und zwischen a_2 und b_2 durch:

$$K_2 = P \frac{p}{a_1} \frac{b_1}{a_2} = 30 \frac{0,4}{0,08} \frac{0,4}{0,1} = 600 \text{ Kilogramm.}$$

Zwischenräder. Wenn die auf den beiden Axen A und B befindlichen Räder a und b nicht direct mit einander im Eingriffe stehen, sondern zwischen ihnen ein drittes c, Fig. 131, oder zwei Zwischenräder c und d, Fig. 132, eingeschaltet sind, so ist klar, daß im ersten Falle wegen der zweimaligen Umkehrung bei O_1 und O_2 die Axen A und B in gleichem Sinne umlaufen, während in dem Falle Fig. 132 bei der dreimaligen Umkehrung die Bewegungsrichtungen entgegengesetzte sind. Ueberhaupt gilt für alle derartigen Fälle der wiederholten Bewegungsübertragung, daß eine gerade Anzahl von Umkehrungen die Richtung der Umdrehung ungeändert läßt und eine ungerade Anzahl diese Richtung umkehrt. Selbstredend gelten hierbei innere Radeingriffe ebensowenig als Umkehrungen, wie die Uebertragung durch offene Riemen. §. 44.

Fig. 131.

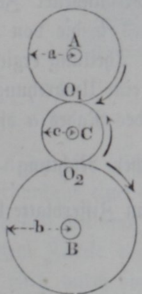
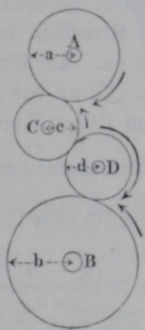


Fig. 132.



Auf die Größe der Geschwindigkeit haben diese Zwischenräder keinen Einfluß, denn wie man leicht erkennt wird die Geschwindigkeit β der Axe B in Fig. 131 durch

$$\alpha \frac{a}{c} \frac{c}{b} = \alpha \frac{a}{b}$$

und in Fig. 132 durch

$$\alpha \frac{a}{\cancel{c}} \frac{\cancel{c}}{\cancel{d}} \frac{\cancel{d}}{b} = \alpha \frac{a}{b}$$

gegeben sein. Der Einfluß der Zwischenräder kann daher nur in dem etwaigen Wechsel der Bewegungsrichtung bestehen, weswegen man ihnen auch wohl den Namen **Wechselräder** beilegt.

Die Ausführung der Räder als gezahnte gestattet eine eigenthümliche Anordnung eines Wechselrades zu dem Zwecke, ein Zählwerk zu bilden. Setzt man nämlich voraus, daß die beiden Räder a und b, Fig. 131, nur sehr wenig verschieden sind, daß sie sich etwa verhalten wie 49 : 50, indem das eine Rad a 49 und das andere b 50 Zähne hat (s. weiter unten), so ist es bei Zahnrädern möglich, die beiden Räder neben einander lose auf dieselbe Axe zu setzen und durch ein und dasselbe dritte Rad c zu verbinden, wie aus Fig. 133 ersichtlich ist. Offenbar wird hierbei das Verhältniß der Umdrehungen von a und b lediglich durch ihre Halbmesser resp. durch ihre Zähnezahlen gegeben sein, und die Größe des Rades c spielt dabei keine Rolle. Man bedient sich solcher Einrichtungen wohl zur Herstellung von Zählwerken in folgender Art. Soll die Umdrehungszahl einer schnell rotirenden Welle C gezählt werden, so versieht man dieselbe mit dem Rade c, welches in die beiden gedachten nur um einen Zahn verschiedenen Räder a und b eingreift; hiervon ist b lose und a fest auf einer gemeinschaftlichen Axe A angebracht, und ein mit der Axe A gleichfalls fest verbundener Zeiger z giebt auf der passend getheilten Kreisfläche des Rades b die von A gemachte Anzahl von Umdrehungen an. Die Größe der Theilung ergiebt sich leicht aus folgender Betrachtung. Wenn das Rad c eine Umdrehung vollführt, so wird die Axe A mit dem Zeiger Z vermöge des Rades a offenbar $\frac{c}{a}$ und das Rad b ebenso $\frac{c}{b}$ Umdrehungen nach gleicher Richtung wie a machen. Die relative Verdrehung des Zeigers auf dem Zifferblatte beträgt daher

$$\frac{c}{a} - \frac{c}{b} = \frac{(b-a)\,c}{a\,b}.$$

Wären z. B. c mit 10 Zähnen, a und b mit 49 und 50 Zähnen versehen, so würde diese Größe

$$\frac{(50-49)\,10}{50.49} = \frac{1}{245}$$

sein, und es wäre daher die Scheibe des Rades b in 245 gleiche Theile zu theilen, um eine richtige Scala zu erhalten, in welcher jedem Theilstriche eine Umdrehung der Welle A entspricht.

Streng genommen hat man es hier in c nicht mit einem Wechselrade zu thun, denn wenn a und b verschiedene Halbmesser haben, so kann deren Verbindung bei der gewählten Anordnung einer gemeinsamen Axe genau genommen nicht durch ein und dasselbe Rad c geschehen, und es ist die Ausführung nur wegen der geringen Differenz zwischen a und b und nur bei Zahnbetrieb möglich. Sollte nämlich die Anordnung correct sein, so wären auf der Axe A zwei Räder zu befestigen, von denen das eine mit a, das andere mit b in Wirkung kommt, und zwar von solcher Größe, daß die Summe der Halbmesser je zweier zusammenarbeitenden Räder gleich dem gemeinsamen Axenabstande ist. In der That kommt diese Anordnung, Fig. 134, in der Praxis, insbesondere bei Bohrwerken, vor, und dieselbe unterscheidet sich durchaus nicht von dem in Fig. 127 gezeichneten doppelten Drehbanksvorgelege. Man beabsichtigt hier ebenfalls, wie bei den Zählwerken, Fig. 133, von der geringen Differenz der Umdrehungen zweier Axen Gebrauch zu machen. Hierbei

Fig. 133.

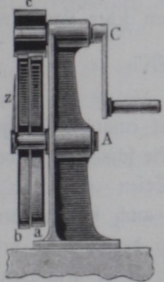
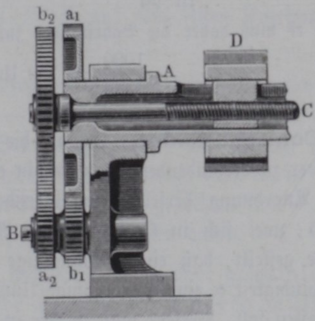


Fig. 134.



stellt A die sehr langsam sich umdrehende Bohrspindel vor, welche das mit ihr verbundene einer Längenverschiebung befähigte Bohrmesser D mit herumnimmt, das bestimmt ist, einen Hohlcylinder im Inneren auszuschaben. Die zu diesem Zwecke dem Messer zu ertheilende sehr langsame axiale Verschiebung wird durch die Schraubenspindel C erreicht, deren Muttergewinde in dem Bohrkopfe D enthalten ist. Zu dem Ende trägt die Bohrspindel A das Rad a_1, und unmittelbar daneben ist die Schraubenwelle C mit einem nur wenig größeren Rade b_2 versehen. Ein am festen Gestell gelagerter Bolzen B dient als Vorgelegsaxe, indem die beiden auf ihm befestigten Räder b_1 mit a_1 und a_2 mit b_2 in Wirkung treten. Es ist nun nach dem Früheren ohne Weiteres klar, daß bei einer Umdrehung der Bohrspindel A der Schraube C eine Drehung im Betrage von $\frac{a_1}{b_1} \frac{a_2}{b_2}$ ertheilt wird, in Folge wovon der Mutter der Schraube, welche erstere die eine Umdrehung der Spindel mitmacht, durch die relative Verdrehung der Schraubenspindel gegen die Mutter eine Verschiebung von

$$\left(1 - \frac{a_1 a_2}{b_1 b_2}\right) s = \frac{b_1 b_2 - a_1 a_2}{b_1 b_2} s$$

mitgetheilt wird, wenn s die Steigung der Schraube (s. Schrauben) bedeutet. Man hat es nun durch die geeignete Wahl von a_1, a_2, b_1 und b_2 ganz in seiner Gewalt, diese Verschiebung beliebig klein zu machen.

Beispiel. Wenn die Räder bei dem Bohrwerk, Fig. 134, die Zähnezahlen $a_1 = 100$, $b_1 = 10$, $a_2 = 11$ und $b_2 = 99$ haben, wie groß ist die Breite eines Bohrspahns, d. h. die Verschiebung des Bohrmessers bei einer Spindel-drehung, wenn die Schraube C eine Ganghöhe von 12 Millimeter hat. Die Verschiebung berechnet sich, da man die Halbmesser der Räder ihren Zähnezahlen proportional anzunehmen hat, zu

$$\frac{10.99 - 100.11}{10.99} 12 = 0{,}11 \;.\; 12 = 1{,}33 \text{ Millimeter},$$

und es muß daher die Bohrspindel zum Ausbohren jeder Länge von 1 Meter

$$\frac{1000}{1{,}333} = 750 \text{ Umgänge machen.}$$

§. 45. **Conische Räder.** Wenn die beiden mit einander durch ein Paar Räder zu verbindenden Axen sich in einem Punkte schneiden, so bestimmt sich die Anordnung derselben in folgender Art. Seien AA_1 und BB_1, Fig. 135, zwei sich in O schneidende Axen, und auch hier wieder die Aufgabe gestellt, daß eine gleichmäßige Umdrehung der Axe A mit der Geschwindigkeit α eine gleichmäßige Umdrehung von B in dem Betrage β veranlassen soll. Versetzt man wieder in der bekannten Art (s. Einleitung §. 27) zunächst die Axe A in Stillstand dadurch, daß man dem ganzen Systeme, d. h. beiden Axen eine Drehung im Betrage $-\alpha$ ertheilt, so lassen sich leicht die Momentanaxenflächen oder Axoide bestimmen. Man hat es jetzt nämlich mit einem Systeme zu thun, welches in jedem Augenblicke zweien Drehungen ausgesetzt ist, und zwar im Betrage $-\alpha$ um die Axe AA_1 und β um die Axe BB_1, wobei die Werthe von α und β, auf deren Verhältniß es ja nur ankommt, beliebig klein, also auch unendlich klein vorausgesetzt werden können. Nach dem Parallelogramm der Rotationen (Einleitung, §. 22) lassen sich die beiden unendlich kleinen Drehungen um zwei sich schneidende Axen leicht zu einer resultirenden Drehung um eine Axe CC_1 zusammensetzen, welche durch den Schnittpunkt O hindurchgeht. Man erhält bekanntlich diese Axe ihrer Richtung und Größe nach in der Diagonale OC desjenigen Parallelogramms, dessen Seiten OA und OB mit den beiden Axen der Richtung nach zusammenfallen und ihrer Größe nach die Drehungsintensität, ihrer Richtung nach den Drehungssinn bezeichnen. Die so erhaltene Gerade OC ist also für den betrachteten Augenblick als die Momentanaxe für die Bewegung der Welle B anzusehen. Da nun das Verhältniß der Drehungsgeschwindigkeiten für die ganze Dauer ein constantes sein soll, so wird auch die Lage der Momentanaxe CC_1 gegen die beiden Axen

Fig. 135.