größere Richtungsablenkungen der Wellen sind die letztgedachten Mittel, Fig. 69 und Fig. 70, aber nicht anzuwenden, vielmehr wird man sich bei größerer Neigung der Wellen gegen einander des folgenden Mittels bedienen.

§. 26. **Das Universalgelenk.** Mit diesem Namen oder auch wohl der Benennung Hook'scher Schlüssel, Hook'sche Klaue bezeichnet man die durch Fig. 71 dargestellte Verbindung zweier sich in *C* schneidenden Wellen *D* und *E*. Die beiden Axen sind dabei an ihren Enden mit zwei gleich großen Gabeln *AA* und *BB* versehen, in deren Augen *A*, *A*, *B*, *B* die vier

Fig. 71.

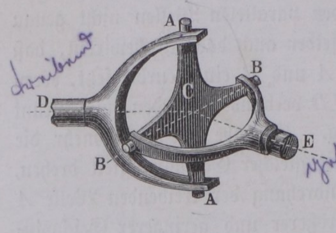
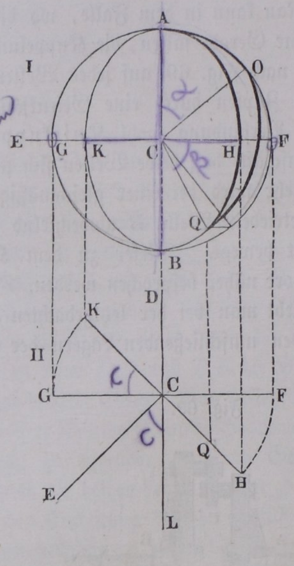


Fig. 72.



Endzapfen eines rechtwinkeligen Kreuzes *C* eintreten. Bei der Umdrehung der treibenden Welle *D* müssen die Lagermitten *AA* der fest mit *D* verbundenen Gabel in einer zur Welle *D* senkrechten Ebene verbleiben, in welcher Ebene sie einen Kreis *AFBG* beschreiben, Fig. 72. Wenn hierbei durch das kuppelnde Kreuz *C* die getriebene Welle *E* ebenfalls umgedreht wird, so können die Lagermitten *BB* der mit *E* fest verbundenen Gabel ebenfalls aus einer durch *C* zur Welle *E* senkrechten Ebene *KH* nicht heraus, und müssen diese Punkte darin einen anderen Kreis *HBKA* beschreiben, so zwar daß, wenn die Gabel der treibenden Welle die Stellung *BA* einnimmt, die Gabel der getriebenen Welle in *KH* steht. Hat sich die treibende Welle um 90° gedreht, ist also ihre Gabel nach *GF* gelangt, so steht die Gabel der getriebenen Welle in *AB*, u. s. w., indem die Winkel *ACH*, *FCB*, *BCK* und *GCA* gleich dem Rechtwinkel sind, unter welchem die Axen des Kreuzes sich schneiden. Diese beiden Kreise sind, wie leicht ersichtlich, größte Kreise einer Kugelfläche, deren Mittelpunkt im Schnittpunkte *C* der beiden Axen liegt, und deren Durchmesser mit der Weite $AA = BB$ der beiden Gabeln übereinstimmt. Der Winkel *KCG*, welchen diese Ebenen mit einander bilden, ist gleich dem Winkel $ECL = c$ der Axen gegen einander. Das die Gabeln verbindende Kreuz $ABAB$, Fig. 71, welches mit den Zapfen AA der Gabel D und mit den Zapfen BB der Gabel E folgen muß, macht daher eine Bewegung, vermöge deren die Zapfenaxe AA in der Ebene $AFBG$ und die zu AA normale Gerade BB in der Ebene $HBKA$ zu verbleiben gezwungen ist. Offenbar ist dies dieselbe Bewegung, von welcher in der Einleitung §. 24 specieller gehandelt worden ist, und können daher die dort entwickelten Formeln direct hier Anwendung finden. Bezeichnet man, wie dort, den Winkel ACO mit α, um welchen die Gerade CA in ihrer Bewegungsebene zu einer bestimmten Zeit von ihrer Anfangslage CA aus sich gedreht hat, und zählt man den Winkel $\beta = HCQ$, um welchen zu derselben Zeit die Gerade CB des Kreuzes in ihrer Ebene gedreht worden ist, von der Anfangslage HC aus, so hat man wieder, wie früher, aus dem sphärischen Dreiecke $CAOQ$:

$$\cos OCQ = \cos ACO \cos ACQ + \sin ACO \sin ACQ \cos O(AC)Q$$

oder:

$$\cos 90^0 = 0 = \cos\alpha \cos(90^0 + \beta) + \sin\alpha \sin(90^0 + \beta) \cos c,$$

woraus nach einiger Umformung folgt:

$$\cos c = \frac{\operatorname{tang}\beta}{\operatorname{tang}\alpha}.$$

Es stehen daher nicht die Wege β und α der Zapfenmitten des Kreuzes, sondern die trigonometrischen Tangenten ihrer Drehungswinkel in einem constanten Verhältnisse, das durch den Cosinus der Axenablenkung gegeben ist. Da $\cos c$ immer ein echter Bruch ist, so muß auch immer $\operatorname{tang}\beta < \operatorname{tang}\alpha$ sein, d. h. es muß im ersten und dritten Quadranten $\beta < \alpha$, dagegen im zweiten und vierten Quadranten $\beta > \alpha$ ausfallen.

Demgemäß ist auch die Geschwindigkeit der beiden Axen nicht übereinstimmend, und wenn die treibende Welle D mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich dreht, so wird die Welle E mit abwechselnd größerer und kleinerer Geschwindigkeit getrieben. Es ist auch bereits in §. 24 der Einleitung der Werth für das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeiten ermittelt, und daselbst der Ausdruck:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{(1 + \operatorname{tang}^2\alpha) \, . \cos c}{1 + \operatorname{tang}^2\alpha \, . \cos^2 c} = \frac{\cos c}{1 - \sin^2\alpha \, . \sin^2 c}$$

gefunden worden, worin ω_1 die Winkelgeschwindigkeit der treibenden Welle D und ω_2 diejenige der getriebenen Welle E bedeutet.

Dieses Verhältniß erreicht seinen größten Werth für

$$\sin\alpha = \pm 1,$$

d. h. für

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ und } \frac{3\pi}{2},$$

wenn die treibende Gabel in GF und die getriebene in AB, das Kreuz daher in der zur treibenden Welle D senkrechten Ebene $AFBG$ gelegen ist. Für diese Stellung ist

$$max\,\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{cos\,c}{1 - sin^2\,c} = \frac{1}{cos\,c}.$$

Der kleinste Werth von $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ ergiebt sich für $sin\,\alpha = 0$, oder für

$$\alpha = 0 \text{ und } \pi$$

zu

$$min\,\frac{\omega_2}{\omega_1} = cos\,c,$$

und entspricht derselbe einer Lage der treibenden Gabel in AB und einer solchen der getriebenen in HK, d. h. wenn die Ebene des Kreuzes normal zur getriebenen Welle E steht.

Die beiden Geschwindigkeiten ω_1 und ω_2 endlich sind gleich groß für

$$(1 + tang^2\,\alpha)\,cos\,c = 1 + tang^2\,\alpha\,cos^2\,c,$$

woraus

$$tang^2\,\alpha\,cos\,c\,(1 - cos\,c) = 1 - cos\,c$$

oder

$$tang\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{cos\,c}}$$

3.)

und also

$$tang\,\beta = \sqrt{cos\,c}$$

folgt.

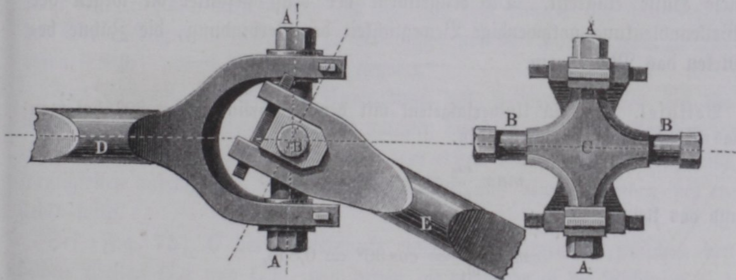
Es schwankt sonach das Geschwindigkeitsverhältniß zwischen den beiden äußersten Werthen $\frac{1}{cos\,c}$ und $cos\,c$ und zwar wird bei gleichförmiger Geschwindigkeit ω_1 der treibenden Welle die getriebene Gabel bei jeder Umdrehung zweimal in ihren Stellungen in AB eine größte Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega_1}{cos\,c}$ und zweimal eine kleinste Geschwindigkeit $\omega_1 cos\,c$ annehmen, letzteres sobald die getriebene Gabel die Gerade HK passirt. Zwischen diesen Grenzstellungen der Gabeln findet abwechselnd eine Beschleunigung resp. Verzögerung der getriebenen Welle statt.

Diese Eigenthümlichkeit in der Bewegung der getriebenen Welle ist um so beträchtlicher, je größer der Neigungswinkel c der beiden Wellen ist und verschwindet mit diesem. Daher wendet man das Universalgelenk meist nur für geringe Ablenkungen an (c höchstens 30 Grad), weil sonst die Ungleichförmigkeiten und daraus entspringenden Reibungen, Stöße und sonstigen Nachtheile zu groß werden würden. Besonders findet das Universalgelenk Anwendung beim Betriebe landwirthschaftlicher Maschinen, bei denen man auf eine so genaue Montirung der bald hier bald dort aufzustellenden transportabeln

Maschinen (z. B. Dreschmaschinen) nicht rechnen kann, wie sie für eine Anwendung steifer Kuppelungen erforderlich ist. Ferner hat man neuerdings den Hooke'schen Schlüssel, natürlich in entsprechend kräftiger Ausführung, bei Panzerschiffen zur Kuppelung der Schiffsschraubenwelle mit derjenigen der Dampfmaschine verwendet, damit man der Schraube nach Erfordern eine geneigte Lage gegen die Längenaxe des Schiffes ertheilen kann, um hierdurch die Wirkung des Steuers und ein schnelles Wenden des Schiffes zu erreichen.

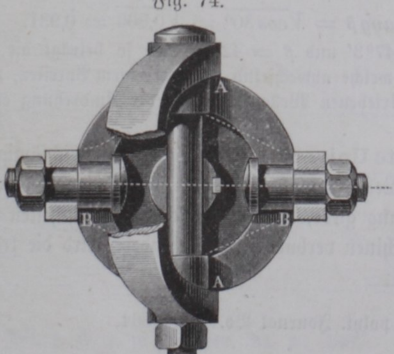
Die specielle Einrichtung des Universalgelenkes ist aus den beiden Ansichten, Fig. 73, zu entnehmen, wo C das geschmiedete Kreuz ist, und die

Fig. 73.



gleichfalls schmiedeeisernen Gabelzinken für die Zapfen A und B mit besonderen, zum Nachstellen eingerichteten Lagerfuttern (s. unten) versehen sind. Bei geringeren Kräften, wie sie bei landwirthschaftlichen Maschinen vorkommen, pflegt man auch wohl der billigeren Herstellung wegen gußeiserne Gabeln auf den Wellen D und E durch Keile zu befestigen und ein ebenfalls gegossenes Kreuz anzuwenden, in welches besondere schmiedeeiserne Zapfen gesteckt sind. Anstatt des Kreuzes, welches die beiden Gabeln verbindet, wendet man auch vielfach einen schmiedeeisernen Ring, Fig. 74, an, welcher

Fig. 74.



die Lager A, A, B, B zur Aufnahme der Bügelaxen trägt, und bildet man dabei in der Regel die eine Bügelaxe AA aus einem durchgehenden Bolzen, die andere aus zwei kürzeren Bolzen B, B, kann jedoch auch beide Axen in letztgedachter Weise aus je zwei kurzen Scharnierbolzen bestehen lassen. Diese Ringform wird besonders dann anstatt des Kreuzes gewählt, wenn man, wie bei den folgenden Constructionen der Fall ist, in einer Ebene mehrere Zapfensysteme anzubringen hat.

Bei dem von Taylor*) angegebenen Universalgelenk trägt die eine Welle an ihrem Ende eine cylindrische Hülse, in deren Innerm vier axiale Einschnitte oder Cannelirungen angebracht sind, während das andere Wellenende mit einer kugelförmigen mit vier entsprechenden Zähnen versehenen Nuß in diese Hülse eingreift. Die Kugelform der Nuß gestattet die wegen der Wellenablenkung nothwendige Beweglichkeit der Verbindung, die Zähne bewirken das Mitnehmen.

Beispiel. Für ein Universalgelenk mit dem Axenwinkel $c = 30^0$ hat man das größte Umsetzungsverhältniß:

$$max\ \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{cos\,30^0} = 1{,}155$$

und das kleinste:

$$min\ \frac{\omega_2}{\omega_1} = cos\,30^0 = 0{,}866,$$

daher ist das Verhältniß zwischen beiden

$$\left(\frac{1}{cos\,30^0}\right)^2 = 4/3.$$

Wenn daher die treibende Welle mit der gleichmäßigen Geschwindigkeit ω_1 umläuft, so variirt die Geschwindigkeit ω_2 der getriebenen zwischen $1{,}155\,\omega_1$ und $0{,}866\,\omega_1$ und es ist der sogenannte Ungleichförmigkeitsgrad gleich $1{,}155 - 0{,}866 = 0{,}289$.

Die Wellen haben einerlei Umdrehungsgeschwindigkeit für

$$tang\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{cos\,30^0}} = \sqrt{1{,}155} = 1{,}074,$$

$$tang\,\beta = \sqrt{cos\,30^0} = \sqrt{0{,}866} = 0{,}931.$$

Da hierfür $\alpha = 47^0 3'$ und $\beta = 42^0 57'$ ist, so beträgt die größte Abweichung $\alpha - \beta = 4^0 6'$, welche abwechselnd zweimal einem Voreilen, zweimal einem Zurückbleiben der getriebenen Welle während jeder Umdrehung entspricht.

§. 27. **Das doppelte Universalgelenk.** Die Ungleichfömigkeit der Bewegung der getriebenen Welle, zu welcher nach dem Obigen das einfache Universalgelenk Veranlassung giebt, ist mit mancherlei Nachtheilen für den Gang der betriebenen Maschinen verbunden, insbesondere wird die treibende Welle sehr

*) Dingler's polyt. Journal Bd. 173, 1864.