegung von dem einen Rade auf das andere geschieht, ohne daß man zwischen den Rädern durch Aneinanderpressen derselben eine besondere Reibung zu erzeugen hat. In dem besonderen Falle, welcher auch hier wieder zunächst untersucht werden soll, daß die Axen parallel sind, führen die Räder den Namen Stirnräder. Aus Fig. 232, welche die im Eingriffe befindlichen Theile zweier Räder A und B für zwei

Fig. 232.



parallele Axen darstellt, erkennt man sofort, wie der Zahn C des Rades A bei der Umdrehung des letzteren gegen den Zahn D des Rades B drückend dieses Rad herumdreht. Ist P der Berührungspunkt der beiden Zähne C und D, von welchem Punkte zunächst vorausgesetzt werden soll, daß er auf der Centralen AB gelegen sei, so ist leicht zu ersehen, daß bei einer

Drehung des Rades A um den kleinen Winkel α das Rad B um einen Winkel β gedreht wird, welcher durch die Proportion

$$\alpha : \beta = b : a$$

gegeben ist, unter a und b die bezüglichen Abstände des Berührungspunktes P von A und B verstanden. Dies wird immer der Fall sein, in welcher Richtung die Zähne in P auch auf einander wirken, denn wenn die Gerade EE diese Richtung angiebt, und

$$AF = a_0 \text{ und } BG = b_0$$

die Normalen darauf aus den Axen sind, so verschiebt sich offenbar die Linie EE und somit der Punkt P bei einer kleinen Drehung α der Axe A um die Größe $\eta = a_0 \alpha$ und diese Verschiebung wird einer Drehung der Normale BG um β entsprechen, für welche man $\eta = b_0 \beta$ hat. Hieraus folgt:

$$a_0 \alpha = b_0 \beta \text{ oder } \alpha : \beta = b_0 : a_0 = b : a.$$

Die beiden Räder A und B drehen sich daher in dem betrachteten Augenblicke, wo der Berührungspunkt P zweier Zähne in der Centrale AB liegt, gerade so, wie zwei Reibungsräder sich drehen, deren Halbmesser durch $AP = a$ und $BP = b$ gegeben sind. Wenn nun, wie in der Praxis immer der Fall, die Bedingung gestellt ist, daß eine gleichmäßige Bewegung des einen Rades A eine gleichmäßige Bewegung des anderen Rades B zur Folge haben soll, so muß das Umsetzungsverhältniß $\frac{\alpha}{\beta}$ offenbar in jedem Augenblicke denselben Werth, also denjenigen $\frac{b}{a}$ haben, auch wenn der Berührungspunkt zweier auf einander einwirkenden Zähne nicht in der Centrale AB liegt. Wenn also der Zahn C_1 in P_1 den Zahn D_1 berührt, so muß auch für diesen Angriff die Bedingung erfüllt sein:

$$\alpha : \beta = b : a.$$

Man ersieht aber sofort aus der Zeichnung, daß diese Bedingung **nur dann erfüllt sein kann**, wenn die **Druckrichtung der Zähne in P_1**, d. h. **also die in P_1 auf den sich berührenden Zahnflächen Normale $E_1 P_1$ ebenfalls durch den Punkt P geht, in welchem die Berührung in der Centrale stattfindet**, denn nur dann findet das Verhältniß statt:

$$b : a = b'_0 : a'_0,$$

wenn man mit a'_0 und b'_0 wieder die senkrechten Abstände der Axen A und B von der Druckrichtung $E_1 P_1$ in P_1 versteht. Ganz dieselbe Betrachtung gilt natürlich auch für eine Berührung zweier Zähne C_2 und D_2 in einem Punkte P_2 auf der anderen Seite der Centrale; auch hierfür muß die Normale $P_2 E_2$ zu den in P_2 sich berührenden Zahnflächen durch den Berührungspunkt P in der Centrale hindurchgehen. Man erkennt hieraus also, daß die Form der Zähne keineswegs willkürlich, sondern so zu wählen ist, daß dieser gefundenen Bedingung genügt wird.

Legt man durch den Punkt P, in welchem die Berührung zweier Zähne in der Centrale geschieht, die zwei sich in P berührenden Kreise A' und B' concentrisch zu den Axen, so ergiebt sich aus dem Vorstehenden, daß die Umfangsgeschwindigkeiten beider Räder in diesen Kreisen, aber auch nur in ihnen von gleicher Größe sind, wie dies bei zwei Frictionsrädern von diesen Halbmessern auch der Fall ist. In einem Kreise A_1 des Rades A, welcher einen größeren Halbmesser als a hat, wird offenbar die Umfangsgeschwindigkeit größer sein als in demjenigen zu B concentrischen Kreise, welcher ihn berührt, da dessen Halbmesser kleiner ist als b, und ebenso muß in dem Kreise A_2, dessen Halbmesser kleiner als a ist, eine geringere Umfangsgeschwindigkeit vorhanden sein, als in dem ihn berührenden Kreise des Rades B. Während daher die beiden durch P gelegten Kreise A' und B' wegen der gleichen Geschwindigkeit einfach auf einander rollen, oder sich ohne Gleitung abwälzen, so findet zwischen je zwei anderen in Berührung kommenden Kreisen wegen der verschiedenen Geschwindigkeiten offenbar ein Gleiten statt, dessen Betrag um so größer sein muß, je größer die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten, d. h. je größer der Abstand dieser Kreise von den durch P gelegten ist. Hieraus ergiebt sich nun weiter, daß auch die Entfernung zweier aufeinanderfolgenden Zähne, auf den durch den Punkt P gelegten Kreisumfängen gemessen (d. h. die Bogenlänge), bei beiden Rädern gleich groß sein muß, während die Entfernung zweier Zähne selbstverständlich in allen anderen mit einander in Berührung kommenden Kreisen bei beiden Rädern von verschiedener Größe ist. Die Entfernung zweier Zähne von Mitte zu Mitte, oder überhaupt zwischen zwei gleichgelegenen Flächen, auf jenen durch P gelegten Kreisen gleicher Geschwindigkeit als Bogenlänge gemessen, nennt man die Zahntheilung oder schlechtweg Theilung, und daher führen diese mehrgedachten Kreise gleicher Geschwindigkeit, auf welchen man diese Theilung bei der Construction abzutragen pflegt, allgemein den Namen Theilkreise. Wie aus dem Vorstehenden hervorgeht, erscheinen diese Kreise bei den ausgeführten Rädern nicht als materielle Bildungen, sondern es sind ideale Kreise, welche zwischen den Kopfkreisen A_1 resp. B_1 und den Fußkreisen A_2 resp. B_2 der Räder so gelegen sind, daß das Verhältniß ihrer Halbmesser mit dem umgekehrten Verhältnisse der Winkelgeschwindigkeiten übereinkommt. Man hat offenbar nach dem in §§. 40 und 41 Gesagten die Theilkreise der Räder als die Polbahnen zu betrachten, welche dem relativen Bewegungszustande der beiden Räder entsprechen, und es ist in dem Berührungspunkte P der Pol, oder in der Geraden, welche durch P parallel zu den Axen gedacht werden kann, die Momentanaxe zu erkennen.

Bildungsgesetz für die Zahnflächen der Stirnräder. §. 67.
Unter Berücksichtigung des in der Einleitung §. 26 über Axoide