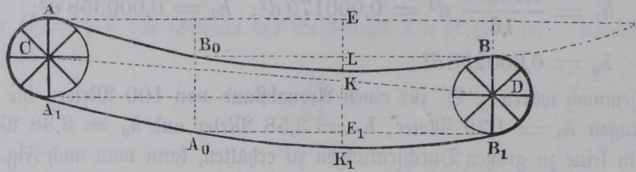
Horizontalabstand $d = d' + d''$. Da nun nach dem Obigen $h' = \mu d'^2$ und $h'' = \mu d''^2$ gesetzt werden kann, wobei μ ein von der Seilspannung

Fig. 204.



abhängiger Coefficient ist (z. B. für das führende Seil $\mu = 4 \,.\, 0{,}000179$, für das geführte Seil $\mu = 4 \,.\, 0{,}000358$ u. s. w.), so hat man auch:

$$h = \mu (d'^2 - d''^2) = \mu (d' - d'') (d' + d'') = \mu d (d' - d''),$$

und daher:

$$d' - d'' = \frac{h}{\mu d},$$

wonach die Horizontalabstände

$$d' = \frac{h + \mu d^2}{2 \mu d}, \quad d'' = \frac{\mu d^2 - h}{2 \mu d},$$

sowie die Bogenhöhen

$$h' = \mu \left(\frac{h + \mu d^2}{2 \mu d}\right)^2 \quad \text{und} \quad h'' = \mu \left(\frac{\mu d^2 - h}{2 \mu d}\right)$$

folgen.

Anmerkung. Ueber den Drahtseiltrieb siehe außer dem Constructeur von Reuleaux nach Le Vignole de Mécaniciens par Armengaud ainé, sowie verschiedene Artikel in technischen Journalen, u. A. Zeitschrift deutsch. Ingenieure 1862, S. 212, 1866, S. 480, 731 und 1870, S. 14; ferner Dingler's Polyt. Journal Bd. 172, Heft 3.

§. 60. **Widerstände beim Riemen- und Seilbetrieb.** In den vorhergehenden Untersuchungen wurde der Einfluß der schädlichen Widerstände vernachlässigt, welche sich bei dem Betrieb durch Riemen oder Seile einstellen. Da diese Widerstände aber in den meisten Fällen nicht unerheblich ausfallen, so ist noch eine Untersuchung derselben hier vorzunehmen, mit Rücksicht auf deren Ergebnisse die vorstehenden Resultate noch entsprechend zu corrigiren sind. Der hauptsächlichste Widerstand jedes Riemenbetriebs besteht in der Reibung an den Zapfen der Scheiben und ebenso macht sich die Steifigkeit der Riemen beim Umbiegen derselben um die Rollen in gewissem, wenn auch meist geringerem Grade geltend. Bei sehr schnell laufenden Riemen und Seilen muß auch der Widerstand der Luft einen gewissen Betrag erreichen, welcher sich jedoch einer zuverlässigen Berechnung entzieht, so daß man ihn, wenn nöthig, am besten schätzungsweise in Anschlag bringen wird.

Die Zapfenreibung ist direct von dem Drucke abhängig, mit welchem die Axe einer Scheibe durch den Zug des Riemens oder Seils in ihre Lager gepreßt wird. Dieser Druck setzt sich außer aus dem Gewichte der Scheibe und ihrer Axe aus den Anspannungen des führenden sowohl wie des geführten Riemens zusammen. Da die Richtungen dieser beiden Spannungen, besonders wenn die mit einander arbeitenden Scheiben nicht sehr verschieden im Durchmesser und ihr Abstand nicht sehr klein ist, als parallel angenommen werden können, so bestimmt sich, unter r den Zapfenhalbmesser und unter φ_1 den Coefficienten der Zapfenreibung verstanden, die Zapfenreibung zu:

$$\varphi_1 (S_1 + S_2) r,$$

und auf den Umfang der Scheibe vom Halbmesser R reducirt zu:

$$F = \varphi_1 (S_1 + S_2) \frac{r}{R}.$$

Den Steifigkeitswiderstand des Riemens beim Umbiegen um die Rolle kann man, ähnlich wie bei Seilen, direct proportional der Spannung S und dem Quadrate der Dicke δ, sowie umgekehrt proportional dem Krümmungshalbmesser R annehmen, so daß man den Coefficienten dieses Steifigkeitswiderstandes an jedem Riemenstücke setzen kann:

$$s = \sigma \frac{\delta^2}{R}.$$

Bezeichnet man noch mit $f = \varphi_1 \frac{r}{R}$ den Coefficienten des auf den Rollenumfang reducirten Zapfenreibungswiderstandes, welcher durch die Spannung S eines Riemens erzeugt wird, so hat man für die Summe beider Widerstände

$$u = f + s = \varphi_1 \frac{r}{R} + \sigma \frac{\delta^2}{R}.$$

Wenn nun wieder S_1 und S_2 die totalen Spannkräfte des geführten und des führenden Riemens bedeuten, so wirken der Spannung S_1 außer der zu übertragenden Umfangskraft K und der Spannung S_2 noch die auf den Umfang reducirten Widerstände $u S_2$ und $u S_1$ entgegen, und man hat daher

$$S_1 = S_2 + K + u S_1 + u S_2$$

oder

$$S_1 (1 - u) = S_2 (1 + u) + K.$$

Wenn der normale Zustand vorausgesetzt wird, in welchem S_2 keinen unnöthig großen, sondern nur denjenigen Werth besitzt, welcher zur Uebertragung von K erforderlich ist, so kann man nach dem Vorstehenden

$$S_1 = S_2 e^{\varphi \gamma}$$

setzen und erhält dann

$$S_2 e^{\varphi\gamma}(1-u) = S_2(1+u) + K,$$

oder

$$S_2 = \frac{K}{e^{\varphi\gamma}(1-u)-(1+u)}$$

und

$$S_1 = \frac{e^{\varphi\gamma} K}{e^{\varphi\gamma}(1-u)-(1+u)}.$$

Die Summe aller Widerstände der Reibung und Steifigkeit an einer Scheibe, auf deren Umfang reducirt, beträgt alsdann:

$$W = (S_1 + S_2)\,u = S_2\,(e^{\varphi\gamma} + 1)\,u,$$

daher an beiden Scheiben, wenn dieselben gleich sind:

$$2\,S_2\,(e^{\varphi\gamma} + 1)\,u.$$

Das Verhältniß dieser Widerstände zu der übertragenen Kraft K, also auch das Verhältniß der entsprechenden Arbeiten bestimmt sich daher zu

$$\frac{W}{K} = \frac{2\,(e^{\varphi\gamma}+1)\,u}{e^{\varphi\gamma}(1-u)-(1+u)}.$$

Nimmt man nun den Coefficienten der Zapfenreibung $\varphi_1 = 0{,}08$ an, so erhält man für

$\frac{r}{R} =$	0,20	0,15	0,1	0,08	0,05
$f = 0{,}08\,\frac{r}{R} =$	0,016	0,012	0,008	0,006	0,004

Setzt man ferner die Steifigkeit eines Riemens gleich der eines gleichstarken Seils von der Dicke $\delta = 5$ Millim., so hat man nach Eytelwein (Thl. I, §. 202) für jedes Aufwickeln oder Abwickeln des Riemens

$$s = 0{,}0186\,\frac{\delta^2}{2R} = 0{,}009\,\frac{\delta^2}{R},$$

wenn δ und R in Millimetern genommen werden. Diese Formel ergiebt für

$R =$	100	200	300	500	800	1000
$s =$	0,0023	0,0012	0,0008	0,0004	0,0003	0,0002

Hieraus folgt z. B. für $R = 300$ Millimeter und $r = 0{,}1\,R = 30$ Millimeter:

$$u = f + s = 0{,}0088 = rot.\ 0{,}009.$$

Nimmt man noch den Reibungscoefficienten des Riemens auf eisernen Scheiben $\varphi = 0,28$ und den umspannten Bogen gleich dem Halbmesser, also $e^{\varphi\gamma} = 2,41$ an (s. §. 54), so erhält man für diesen mittleren Werth von $u = 0,009$:

$$\frac{W}{K} = \frac{2(e^{\varphi\gamma} + 1)\,u}{e^{\varphi\gamma}(1 - u) - (1 + u)} = \frac{0,0614}{1,379} = 0,045.$$

Es wird daher zur Ueberwindung der Widerstände des Riemenbetriebs in diesem Falle eine Arbeit von 4,5 Proc. der übertragenen Leistung erfordert.

Aus den vorstehenden Ermittelungen erkennt man auch leicht den Einfluß, welchen die Geschwindigkeit des Riemens oder der betriebenen Welle auf die Widerstände ausübt. Nimmt man nämlich in einem bestimmten Falle, wo eine Leistung von N Meterkilogramm per Secunde übertragen werden soll, für den Riemen eine Geschwindigkeit v an, so erhält man $K = \frac{N}{v}$, und da der Widerstand W am Umfange der Scheibe proportional mit K wächst, so hat man

$$W = \alpha K = \alpha \frac{N}{v},$$

wenn der Werth

$$\frac{2\,(e^{\varphi\gamma} + 1)\,u}{e^{\varphi\gamma}\,(1 - u) - (1 + u)}$$

mit α bezeichnet wird. Die mechanische Arbeit, welche dieser Widerstand per Secunde verzehrt, ist

$$Wv = \alpha \frac{N}{v}\,v = \alpha N,$$

und man erkennt hieraus, daß der Arbeitsverlust durch Widerstände unabhängig von der Geschwindigkeit v sein würde, wenn α einen davon unabhängigen Werth hätte. Letzteres ist aber nicht der Fall, indem mit wachsender Geschwindigkeit v die Stärke der Welle wegen des kleineren Torsionsmomentes geringer zu sein braucht und daher auch das Moment der Zapfenreibung kleiner ausfällt. Aus dem Grunde rechtfertigt es sich, die Transmissionswellen, bei denen der Riemenbetrieb sehr häufig auftritt, innerhalb gewisser Grenzen thunlichst schnell laufen zu lassen (s. §. 21), um so mehr, als damit auch die Constructionsgewichte für Scheiben 2c. kleiner sowie die Kosten der Riemen geringer werden.

Im Allgemeinen variirt der Werth von u zufolge der in den letzten Tabellen für f und s zu Grunde gelegten Verhältnisse zwischen

$$u_1 = 0,016 + 0,0023 = 0,0183$$

und

$$u_2 = 0,004 + 0,0002 = 0,0042,$$

man kann daher zur Bestimmung der Widerstände unter Zugrundelegung von $e^{\varphi\gamma} = e^{0,28 \cdot \pi} = 2,41$ sich folgender kleinen Tabelle bedienen:

$u =$	0,020	0,015	0,01	0,006	0,004
$\frac{W}{K} =$	0,102	0,076	0,049	0,029	0,020

Es muß hierbei ausdrücklich bemerkt werden, daß diese Werthe nur so lange gelten, als die Spannung des Riemens keine unnöthig große ist, sondern als die Größen S_1, S_2 und K zu einander in den durch die Formeln des §. 53 ausgedrückten Beziehungen stehen, daß also speciell

$$K = S_2\,(e^{\varphi\gamma} - 1)$$

ist. Wenn letzteres nicht der Fall ist, wenn z. B. die zu betreibende Welle zeitweise einen nur geringen Widerstand K' zu überwinden hat, während die Riemen mit einer Spannung S gespannt sind, die einem viel größeren Widerstande K genügt, so sind die Spannungen S_1 und S_2 bei Ueberwindung des kleinen Widerstandes K' nicht mehr durch die Beziehung

$$S_1 = S_2\, e^{\varphi\gamma},$$

sondern lediglich durch

$$S_1 - S_2 = K' \quad \text{und} \quad S_1 + S_2 = 2\,S$$

gegeben. Es ist klar, daß in diesem Falle die Widerstände der Reibung und Steifigkeit wegen ihrer Abhängigkeit von S im Verhältniß zu dem geringen Drucke K' einen relativ viel größeren Werth annehmen, und durch diese Widerstände daher ein viel höherer Procentsatz der wirklich übertragenen Nutzarbeit aufgezehrt werden kann, und zwar um so mehr, je kleiner die übertragene Kraft gegen die bei der vorhandenen Spannung S mögliche ist. Man erkennt daraus den großen Nachtheil zu stark gespannter Riemen und sieht, daß bei bedeutenden Schwankungen des Arbeitswiderstandes der Riemenbetrieb nicht sehr ökonomisch sein kann.

Dieselben Betrachtungen, welche hier für Riemenbetrieb angestellt wurden, gelten auch für Drahtseile, nur kann hier der Steifigkeitswiderstand ganz unbeachtet gelassen werden, da derselbe wegen der geringen Dicke der Drähte und bei dem bedeutenden Durchmesser der Rollen ganz unmerklich klein ausfällt. Auch die Zapfenreibungen fallen hier viel geringer aus, da das Verhältniß $\frac{r}{R}$ hier immer weit kleiner ist, als bei Riemenbetrieb. Nimmt man im Durchschnitt bei Drahtseilen $\frac{r}{R} = 0,03$ an, so findet man:

$$f = 0,08\,\frac{r}{R} = 0,0024$$

und es würde bei Vernachlässigung von s und für $e^{\varphi\gamma} = e^{0,24 \,.\, \pi} = 2,11$ der Arbeitsverlust folgen aus

$$\frac{W}{K} = \frac{2\,(2,11 + 1)\; 0,0024}{2,11 \,.\, 0,9976 - 1,0024} = 0,014.$$

also nur 1,4 Proc. der übertragenen Kraft. Hiermit stimmt auch die Erfahrung überein, denn man hat bei Drahtseiltransmissionen den schädlichen Widerstand überall sehr klein gefunden. Es scheint, daß bei dem schnell laufenden Drahtseile ein größerer Einfluß durch den Widerstand der Luft geboten wird, wenigstens steht damit im Zusammenhange eine Angabe von Guilleaume*), wonach der Verlust proportional der Seillänge und zwar pro je 100 Fuß (31 Meter) höchstens 1/3 Proc. der übertragenen Kraft beträgt. Bei der Drahtseiltransmission in Oberursal, welche 100 Pferdekraft in 8 Abtheilungen zu je 125 Metern Länge überträgt, ergab sich ein Verlust von 8 Pferden.

Die vorstehend ermittelten Beziehungen gelten nur für die treibende und für die getriebene Scheibe, nicht aber für die Leitrollen beim Riemenbetrieb und auch nicht für die Zwischenstationen bei Drahtseiltransmissionen. Bei den Leitrollen ist, wenn S_2 die Spannung des auflaufenden Seils, Fig. 205, und γ den umspannten Bogen bedeutet, die Spannung S_1 des ablaufenden Seils durch die Widerstände vergrößert zu:

$$S_1 = S_2 \frac{1 + s + f \sin \dfrac{\gamma}{2}}{1 - s - f \sin \dfrac{\gamma}{2}}.$$

Bei der Zwischenstation des Drahtseilbetriebs, Fig. 206, hängt die Zapfenreibung hauptsächlich nur von dem Verticaldrucke ab, da die nahezu gleichen

Fig. 205.

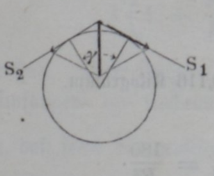
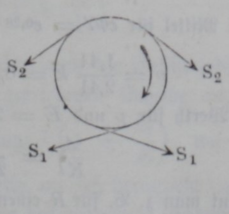


Fig. 206.



Horizontalspannungen in den beiderseits abgehenden Seilen sich gegenseitig aufheben. Bezeichnet daher G das Gewicht des zwischen zwei Stationen

*) Zeitschrift deutsch. Ingenieure 1870, S. 35.

laufenden Seiles, so kann die Zapfenreibung der Zwischenstation auf den Rollenumfang reducirt zu $\varphi_1 G \frac{r}{R}$ angenommen werden.

Anmerkung. Den Arbeitsverlust, welcher durch die Steifigkeit der Lederriemen hervorgerufen wird, bestimmt Autenheimer*) aus der mechanischen Arbeit, welche zum Biegen eines prismatischen Stabes erforderlich ist, dessen Faserspannung pro Flächeneinheit k und dessen Elasticitätsmodul E ist. Die Arbeit A, welche ein solcher Stab von der Länge l zu der Biegung um einen Kreis vom Halbmesser R erfordert, drückt sich aus durch

$$A = \frac{E}{24}\left(1 + \frac{k}{E}\right)^2 \frac{l b \delta^3}{R^2},$$

unter b die Breite und δ die Dicke verstanden. Bei dem Riemen, wo nach §. 55

$$\frac{k}{E} = \frac{0{,}2}{15} \text{ bis } \frac{0{,}2}{20} = 0{,}013 \text{ bis } 0{,}01$$

ist, kann $\left(\frac{k}{E}\right)$ gegen 1 vernachlässigt werden, daher folgt der Arbeitsverlust an einer Scheibe:

$$A = \frac{E}{24} \frac{l b \delta^3}{R^2}.$$

Wenn nun der Riemen per Quadrateinheit des Querschnitts die Kraft p überträgt, so daß $K = b \delta p$ und $Kl = l b \delta p$ die auf dem Wege l übertragene Nutzarbeit ist, so hat man das Verhältniß

$$\frac{A}{Kl} = \frac{A}{l b \delta p} = \frac{E}{24 p} \frac{\delta^2}{R^2}.$$

Nun hat man

$$K = S_1 \frac{e^{\varphi \gamma} - 1}{e^{\varphi \gamma}},$$

oder

$$b \delta p = b \delta k \frac{e^{\varphi \gamma} - 1}{e^{\varphi \gamma}},$$

daher

$$p = k \frac{e^{\varphi \gamma} - 1}{e^{\varphi \gamma}},$$

und im Mittel für $e^{\varphi \gamma} = e^{0{,}28\,.\,\pi} = 2{,}41$:

$$p = \frac{1{,}41}{2{,}41} k = 0{,}58 \,.\, 0{,}2 = 0{,}116 \text{ Kilogramm.}$$

Dieser Werth für p und $E = 20$ geben

$$\frac{A}{Kl} = \frac{20}{24\,.\,0{,}116} \frac{25}{R^2} = \frac{180}{R^2}.$$

Nimmt man z. B. für R einen Halbmesser von 200 Millimetern an, so folgt:

$$\frac{A}{Kl} = \frac{180}{200\,.\,200} = 0{,}0045;$$

---

*) S. Schweiz. polyt. Zeitschrift 1861, Heft 5 und daraus Ztsch. deutsch. Ing. 1861, S. 302.

d. h. die Steifigkeit des Riemens veranlaßt wegen dessen Biegung einen Arbeitsverlust gleich 0,45 Proc. der Nutzwirkung Kl, wenn man voraussetzt, daß das Wiedergeradeziehen des Riemens Arbeit nicht weiter erfordert. Nimmt man den Durchmesser der zweiten Scheibe von gleicher Größe an, so erhält man für sie denselben Betrag, daher im Ganzen einen Arbeitsverlust durch Steifigkeit des Riemens von 0,9 oder rund 1 Proc. der übertragenen Nutzarbeit.

Gleitungsverlust. In Folge der verschiedenen Anspannungen S_1 und S_2 des führenden und des geführten Riemenendes tritt noch ein sogenannter Gleitungsverlust des Riemens auf den Scheiben ein, der zur Folge hat, daß der Umfang der getriebenen Scheibe (immer bis zur Mitte des Riemens gemessen, also $R + \frac{\delta}{2}$ als Halbmesser in Rechnung gesetzt) etwas langsamer sich bewegt als der Umfang der treibenden Scheibe. Diese Wirkung zu ermitteln denke man sich ein beliebiges Stück Riemen, welches im nicht ausgedehnten Zustande die Länge l habe, so wird dasselbe, wenn es als Theil des führenden Riemens auftritt, welcher mit der Kraft S_1 angespannt wird, einer specifischen Spannung $k_1 = \frac{S_1}{b\,\delta}$ ausgesetzt sein, während die Spannung pro Querschnittseinheit nur $k_2 = \frac{S_2}{b\,\delta}$ beträgt, sobald dieses Riemenstück einen Theil des geführten Riemens ausmacht. Durch diese Spannungen k_1 und k_2 wird nun aber das betrachtete Stück bekanntlich (Thl. I, §. 210) um §. 61.

$$l\,\frac{k_1}{E} \quad \text{und bezw.} \quad l\,\frac{k_2}{E}$$

ausgedehnt, so daß die Längen, welche es während seines Aufenthalts im führenden und im geführten Riemenzweig hat, resp. durch

$$l\left(1 + \frac{k_1}{E}\right) \quad \text{und} \quad l\left(1 + \frac{k_2}{E}\right)$$

dargestellt sind. Diese Längen geben nun aber auch die Geschwindigkeiten in den Umfängen der treibenden und der getriebenen Scheibe an, denn es ist klar, daß jedes Riemenstück von der Länge $l\left(1 + \frac{k_1}{E}\right)$, wo l eine beliebige Größe ist, welches die treibende Scheibe an sich heranzieht, nachher, wenn es von dieser wieder abgegeben wird, wegen der geringeren Spannung k_2 sich auf die geringere Länge $l\left(1 + \frac{k_2}{E}\right)$ zusammenzieht, daher der getriebenen Scheibe auch nur eine Umfangsbewegung in diesem Betrage gestattet. Der Verlust an Bewegung, welcher hierdurch herbeigeführt wird, drückt sich im Verhältniß zur Bewegung der treibenden Scheibe offenbar aus durch: