und h des Seilpolygons $aefghdba$. Dasselbe läßt sofort erkennen, daß das Bruchmoment der Axe in dem über l liegenden Punkte L zu Null wird, folglich die elastische Linie der Axe an dieser Stelle einen Wendepunkt zeigen wird.

Da bei dem Auf- oder Abwickeln des Seils der Angriffspunkt der Last P sich allmälig über die ganze Länge der Trommel verschiebt, so wird man auch noch für einige andere Lagen dieses Angriffspunktes das Seilpolygon construiren, um die ungünstigste Beanspruchung der Axe zu finden. In der Figur ist ein zweites Seilpolygon $aef'g'h'd'b'a$ für die Verschiebung der Last von C nach C' gezeichnet, woraus man erkennt, daß mit der Veränderung der einzelnen Momente auch der Punkt l, wo das Moment verschwindet, seinen Ort wechselt. Es ist übrigens klar, daß ein derartiger Wendepunkt L nicht vorhanden ist, wenn die Kraft P_2 in einer der Last P_1 entgegengesetzten Richtung wirkt. Die Stärke der Axe ist übrigens bei einer Trommelwelle hauptsächlich mit Rücksicht auf die Torsionsfestigkeit zu bestimmen, worüber im Folgenden das Nähere.

§. 10. **Die Construction der Tragaxen.** Die Tragaxen werden am besten von Schmiedeeisen oder Stahl angefertigt, und in solchem Falle fast immer mit den Tragzapfen zusammen aus einem Stücke geschmiedet. Gußeiserne Axen kommen nur in seltenen Fällen zur Anwendung, und zwar in der Regel nur dann, wenn die Stärke der Axe so bedeutend wird, daß die Herstellung derselben durch Schmieden zu schwierig oder zu kostspielig werden würde. Aus diesem Grunde macht man zuweilen die Axen schwerer Wasserräder von Gußeisen. Um hierbei eine möglichst ökonomische Verwendung des Materials zu erlangen, pflegt man den Axen wohl zwischen den Tragzapfen gerippte Querschnitte, meist kreuz- oder sternförmige, wie Fig. 51

Fig. 51.

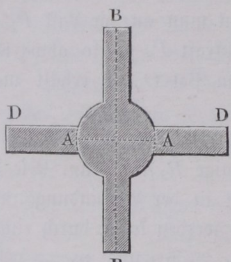
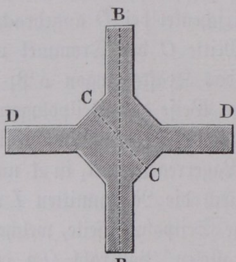


Fig. 52.



und 52, zu geben. Man hat dann nur dafür Sorge zu tragen, daß die Axen an den Tragpunkten, wo die Naben von Rädern, Hebeln ꝛc. auf den Axen befestigt werden sollen, in geeigneter Weise zur soliden und bequemen Befestigung der Naben ausgebildet werden, was am besten dadurch geschieht, daß man die Axen an diesen Stellen cylindrisch bildet. Die Feststellung der Stärkenabmessungen geschieht auch hier in der oben angegebenen Art, indem man für verschiedene Querschnitte das biegende Moment M durch Rechnung oder graphostatisch bestimmt, und die Querschnittsdimensionen aus der Grundformel $M = k\,\frac{W}{e}$ ermittelt. Hierbei ist $\frac{W}{e}$ für den betreffenden Querschnitt in der in Band I. §. 225 u. f. f. angegebenen Art zu bestimmen, und darauf zu rücksichtigen, daß bei der Drehung der Axe die neutrale Axe des Querschnitts alle möglichen Lagen in demselben annimmt. Man wird daher vorzugsweise diejenigen beiden Werthe $\frac{W}{e}$ ermitteln, welche sich ergeben, je nachdem die neutrale Axe in eine der Hauptrippen (AA oder BB), Fig. 51, oder um 45^0 dagegen geneigt in einen der Zwischenräume fällt, und den kleineren dieser Werthe in Rechnung stellen. In den gewöhnlichen Fällen wird übrigens derjenige Werth von $\frac{W}{e}$ der kleinere sein, welcher der Lage der neutralen Axe in einer Hauptrippe entspricht.

Bezeichnet man den Durchmesser des inneren kreisförmigen Theils des Querschnitts, Fig. 51, oder die Seite des Quadrats, Fig. 52, mit d, die Höhe BB der Rippen mit $D = \mu d$ und deren Breite mit $b = \nu d$, so hat man für den Querschnitt Fig. 51 das Trägheitsmoment in Bezug auf eine Axe durch die Hauptrippe AA nach dem Früheren:

$$W = \frac{\pi d^4}{64} + \frac{b}{12}(D^3 - d^3) + \frac{D-d}{12} b^3$$
$$= \left(\frac{\pi}{64} + \frac{\nu(\mu^3 - 1) + \nu^3(\mu - 1)}{12}\right) d^4,$$

daher

$$\frac{W}{e} = \frac{W}{\frac{1}{2}\mu d} = \left(\frac{\pi}{32} + \frac{\nu(\mu^3 - 1) + \nu^3(\mu - 1)}{6}\right)\frac{d^3}{\mu}.$$

Für eine neutrale Axe CC, welche den Winkel der Rippen halbirt, ergiebt sich W annähernd, wenn man mit x den Abstand irgend eines Elementes von dem Mittelpunkte des Querschnitts bezeichnet, durch:

$$W_1 = \frac{\pi d^4}{64} + 2 \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} 2\, b\, d\, x \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\pi}{64} d^4 + \frac{b}{12}\left(D^3 - d^3\right)$$

$$= \left(\frac{\pi}{64} + \nu \frac{\mu^3 - 1}{12}\right) d^4,$$

und da hier

$$e_1 = \frac{1}{2} \frac{D}{\sqrt{2}}$$

ist, so erhält man:

$$\frac{W_1}{e_1} = \left(\frac{\pi}{32} + \nu \frac{\mu^3 - 1}{6}\right) \frac{\sqrt{2}}{\mu} d^3.$$

Nimmt man etwa $\mu = 3$ und $\nu = {}^1/_3$, so ergiebt sich

$$\frac{W}{e} = \left(\frac{3{,}14}{32} + \frac{{}^1/_3\,(27 - 1) + {}^1/_{27}\,(3 - 1)}{6}\right) \frac{d^3}{3} = 0{,}518\, d^3$$

und

$$\frac{W_1}{e_1} \left(\frac{3{,}14}{32} + {}^1/_3\, \frac{27 - 1}{6}\right) \frac{1{,}414}{3} d^3 = 0{,}726\, d^3.$$

Man hat daher, wie schon erwähnt, den Werth $\frac{W}{e}$ als den kleineren, entsprechend einer neutralen Axe nach AA der Rechnung zu Grunde zu legen.

In ähnlicher Art findet man für den Querschnitt mit quadratischem Kern, Fig. 52, unter Beibehaltung derselben Bezeichnung:

$$\frac{W}{e} = \left[1 + \nu\,(\mu^3 - \sqrt{8}) + (\mu - \sqrt{2})\,\nu^3\right] \frac{d^3}{6\mu}$$

und

$$\frac{W_1}{e_1} = \left[1 + \nu\,(\mu^3 - \sqrt{8})\right] \frac{\sqrt{2}}{6\mu} d^3,$$

woraus für $\mu = 3$ und $\nu = {}^1/_3$ die Werthe folgen:

$$\frac{W}{e} = 0{,}506\, d^3$$

und

$$\frac{W_1}{e_1} = 0{,}711\, d^3.$$

Da bei der Umdrehung der Axe die einzelnen Fibern derselben in stetiger Abwechselung bald gedrückt, bald gezogen werden, und hierdurch erfahrungsmäßig das Material viel leichter zum Bruche gebracht wird, als bei der Belastung festliegender Balken, wo alle Fibern stets gedrückt oder stets gezogen werden, so wird man gut thun, die zulässige Belastung k des Materials bei Axen nicht zu groß zu wählen, und insbesondere für Gußeisen nicht größer als 3 Kilogramm pro Quadratmillimeter anzunehmen.

Beispiel. Welche Stärke muß die gußeiserne auf Torsion nicht beanspruchte Axe eines oberschlächtigen Wasserrades erhalten, wenn das Gewicht desselben inclusive der darin enthaltenen Wassermasse 8000 Kilogramm beträgt und die Zapfenmitte auf jeder Seite um 0,25 Meter von den Ebenen der Radarme absteht?

Der Zapfendruck beträgt bei symmetrischer Anordnung auf jeder Seite die Hälfte mit 4000 Kilogramm und es ergiebt sich daher die Stärke d der Zapfen aus

$$4000 \frac{l}{2} = \frac{\pi}{32} d^3 k,$$

woraus, unter λ das Verhältniß $\frac{l}{d}$ verstanden, sich nach Früherem (§. 3) ergiebt:

$$d = 2{,}26 \sqrt{4000 \frac{\lambda}{k}}.$$

Setzt man hierin $\lambda = \frac{4}{3}$ und $k = 3$ Kilogramm, so erhält man:

$$d = 2{,}26 \sqrt{\frac{4000 \,.\, \frac{4}{3}}{3}} = 95{,}3 \text{ Millimeter},$$

wofür rund $d = 100$ Millimeter und die Zapfenlänge $l = 133$ Millimeter genommen werden kann.

Die Stärke der Welle zwischen den Armsystemen ist überall gleich groß zu machen, weil das Bruchmoment für jeden Punkt durch 4000 . 0,25 Meterkilogramm ausgedrückt ist, und man hätte daselbst der massiven Welle eine Stärke d_1 zu geben, welche sich aus $4000 \,.\, 250 = \frac{\pi}{32} d_1^3 k$ ergiebt zu:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{4000 \,.\, 250}{3}} = 152 \text{ Millimeter}.$$

Wollte man die Axe hohl machen und etwa das Verhältniß des äußeren Durchmessers D zum inneren d wie 4 : 3 wählen, so ergäbe sich der äußere Durchmesser D aus:

$$4000 \,.\, 250 = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - (\frac{3}{4} D)^4}{D} k = 0{,}098 \,.\, 0{,}684 \; D^3 k;$$

zu

$$D = \sqrt[3]{\frac{4000 \,.\, 250}{3 \,.\, 0{,}098 \,.\, 0{,}684}} = \frac{100}{0{,}586} = 191{,}5 \text{ Millimeter},$$

daher der innere Durchmesser

$$d = \frac{3}{4} \,.\, 191{,}5 = 143{,}6 \text{ Millimeter}.$$

Soll die Axe einen kreuzförmigen Querschnitt mit cylindrischem Kern, nach Fig. 51, erhalten, so ergiebt sich die Stärke d dieses Kernes unter Annahme des Rippendurchmessers $D = 3\ d$ und einer Rippenstärke $b = \frac{1}{3}\ d$ durch die Gleichung

$$4000\ .\ 250 = \frac{W}{e}\ k = 0{,}518\ d^3\ .\ 3$$

zu

$$d = \sqrt[3]{\frac{4000\ .\ 250}{0{,}518\ .\ 3}} = 86{,}36 \text{ Millimeter.}$$

Daher wird der äußere Durchmesser der Rippen

$$D = 3\ d = 259 \text{ Millimeter}$$

und die Stärke derselben

$$b = \frac{1}{3}\ d = 28{,}8 \text{ Millimeter}$$

zu machen sein.

§. 11. **Zapfenbefestigung.** Zuweilen macht man die gußeisernen Axen auch hohl, indem man ihnen die Röhrenform giebt. Die Zapfen in solchem Falle ebenfalls hohl zu machen, ist im Allgemeinen nicht rathsam, da hierdurch die Zapfendicken und damit die Arbeitsverluste durch Reibung wesentlich vergrößert werden. Es empfiehlt sich in solchem Falle vielmehr, die Zapfen aus möglichst widerstandsfähigem Material, Schmiedeeisen oder Stahl zu machen, und in die hohle Welle besonders einzusetzen. Eine solche Construction wählt man vielfach auch bei den Spurzapfen stehender Wellen von Schmiedeeisen, indem ein solches Einsetzen besonderer Zapfen in die Welle nicht nur die Anwendung gehärteten Stahls für die Zapfen, sondern auch die Auswechselung der letzteren gegen neue im Falle der Abnutzung gestattet.

Die Befestigung solcher Zapfen in der Axe geschieht am häufigsten und bequemsten so, daß der Zapfen mit einer schlank conisch geformten Ver-

Fig. 53.

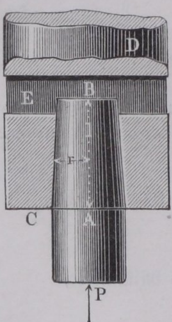
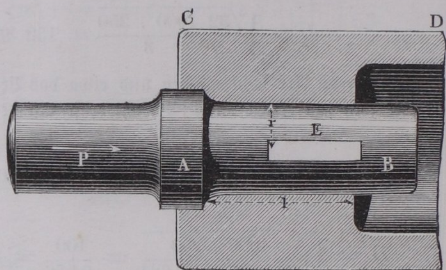


Fig. 54.



längerung AB, Fig. 53 und Fig. 54, in eine genau passend ausgebohrte Höhlung der Axe CD gesetzt wird. Während nun bei einer stehenden Axe,