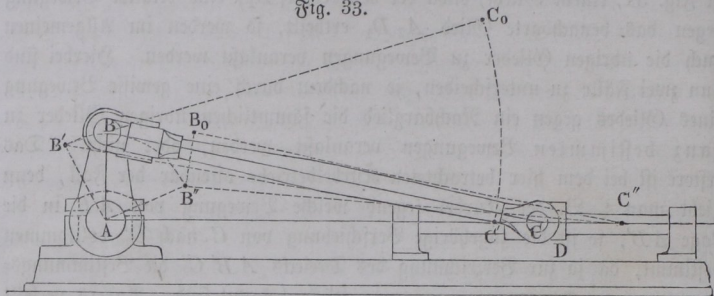


sich also, daß es sich dabei nur um solche kinematische Ketten handeln kann, bei welchen eine Bewegung eines Gliedes gegen ein benachbartes ganz bestimmte Bewegungen der übrigen Glieder zur Folge hat. Eine solche Kette heißt eine zwangsläufig geschlossene oder schlechtweg eine geschlossene Kette.

Wenn man in einer zwangsläufigen kinematischen Kette, d. h. einer Verbindung von Elementenpaaren wie die oben besprochene, Fig. 31, ein gewisses Glied festhält, z. B. den Fundamentrahmen $A_2 D_1$, so werden aus den relativen Bewegungen der einzelnen Glieder, z. B. der Kurbel $A_1 B_1$, der Lenkerstange α . absolute Bewegungen in dem mit dem festgehaltenen Gliede verbunden gedachten Raume. Eine solche geschlossene kinematische Kette, von welcher ein Glied festgehalten wird, ist nach Reuleaux ein Maschinengetriebe oder ein Mechanismus, und es wird daraus, der oben gegebenen Definition entsprechend, eine Maschine, wenn auf ein Glied desselben eine äußere Kraft in solcher Weise wirkt, daß sie eine Bewegung desselben hervorbringt.

§. 31. **Getriebebildung aus der kinematischen Kette.** Denkt man sich das Glied $A_2 D_1$ der kinematischen Kette Fig. 33 festgestellt, so erhält

Fig. 33.



man das bekannte und viel verbreitete Kurbelgetriebe. Was dabei die Bewegungen der einzelnen Glieder anbelangt, so ist zunächst klar, daß die dem festgestellten Gliede $A_2 D_1$ benachbarten Glieder nur solche absolute Bewegungen annehmen können, wie diejenigen Paare sie zulassen, durch welche jene Glieder mit dem festgehaltenen Gliede zusammenhängen. So kann z. B. die Kurbel $A_1 B_1$ nur eine Drehung um die Axe A_1 annehmen, und die beiden Polbahnen, welche die relative Bewegung der Kurbel $A_1 B_1$ gegen die Grundplatte $A_2 D_1$ bestimmen, sind in diesem Falle zu einem Punkte, dem Axenpunkte der Welle A_1 , zusammengeschrumpft. In gleicher Art erkennt man, daß die Bewegung des Kreuzkopfes $C_1 D_2$ lediglich eine geradlinige Schiebung sein kann, wie das Prismenpaar D sie gestattet, in welchem der Kreuzkopf $C_1 D_2$ mit dem festgehaltenen Gliede $A_2 D_1$ zusammenhängt. Die Bewegung eines Gliedes, welches wie die Lenkerstange $B_2 C_2$ nicht direct mit dem festgehaltenen Gliede verbunden ist, sondern mit demselben erst

durch Zwischenglieder zusammenhängt, ist von einer mehr zusammengesetzten Beschaffenheit, denn diese Bewegung des Gliedes $B_2 C_2$ hängt ebensowohl von der Natur der Paare B und C ab, durch welche es mit den benachbarten Gliedern verbunden ist, wie auch von der Bewegung dieser Glieder selbst, d. h. also von der Art der Paare A und D , welche diese Zwischenglieder mit dem festgehaltenen verbinden, im vorliegenden Falle also von allen vier Paaren. Will man die absolute Bewegung eines solchen Gliedes $B_2 C_2$, d. h. also seine relative Bewegung gegen das festgehaltene $A_2 D_1$ kennen lernen, so hat man nur nöthig, in der in §. 8 angegebenen Weise die Polbahnen für die Bewegung zu zeichnen. Hierbei erhält man zwei Polbahnen, eine feste P_1 , mit dem Gliede $A_2 D_1$, und eine bewegliche P_2 , mit der Lenkerstange $B_2 C_2$ verbundene, welche letztere auf der ersteren rollend zu denken ist.

Wenn nun auch, wie schon bemerkt, die Bewegung der Lenkerstange $B_2 C_2$ von der Natur sämtlicher Paare A, B, C, D abhängig ist, so läßt sich doch zeigen, daß man diese Bewegung immer aus nur zwei Bewegungen zusammensetzen kann, von denen die eine dem Paare entspricht, welches die Stange mit einem Nachbargliede verbindet, während die andere Bewegung demjenigen Paare eigenthümlich ist, welches dieses besagte Nachbarglied mit dem festgehaltenen verknüpft. Man kann nämlich die Bewegung der Stange BC ebensowohl zusammengesetzt denken aus einer Drehung um B in Verbindung mit einer gewissen Drehung um A , wie auch andererseits aus einer Drehung um C in Verbindung mit einer Schiebung entlang dem Prisma D .

Um dies zu erkennen, hat man sich nur vorzustellen, daß dem ganzen Systeme eine zusätzliche Bewegung ertheilt werde, welche der Umdrehungsbewegung der Kurbel AB um A genau gleich und entgegengesetzt ist, wodurch an der relativen Bewegung der einzelnen Glieder nichts geändert wird. Man erhält dadurch aber offenbar eine veränderte Anordnung des Getriebes, indem nunmehr die Kurbel AB in Stillstand versetzt wird, während die vorher festgehaltene Grundplatte AD die zusätzliche Bewegung um A annimmt. Auch die absolute Bewegung der beiden anderen Glieder BC und CD ist natürlich durch die gedachte zusätzliche Bewegung verändert worden, und zwar hat die Stange BC jetzt nur noch eine Rotationsbewegung um B . Diese Stange hatte aber im vorher angenommenen Falle, wo AD das festgehaltene Glied war, eine Bewegung, wie sie dem Abrollen der Polbahn P_2 auf der festen Polbahn P_1 entspricht, und da nun diese letztere Bewegung durch Zusatz einer Drehung um A auf eine Drehung um B reducirt worden ist, so geht daraus hervor, daß die absolute Bewegung der Stange BC , wenn AD festgehalten wird, sich aus zwei Drehungen um A und B zusammensetzen mußte. Man kann sich dieses Verhalten auch leicht durch die Figur veranschaulichen. Denkt man nämlich die Kurbel aus ihrer Lage BA in eine andere Lage AB' gebracht, so gelangt hierdurch C nach C' ,

also die Stange BC in die Lage $B'C'$. In dieselbe Lage wird die Stange BC aber auch übergeführt, wenn man ihr zuerst eine Drehung um A in demselben Betrage BAB' wie der Kurbel ertheilt, z. B. indem man die Stange BC bei B unwandelbar mit der Kurbel verbunden denkt, wodurch BC in die Lage $B'C_0$ geführt wird, und darauf eine Drehung der Stange um B aus der Lage $B'C_0$ in diejenige $B'C'$ folgen läßt.

Wenn man andererseits dem ganzen Systeme, in welchem zunächst wieder der Rahmen AD festgehalten gedacht wird, eine zusätzliche Bewegung ertheilt, welche der Verschiebung des Kreuzkopfs CD gleich und entgegengesetzt ist, so wird dadurch der Kreuzkopf zum Stillstande gebracht, während der Rahmen AD die gedachte Verschiebung annimmt. Die Bewegung der Lenkerstange BC reducirt sich jetzt auf eine Drehung derselben um C und man kann daraus in ähnlicher Weise wie vorher schließen, daß die Bewegung der Lenkerstange bei festgehaltenem Rahmen AD auch aus einer Drehung um C und einer Verschiebung entlang dem Prisma D zusammengesetzt gedacht werden kann. Auch diese Eigenschaft der Bewegung von BC läßt sich aus der Figur erkennen. Dazu denke man sich die Kurbel AB in die Lage AB'' gebracht, wobei C nach C'' , also BC in die neue Lage $B''C''$ gelangt. Dann ersieht man, daß die Stange aus BC auch in dieselbe Lage $B''C''$ übergeführt wird durch eine Verschiebung im Betrage CC'' , wodurch die Stange nach B_0C'' gelangt, und eine darauf folgende Drehung um C'' , wodurch B_0 nach B'' fällt.

Es ist daher die oben angegebene Behauptung nachgewiesen, wonach die Bewegung irgend eines Gliedes (BC) sich zusammensetzt aus einer Bewegung, wie sie eines der Paare (B oder C) gestattet, die durch das Glied verbunden sind, und einer zweiten Bewegung, welche diesem Paare selbst vermöge seiner Verbindung mit dem festen Gliede (bei A resp. D) zugelassen ist.

Faßt man einen der im Vorstehenden betrachteten Fälle ins Auge, etwa denjenigen, wo die Kurbel durch Einführung einer zusätzlichen Drehung des ganzen Systems um A in Stillstand versetzt ist, so haben in diesem Getriebe die beiden der Kurbel benachbarten Glieder BC und AD nur einfache Drehbewegungen um B resp. A , und ihre Polbahnen reduciren sich auf diese Axen. Das vierte Glied CD dagegen hat jetzt eine zusammengesetzte Bewegung, die man nach dem obigen Gesetze als aus einer Drehung um C verbunden mit einer solchen um B oder aus einer Schiebung entlang D verbunden mit einer Drehung um A zusammengesetzt ansehen kann. Es läßt sich auch diese Bewegung wie vordem diejenige der Lenkerstange mit Hilfe der Polbahnen als eine vollende auffassen. Man erhält hier durch die entsprechende in §. 8 angegebene Construction zwei weitere Polbahnen, und zwar eine mit der festgehaltenen Kurbel verbundene P_3 , auf welcher die andere mit dem Kreuzkopfe verbundene P_4 sich abwälzt.

Wollte man dagegen, von der ursprünglichen Voraussetzung des festgehaltenen Rahmens AD ausgehend, durch eine dem ganzen Systeme ertheilte zusätzliche Schiebung parallel dem Prisma D den Kreuzkopf CD in Stillstand versetzen, so würde man bei der Construction der Polbahnen, welche nunmehr die Bewegung der Kurbel gegen den festgehaltenen Kreuzkopf bestimmen, offenbar zu denselben Curven P_3 und P_4 wie vorhin gelangen, nur daß jetzt die dem Kreuzkopfe zugehörige Polbahn P_4 als die feste und P_3 als die bewegliche anzusehen ist. Ein ganz analoges Verhalten findet natürlich auch zwischen den beiden nicht benachbarten Gliedern AD und BC statt; wenn man nämlich die Lenkerstange BC in Stillstand versetzt, so erhält man die Bewegung des Rahmens AD gegen die Lenkerstange durch eben dieselben Polbahnen P_1 und P_2 dargestellt, welche schon oben bei festgehaltenem Rahmen AD gefunden wurden, wobei jetzt aber die der Lenkerstange zugehörige Polbahn P_2 die feste und P_1 die bewegliche ist.

Aus den vorstehenden Ermittlungen hat sich ergeben, wie man aus derselben kinematischen Kette durch Feststellung ihrer verschiedenen Glieder zu ebenso vielen verschiedenen Getrieben Veranlassung geben kann, als die Kette Glieder hat. So verschieden oftmals auch die Bewegungen dieser einzelnen Getriebe erscheinen, so liegt doch allen dasselbe Gesetz der relativen Bewegungen zu Grunde, das durch dieselben Polbahnen ausgedrückt ist. Dieses für die Maschinenconstruction äußerst wichtige Gesetz der Getriebebildung durch Feststellung verschiedener Glieder einer kinematischen Kette ist zuerst von Reuleaux gefunden worden.

Literatur. Die Kinematik als besondere Wissenschaft der Bewegung ohne Berücksichtigung der Kräfte ist zuerst von Ampère eingeführt worden, vergl. dessen Essai sur la Philosophie des sciences 1830. Das Momentancentrum wurde zuerst von Descartes (1724) bei der Erzeugung der Cycloide erkannt und von Johann Bernoulli für die allgemeine Bewegung eines ebenen Systems gefunden (1742). Von großer Bedeutung für die theoretische Kinematik sind die Arbeiten von Chasles (Comptes rend. de l'Académie T. XVI, 1843 und T. LI 1860. Vergl. auch dessen Aperçu historique, deutsch von Sohnke, Halle 1839), sowie Poinot, Théorie de la rotation des corps und Théorie des cônes circulaires. Ausführlich über Kinematik handeln die Werke: Laboulaye, Cinématique, 1849, Girault, Eléments de géométrie appl. à la transformation du mouvement, 1858, Resal, Traité de cinématique pure, 1862, Belanger, Traité de cinématique pure 1864, und Schell, Theorie der Bewegung und der Kräfte 1870. Die Arbeit von Bresse, welcher die beiden nach ihm benannten Kreise in §. 15 zuerst fand, siehe in Journal de l'école polytechnique T. XX, 1853. Ebenso sind die Arbeiten von Chelini, Gilbert, Aronhold u. A. von Bedeutung. Ein für die Anwendung vorzügliches inhaltreiches Werk ist das von Willis, Principles of mechanism, 1841, und verdient auch Giulio's Cinematica applicata besondere Erwähnung. Der „Theoretischen Kinematik von Reuleaux, 1875,“ ist schon mehrfach gedacht worden.