Setzt man etwa $\alpha = 0{,}001$ voraus, so ergiebt sich dieser Grenzwerth:

für Schmiedeeisen ($E = 19\,700$; $k = 6$) zu

$$\frac{l}{2e} = 19{,}7 = rot.\ 20,$$

für Gußeisen ($E = 10\,000$; $k = 3$) zu

$$\frac{l}{2e} = 20,$$

für Holz ($E = 1100$; $k = 0{,}8$) zu

$$\frac{l}{2e} = 8{,}25.$$

Unter der gemachten Voraussetzung hätte man daher die eisernen Tragaxen auf Biegung zu berechnen, wenn ihre Länge die zwanzigfache größte Querdimension und die hölzernen, wenn ihre Länge die 8,25 fache Querdimension übersteigt. Wie in jedem anderen Falle der Beanspruchung und für andere zulässige Werthe von α die Rechnung zu führen, dürfte nach dem Vorstehenden nicht schwer zu ermitteln sein.

Transmissionswellen. Eine Transmissionswelle ist eine Axe, welche dazu dient, die drehende Bewegung eines auf ihr befestigten Körpers einem anderen ebenfalls auf ihr befestigten Körper mitzutheilen, oder die Rotationsbewegung von einem Punkte nach einem anderen zu transmittiren. §. 14.

Man bedient sich solcher Transmissions- oder auch Triebwellen in Fabrikanlagen ganz allgemein zur Uebertragung der Bewegung von der Kraftmaschine aus nach den einzelnen Arbeits- oder Werkzeugmaschinen, und es bilden daher die Transmissionswellen sehr wichtige Organe des Maschinenbaues.

Eine Transmissionswelle ist wie jede Axe durch Lager zu stützen, welche ihr die Drehung gestatten, und zwar genügt es bei den großen Längen, auf welche hin die Bewegung durch Wellen oft übertragen wird, meistens nicht, die Welle nur an den Enden zu unterstützen, wie bei den Tragaxen, sondern es müssen zwischen den Enden oft noch Lager in größerer Anzahl angebracht werden. Die Welle erhält also eine nach ihrer Länge mehr oder minder große Anzahl Zapfen, welche sämmtlich, mit etwaiger Ausnahme der Endzapfen, Halszapfen sind, d. h. solche, durch welche das Kraftmoment hindurchtransmittirt wird, und die also durch das letztere auf Torsion beansprucht werden. Von den Endzapfen kann übrigens jeder einzelne ebenfalls ein Halszapfen sein, wenn der betreffende die Kraft aufnehmende resp. abgebende Theil (Rad ꝛc.) außerhalb des Zapfens liegt. Ist dieser Theil auf derjenigen Seite des Endzapfens angebracht, nach welcher hin die Welle sich fortsetzt, so ist der Zapfen ein Stirnzapfen, welcher einer Torsion nicht (oder doch höchstens durch das unbedeutende Moment der Zapfenreibung) unterworfen ist, und daher wie ein Stützzapfen einer Tragaxe zu bestimmen ist.

Die Transmissionswellen sind zwar außer auf Torsion durch das übertragene Kraftmoment auch noch durch ihr Eigengewicht sowie das Gewicht der auf ihnen befestigten Theile, wie Räder ꝛc., auf relative Festigkeit in Angriff genommen, und auch die Drucke der Zahnräder, die Spannungen der Riemen ꝛc. suchen die Wellen zu biegen. Diese Inanspruchnahme ist indessen bei den eigentlichen Transmissionswellen meist nur unbeträchtlich im Vergleich zur Torsion und kann für gewöhnlich um so mehr vernachlässigt werden, als man in der Regel Gelegenheit haben wird, die biegenden Gewichte und Kräfte möglichst nahe an die stützenden Lager zu legen und dadurch die Biegungsmomente entsprechend herabzuziehen. Auch wird man bei der Feststellung der Anzahl der Lager und deren gegenseitiger Entfernung sich nach der Vertheilung der biegenden Kräfte richten. Es kommt indeß, wenn auch seltener bei den eigentlichen Transmissionswellen, so doch öfter bei den Axen der Wasserräder und Dampfmaschinen sowie gewisser Arbeitsmaschinen der Fall vor, daß der Einfluß der biegenden Kräfte neben dem der verdrehenden nicht zu vernachlässigen ist, daß also die Axe nach den Regeln der zusammengesetzten Festigkeit zu behandeln ist, wie in der Folge an einem Beispiele gezeigt werden soll.

In welcher Weise die Dimensionen eines Körpers zu bestimmen sind, welcher einem verdrehenden Kraftmomente mit genügender Sicherheit widerstehen soll, ist früher Theil I, §. 269 u. s. f. gezeigt worden.

Bezeichnet man mit t die höchstens zulässige Schubspannung des Materials, mit W das Maß des Drehungsmomentes des Querschnitts (das polare Trägheitsmoment desselben), mit e die Entfernung der äußersten Faser von der Drehaxe, so hat man nach dem Früheren (Thl. I, §. 271):

$$Pa = t\,\frac{W}{e},$$

worin P die verdrehende Kraft, a deren Abstand von der Drehaxe, also Pa das verdrehende Moment bedeutet. Bezeichnet nun, wie bisher, k die höchstens zulässige absolute Spannung des Wellenmaterials, so folgt die Größe der zulässigen Schubspannung t aus einer gelegentlich der Theorie der Schubfestigkeit entwickelten Beziehung, wonach

$$\frac{t}{k} = \frac{m}{m+1} = \frac{4}{5}$$

also

$$t = \frac{4}{5}\,k$$

ist. Entsprechend den bei den Tragaxen angenommenen Werthen

für	Schmiedeeisen	Gußeisen	Holz
$k =$	6 Kilogramm	3 Kilogramm	0,8 Kilogramm

wird man daher, um gegen Torsion dieselbe Sicherheit zu erreichen, $t = {}^4/_5\, k$ annehmen müssen, also

für	Schmiedeeisen	Gußeisen	Holz
$t =$	4,8 Kilogr.	2,4 Kilogr.	0,64 Kilogr.

Führt man diese Werthe ein, und erinnert sich, daß das Drehungsmoment oder polare Trägheitsmoment des kreisförmigen Querschnitts vom Durchmesser d durch

$$W = \frac{\pi\, d^4}{32},$$

also

$$\frac{W}{e} = \frac{\pi\, d^3}{16}$$

ausgedrückt ist, so erhält man für die Transmissionswellen von kreisförmigem Querschnitt, für Schmiedeeisen:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{4{,}8\,\pi}\, Pa} = 1{,}02\, \sqrt[3]{Pa},$$

für Gußeisen:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{2{,}4\,\pi}\, Pa} = 1{,}28\, \sqrt[3]{Pa},$$

für Holz:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{0{,}64\,\pi}\, Pa} = 2{,}0\, \sqrt[3]{Pa}.$$

Andere Querschnitte als kreisförmige kommen bei Transmissionswellen kaum vor, sollte dies aber der Fall sein, so ändert sich in der Rechnung durchaus nichts, nur hat man für $\frac{W}{e}$ den dem Querschnitte entsprechenden Werth einzuführen, und zwar insbesondere für den quadratischen Querschnitt von der Seitenlänge b:

$$W = \frac{b^4}{6},\ e = \frac{b}{2}\sqrt{2};\ \frac{W}{e} = \frac{b^3}{3\sqrt{2}} = 0{,}236\,b^3$$

und für den ringförmigen Querschnitt mit den Durchmessern d_1 und d_2

$$\frac{W}{e} = \frac{\pi\,(d_1^4 - d_2^4)}{16\,d_1}.$$

Vielfach ist bei einer Transmissionswelle nicht direct das verdrehende Moment Pa, sondern das Arbeitsmoment in Pferdekräften gegeben. Gesetzt, es sei die zu übertragende Arbeit gleich N Pferdekräften à 75 Meterkilogramm oder 75 000 Millimeterkilogramm, und es mache die Welle in der Minute n Umdrehungen, so gilt für den dieser Leistung L und Geschwindigkeit entsprechenden Druck P in einem Abstande a von der Axe nothwendig der Ausdruck

$$L = 75\,000\,N \text{ Millimeterkgr.} = P\,.\,2\,a\,\pi\,\frac{n}{60};$$

woraus man

$$Pa = \frac{75\,000\,.\,60}{2\,\pi}\,\frac{N}{n} = 716\,200\,\frac{N}{n}$$

findet.

Setzt man diesen Werth für Pa in obige Formeln für d ein, so erhält man für Schmiedeeisen:

$$d = 1{,}02\,\sqrt[3]{716\,200}\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 91{,}3\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

für Gußeisen:

$$d = 1{,}28\,\sqrt[3]{716\,200}\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 115\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

für Holz:

$$d = 2{,}0\,\sqrt[3]{716\,200}\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 179\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Bei der Berechnung einer Welle auf Torsion kann man sich sowohl der Formeln bedienen, welche die Wellenstärke als Function von dem Verdrehungsmomente Pa ergeben, wie derjenigen, in welchen der Quotient $\frac{N \text{ Pferdekräfte}}{n \text{ Umdrehungen}}$ bestimmend auftritt. Man wird in beiden Fällen zu demselben Resultate gelangen, unter der Voraussetzung, daß der Druck P an dem constanten Hebelsarme a immer in unveränderter Größe angreift, wie dies z. B. der Fall ist, wenn P den Druck des Wassers gegen die Schaufeln eines Rades vom Halbmesser a vorstellt. In diesem Falle ist nämlich die von diesem constanten Drucke P an dem unveränderten Halbmesser a verrichtete mechanische Arbeit N Pferdekräfte durch die obige Beziehung

$$75000\, N = P 2 a \pi \frac{n}{60}$$

gegeben.

Anders verhält sich die Sache, wenn der verdrehende Druck P, oder der Hebelsarm a, oder beide Größen zugleich von veränderlichem Werthe sind, wie dies z. B. bei der Kurbel einer Dampfmaschine der Fall ist. Hier ändert bei der Expansion des Dampfes nicht nur der Kolbendruck seine Größe, sondern auch der wirksame Arm desselben durchläuft allmälig alle Werthe von Null im Todtpunkte der Kurbel bis zum vollen Kurbelhalbmesser. Wollte man daher der Berechnung der Kurbelwelle hier den Werth $\frac{N}{n}$ zu Grunde legen, so würde man eine zu geringe Wellenstärke erhalten, denn dem Ausdrucke $\frac{N}{n}$ entspricht hier nur ein durchschnittlicher Mittelwerth des Torsionsmomentes. In solchem Falle hat man der Rechnung immer das Maximum des Verdrehungsmomentes zu Grunde zu legen, welches in jedem Falle durch eine besondere Untersuchung der Verhältnisse der Kurbel und der Dampfwirkung zu ermitteln ist. Aehnliche Betrachtungen gelten natürlich nicht nur für Dampfmaschinen, sondern allgemein für das Kurbelgetriebe, wie es z. B. zur Bewegung von Pumpen ꝛc. Verwendung findet.

Verdrehungswinkel. Die im vorigen Paragraph gefundenen Formeln zur Bestimmung der Wellenstärken nehmen keine Rücksicht auf den Torsionswinkel, indem sie nur mit Bezug darauf entwickelt sind, daß die größte Faserspannung t einen gewissen zulässigen Werth nicht übersteigt. Bei dünnen und besonders bei langen Wellen kann nun aber der Verdrehungswinkel einen Betrag annehmen, wie er mit einem sicheren Betriebe nicht verträglich ist, und es genügt daher in solchen Fällen nicht, die Wellenstärke nach obigen Festigkeitsformeln zu bestimmen, vielmehr wird man dieselbe mit Rücksicht auf eine höchstens zulässige Größe des Verdrehungswinkels ermitteln müssen. Man kann nach Reuleaux die Größe dieses Winkels in Graden für Wellen, deren Länge nicht größer als 3 Meter ist, zu $\alpha^0 = \frac{L}{4}$ annehmen, wenn L die Länge der Welle in Metern bezeichnet, also §. 15.

$$\alpha^0 = \frac{l}{4000} = 0{,}00025\, l\text{*)},$$

---

*) Nach Redtenbacher darf der Verdrehungsmittelpunkt $\frac{l}{397}$ Grad betragen, wenn l in Centimetern gegeben ist, also $\alpha^0 = 0{,}000253\,.\,l$ Millimeter.