Welle ihren Betrieb empfängt. Alle zwischen diesen Stellen des Krafteintritts und Kraftaustritts gelegenen Zapfen sind dieser Torsion ausgesetzt, nicht aber die außerhalb A oder B angeordneten Endzapfen, welche nur durch transversale Drucke und Eigengewichte ebenso wie die Zapfen der Tragaxen auf Abbrechen belastet werden. Diese Endzapfen heißen wohl speciell Stirnzapfen, im Gegensatze zu den zwischen der Kraftein- und Austrittsstelle gelegenen sogenannten Halszapfen.

Streng genommen werden auch alle Transmissionswellen und deren Zapfen außer auf Torsion noch auf Bruch durch die Eigengewichte, Räderdrucke und Riemenspannungen ꝛc. angegriffen, doch ist in der Regel die relative Inanspruchnahme gering im Vergleiche mit der aus dem Verdrehungsmomente folgenden, und kann gegen letztere vernachlässigt werden. Ebenso werden streng genommen auch alle Tragaxen und die Endzapfen der Wellen außer auf Zerbrechen resp. Zerknicken noch auf Verdrehen in geringem Maße durch den Widerstand der Reibung beansprucht, welche an den Zapfen sich einstellt. Dieser Widerstand ist aber fast immer ganz unerheblich im Vergleiche mit der Bruchbelastung. Es können indessen wohl Fälle vorkommen, wo eine Axe sowohl auf Bruch wie auf Verdrehung durch erhebliche Kräfte beansprucht wird, so daß die Dimensionen nach den Regeln der zusammengesetzten Festigkeit zu bestimmen sind. Ein solcher Fall ist z. B. bei einer Wasserradwelle vorhanden, die zwischen ihren zwei Lagern durch das schwere Wasserrad belastet wird, und welche die daselbst aufgenommene Arbeit durch ein Zahnrad fortpflanzt, das auf der Wellenverlängerung außerhalb des einen Lagers angebracht ist. Der Halszapfen zwischen Wasserrad und Zahnrad wird in diesem Falle auf Torsion und Bruch belastet, während der jenseitige Stirnzapfen nur auf Abbrechen beansprucht wird. Es ist klar, daß bei solcher Construction, bei welcher das Zahnrad direct mit dem Wasserradkranze verbunden ist, eine Torsionswirkung auf die Welle nur in dem unbedeutenden Maße eintreten kann, wie sie aus dem Momente der Zapfenreibung resultirt. Man wählt daher oftmals bei Wasserrädern sowie Windetrommeln derartige Constructionen, um die betreffende Axe einer Torsion nicht auszusetzen.

Stärke der Tragzapfen. Die Form der Zapfen an Tragaxen ist in der Regel eine cylindrische, und pflegt man eine unbeabsichtigte Verschiebung der Axe nach ihrer Länge durch Anläufe oder Verstärkungen an einer Seite wie bei B Fig. 37 (a. f. S.) oder beiderseits wie bei A und B Fig. 38 zu verhindern. Den Durchmesser d eines solchen Zapfens bestimmt man aus dem Drucke P, welchem derselbe ausgesetzt ist, nach der bekannten Festigkeitsformel eines einseitig befestigten Balkens: $M = k\,\frac{W}{e}$ (s. I, §. 235). §. 3.

Hierin bedeutet M das maximale Biegungsmoment, welches für den Punkt B, da man den Druck P in der Zapfenmitte C wirkend anzunehmen hat, durch

$$M = P\frac{l}{2}$$

gegeben ist. W ist das Trägheitsmoment des Bruchquerschnitts und k die höchstens zulässige Spannung in der am meisten gespannten Faser, deren

Fig. 37.

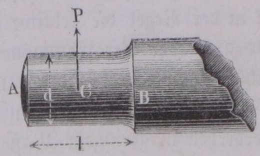
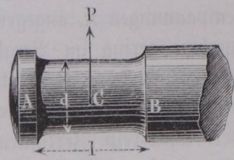


Fig. 38.



Abstand von der neutralen Schicht durch e bezeichnet ist. Da für den kreisförmigen Querschnitt

$$\frac{W}{e} = \frac{\pi}{32}\,d^3$$

ist, so hat man hier:

$$M = P\frac{l}{2} = \frac{\pi}{32}\,d^3 k.$$

Setzt man hierin

$$\frac{l}{d} = \lambda,$$

so erhält man

$$P = \frac{2\pi k}{32\lambda}\,d^2,$$

oder

$$d = 2{,}26\sqrt{P\frac{\lambda}{k}}.$$

Der Durchmesser des Zapfens wird daher für einen bestimmten Druck P um so größer, je kleiner die zulässige Materialspannung k und je größer das Längenverhältniß $\lambda = \frac{l}{d}$ ist. Mit der Zapfenstärke steht nun aber die mechanische Arbeit im directen Zusammenhange, welche durch die Zapfenreibung aufgezehrt wird, indem zwar die Größe dieser Reibung μP von dem Zapfendurchmesser d nahezu unabhängig ist, die Reibungsarbeit aber für jede Umdrehung $\mu P \,.\, d\pi$ direct proportional mit dem Zapfendurchmesser wächst. Man wird daher, um diesen Widerstand möglichst herabzuziehen, den Zapfen so dünn zu machen bestrebt sein, als mit der Dauerhaftigkeit der Construction vereinbar ist. Aus obiger Formel für d erkennt man zunächst, daß man, um d möglichst klein zu erhalten, k möglichst groß nehmen müsse. Aus diesem Grunde wählt man bei der Ausführung für die Zapfen nur die festesten Materialien, insbesondere Schmiedeeisen und Stahl, selten Gußeisen und niemals Holz. Selbst wenn man aus praktischen Gründen veranlaßt ist, eine Welle aus Gußeisen zu machen, pflegt man gern Zapfen von Schmiedeeisen oder Stahl besonders einzusetzen, um hierbei möglichst kleine Zapfenstärken zu erhalten. Dies geschieht besonders dann, wenn die gußeiserne Welle der Materialersparniß wegen hohl gegossen wird, in welchem Falle die Zapfen, wenn sie auch von Gußeisen sein sollten, der bequemen Herstellung wegen ebenfalls hohl, daher von großem Durchmesser werden müßten. Hohle gußeiserne Zapfen sollte man niemals anwenden, und kommt man überhaupt von der Verwendung des Gußeisens zu Zapfen und Wellen mehr und mehr zurück.

Die Zapfendicke d wird ferner um so kleiner, je kleiner die Länge l, oder das Verhältniß $\lambda = \frac{l}{d}$ gewählt wird, und man würde die Zapfen daher möglichst kurz machen müssen, wenn es bloß darauf ankäme, den Durchmesser und mit diesem den Arbeitsverlust herabzuziehen, welcher durch die Reibung herbeigeführt wird. Damit aber der Zapfen auch die für die Praxis so wichtige hinreichende Dauerhaftigkeit besitze, darf man die Zapfenlänge nicht unter ein bestimmtes Maß verringern. Durch die Wirkung der Reibung nämlich findet immer eine gewisse Abnutzung des Zapfens und des Lagers statt, welche erfahrungsmäßig mit dem specifischen Drucke, d. h. dem Drucke auf die Einheit der Auflagerungsfläche wächst. Man ist daher genöthigt, den Druck auf die Flächeneinheit des Zapfens nicht über ein bestimmtes Maß wachsen zu lassen, und daraus ergiebt sich wieder ein bestimmtes Verhältniß λ der Zapfenlänge zur Zapfenstärke, unter welches man nicht herabgehen darf. Es ist nämlich die Projection der Zapfenauflagerfläche auf eine Ebene senkrecht zur Richtung des Druckes bei einem cylindrischen Zapfen vom Durchmesser d und der Länge $l = \lambda d$ durch

$$f = ld = \lambda d^2$$

ausgedrückt, und man hat, unter p den höchstens zulässigen Druck auf die Einheit der Zapfenprojection verstanden, außer der obigen Formel für die Festigkeit des Zapfens noch die Bedingung zu erfüllen:

$$P = pf = p \lambda d^2$$

oder

$$d = \sqrt{\frac{P}{p\lambda}}.$$

Setzt man diesen Werth von d dem oben gefundenen gleich, so folgt aus

$$d = 2{,}26 \sqrt{P\frac{\lambda}{k}} = \sqrt{\frac{P}{p\lambda}}$$

für λ der Ausdruck:

$$\lambda = 0{,}442 \sqrt{\frac{k}{p}}.$$

Das Verhältniß $\lambda = \frac{l}{d}$ hängt also außer von der zulässigen Spannung k des Zapfenmaterials von der Größe des Druckes p ab, mit welchem man die Flächeneinheit des Lagers mit Rücksicht auf möglichst geringen Verschleiß erfahrungsmäßig belasten darf. Da die Abnutzung des Lagers nun nicht nur von dem Material, sondern wesentlich von der Zapfengeschwindigkeit abhängt, indem mit einer Vergrößerung der letzteren die Reibungsarbeit und daher die Molekulararbeit und die Erwärmung des Zapfens sich steigert, so wird man bei der Bestimmung von p oder λ hierauf zu rücksichtigen haben, und λ um so größer annehmen, je größer die Geschwindigkeit ist. In der Praxis pflegt man dieses Verhältniß bei dauernd laufenden Zapfen etwa zwischen 1,5 und 3 zu wählen, während man bei solchen Zapfen, welche, wie Scharnierbolzen, nur geringer Bewegung ausgesetzt sind, das Verhältniß der Länge zum Durchmesser kleiner annimmt, und damit oft bis 0,5 heruntergeht. Hat man unter Berücksichtigung der besprochenen Umstände λ angenommen, so ergiebt sich die Zapfenstärke nach der obigen Formel:

$$d = 2{,}26 \sqrt{P\frac{\lambda}{k}} = \alpha \sqrt{P}.$$

Zur Erleichterung der Rechnung ist in der folgenden kleinen Tabelle eine Zusammenstellung der Werthe von $\alpha = 2{,}26 \sqrt{\frac{\lambda}{k}}$ enthalten, entsprechend den Werthen von λ gleich 0,5, 1, 1,5 2, 2,5 und 3 und für $k = 3$ bei gußeisernen, $k = 6$ bei schmiedeeisernen und $k = 10$ bei gußstählernen Zapfen.

$\lambda = \frac{l}{d} =$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Gußeisen, $k = 3$	0,92	1,30	1,60	1,84	2,06	2,26
Schmiedeeisen, $k = 6$	0,65	0,93	1,13	1,30	1,46	1,59
Gußstahl, $k = 10$	0,51	0,72	0,88	1,01	1,13	1,24

Anmerkung. Das Verhältniß der Zapfenlänge zum Durchmesser soll man nach Redtenbacher*) für gußeiserne und schmiedeeiserne Zapfen unabhängig von der Geschwindigkeit zu $\frac{l}{d} = 1,21 + \frac{0,87}{d^{\text{cm}}}$ annehmen, was z. B. für einen Zapfen von 50 Millimeter ein Verhältniß von

$$\frac{l}{d} = 1,21 + \frac{0,87}{5} = 1,38$$

ergiebt. Nach Wiebe**) soll man unabhängig von dem Material

$$\lambda = \frac{1}{3}\sqrt[3]{n}$$

annehmen, unter n die Anzahl der Umdrehungen pro Minute verstanden. Danach würde man bei etwa 90 Umdrehungen $\lambda = 1,5$ und bei etwa 400 Umdrehungen $\lambda = 2,5$ erhalten.

Reuleaux***) macht das Längenverhältniß abhängig von dem Material und der Umdrehungszahl n und giebt die Regel, $\lambda = \beta\sqrt{n}$ zu machen, wo für schmiedeeiserne Zapfen und Bronzelager $\beta = 0,12$ und für Gußstahlzapfen und Bronzelager $\beta = 0,15$ zu nehmen ist. Dies giebt für 150 Umdrehungen λ gleich 1,5 resp. 1,8 und bei etwa 400 Umdrehungen λ gleich 2,4 resp. 3. Für gußeiserne Zapfen soll man nach Demselben $\lambda = \frac{4}{3}$ und für schmiedeeiserne Zapfen in gußeisernen Lagern $\lambda = 1,75$ wählen.

Beispiele. 1. Wenn der gußeiserne Stirnzapfen einer Wasserradwelle mit 4000 Kilogramm belastet wird, so hat man demselben bei Annahme eines Längenverhältnisses $\lambda = 1,33$ einen Durchmesser von

$$d = 2,26\sqrt{3000\,\frac{1,33}{3}} = 82,5 \text{ Millimeter}$$

und daher eine Länge von 1,33 . 82,5 = 110 Millimeter zu geben.

2. Der (nicht auf Torsion beanspruchte) Stirnzapfen einer schmiedeeisernen Transmissionswelle, welche 120 Umdrehungen in der Minute macht, ist mit einem Drucke von 1200 Kilogramm belastet, welche Dimensionen wird derselbe zu erhalten haben?

Nimmt man das Längenverhältniß $\lambda = 1,5$, so folgt nach obiger Tabelle

$$d = 1,13\sqrt{1200} = 39,2 = 40 \text{ Millimeter}$$

und die Länge daher $l = 60$ Millimeter.

---

*) Redtenbacher, Resultate für den Maschinenbau, 66.
**) Wiebe, Die Lehre von den einfachen Maschinentheilen §. 105.
***) Reuleaux, Der Constructeur III. Auflage, §. 79.