worden, und wird die Axe der Schraubenbewegung wohl auch die **Central-axe** der Bewegung genannt.

Axoide. Wenn ein frei beweglicher Körper K nach einander in verschiedene Lagen K_1, K_2, K_3 . . . gelangt, so kann man nach dem Vorstehenden immer gewisse schraubenförmige Bewegungen $\alpha_1 s_1$, $\alpha_2 s_2$, $\alpha_3 s_3$ . . . um bestimmte Axen A_1, A_2, A_3 . . . angeben, welche dasselbe Resultat der Ueberführung des Körpers K in die Lagen K_1, K_2, K_3 . . . herbeiführen. Der Körper nimmt also in Folge dieser Schraubenbewegungen dieselben Endstellungen K_1, K_2, K_3 . . . ein, wie vermöge seiner wirklichen Bewegung, ohne daß indessen die Bewegungen auch in den Zwischenstellungen zwischen K_1 und K_2, K_2 und K_3 . . . übereinstimmten, so lange es sich um Bewegungen von endlicher Größe handelt. Nur wenn die Ortsveränderungen zwischen den verschiedenen Lagen K_1, K_2, K_3 . . . unendlich klein sind, wird die continuirliche Folge der entsprechenden unendlich kleinen Schraubenbewegungen für jeden Augenblick mit der wirklichen Bewegung des Körpers identisch sein. Die in unendlich kleinen Zeitintervallen auf einander folgenden Schraubenbewegungen geschehen im Allgemeinen um verschiedene feste Axen im Raume, und es ist leicht zu erkennen, daß diese Axen, deren gegenseitige Abstände ebenfalls unendlich klein sein müssen, in ihrer Gesammtheit eine gewisse feste Fläche im Raume bestimmen. §. 26.

Sind A_1, A_2, A_3 . . . diese Axen oder die auf einanderfolgenden Erzeugungslinien dieser festen Fläche A, so giebt es, ähnlich wie in den früheren Fällen bei dem ebenen und dem um einen Punkt rotirenden Systeme, auch hier eine mit dem Körper verbundene zweite Fläche, welche mit jener ersten während der Bewegung stets in Berührung bleibt. Sei z. B. zu der gewissen Zeit t die augenblickliche Schraubenaxe in A_1 gegeben, so fällt eine gewisse Gerade B_1 des bewegten Körpers mit A_1 zusammen, um welche die Drehung α_1 stattfindet, während gleichzeitig zufolge der Schraubenbewegung der Körper mit der Geraden B_1 auf der festen Axe A_1 sich um die Größe s_1 verschiebt. Nach Vollführung dieser unendlich kleinen Schraubung um die Axe A_1 folgt eine zweite um die benachbarte Erzeugungslinie A_2 der festen Fläche, mit welcher nun auch eine andere Gerade B_2 des Körpers zusammenfällt. Der Körper dreht sich jetzt nicht nur um diese zweite Axe A_2 im Betrage α_2, sondern er verschiebt sich mit der Geraden B_2 auf der festen Axe A_2 um die Größe s_2, worauf eine dritte Gerade B_3 des Körpers in die darauf folgende Schraubenaxe A_3 hineinfällt u. s. w. Alle die gedachten Geraden B_1, B_2, B_3 . . ., welche in unendlich kleinen Abständen auf einander folgen, bilden daher eine gewisse, mit dem Körper verbundene geradlinige Fläche B. Man kann daher die beliebige Bewegung eines Körpers stets so auffassen, als wenn eine gewisse mit dem Körper verbundene und mit ihm bewegliche geradlinige Fläche B auf einer anderen geradlinigen festen Fläche A gleichzeitig rollt und gleitet.

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchung lassen sich nunmehr folgendermaßen in eine allgemeine Uebersicht zusammenfassen. Die relative Bewegung irgend eines starren Körpers, welcher Art sie auch sein möge, gegen einen anderen ebenfalls starren Körper läßt sich immer so auffassen, als seien mit diesen Körpern zwei geradlinige Flächen A und B fest verbunden, welche auf einander rollen, indem sie sich fortwährend in der jedesmaligen Momentanaxe berühren und gleichzeitig neben dem Rollen einer Verschiebung gegeneinander längs dieser Berührungslinie ausgesetzt sind. Es möge für diese die Momentanaxen enthaltenden Flächen, welche man sich etwa als Hyperboloide vorstellen kann, der von Reuleaux gewählte Name Axoide gebraucht werden.

Es ist natürlich, daß diese der allgemeinsten Bewegungsform entsprechenden Axoide auch diejenigen für gewisse specielle Bewegungen enthalten müssen, also z. B. die Axoide für die Bewegung eines ebenen Systems und eines um einen Punkt rotirenden Körpers, von welchen Bewegungen oben specieller gehandelt wurde. Es kann z. B. die betreffende Bewegung der Körper derart sein, daß sie durch bloßes Rollen der Axoide auf einander ohne Gleitung längs der Berührungslinien hervorgebracht werden kann. Die beiden Axoide müssen dann der geometrischen Bedingung der Abwickelbarkeit*) entsprechen, wie es etwa bei einem auf einer Schraubenfläche sich abrollenden Umdrehungshyperboloid der Fall ist. Ein specieller Fall hiervon ist derjenige, wo die beiden Körper einen Punkt O mit einander gemein haben, dessen relative Bewegung also Null ist. Durch diese Bedingung ist nicht nur jede relative Verschiebung der Körper gegen einander von vornherein unmöglich gemacht, sondern es müssen auch sämmtliche Momentanaxen auf beiden Axoiden durch diesen Punkt hindurchgehen, d. h. die beiden Axoide gehen in zwei Kegelflächen über, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt in dem Punkte O liegt. Dieser Fall entspricht offenbar dem um einen Punkt rotirenden Körper (§. 23).

Wenn ferner der Mittelpunkt O dieser Kegelflächen ins Unendliche rückt, so gehen die Axoide in gerade Cylinderflächen über und ihre Schnitte mit irgend einer zur Axenrichtung senkrechten Ebene sind die für das ebene System charakteristischen Polbahnen.

Es muß hierbei bemerkt werden, daß die Axoide A und B zweier irgendwie bewegten Körper durch ihr Rollen und Gleiten auf einander die relative Bewegung dieser Körper gegen einander bestimmen. Will man daher die absolute Bewegung eines der Körper im Raume, z. B. desjenigen mit dem Axoide B bestimmen, so ist es nöthig, den anderen Körper, dessen

*) S. Reuleaux, Kinematik S. 84.

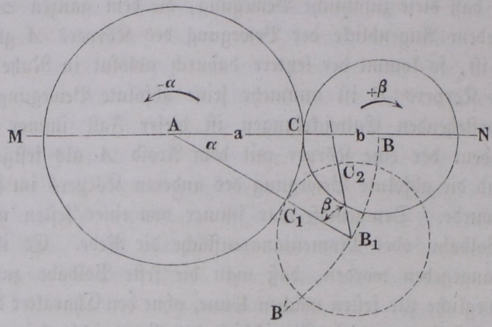
Axoid A ist, festzuhalten. Dies kann man immer dadurch erreichen, daß man beiden Körpern eine und dieselbe zusätzliche Bewegung ertheilt denkt, wodurch an der relativen Bewegung nichts geändert wird. Setzt man nämlich voraus, daß diese zusätzliche Bewegung, die dem ganzen System ertheilt wird, in jedem Augenblicke der Bewegung des Körpers A gleich und entgegengesetzt ist, so kommt der letztere dadurch absolut in Ruhe und die Bewegung des Körpers B ist nunmehr seine absolute Bewegung im Raume. In den vorstehenden Entwickelungen ist dieser Fall immer vorausgesetzt worden, indem der eine Körper mit dem Axoid A als festgehalten angenommen und die absolute Bewegung des anderen Körpers im festen Raume untersucht wurde. Demgemäß war immer von einer festen und einer beweglichen Polbahn oder Momentanaxenfläche die Rede. Es ist auch schon im §. 10 angegeben worden, daß man die feste Polbahn zur beweglichen und die bewegliche zur festen machen könne, ohne den Charakter der Bewegung zu ändern, und kommt diese Eigenschaft der Vertauschbarkeit natürlich nicht bloß den Polbahnen oder cylindrischen Axoiden eines ebenen Systems, sondern überhaupt den Momentanaxenflächen der allgemeinen Bewegung zu.

Da die Axoide, wie bemerkt, die relative Bewegung zweier Körper gegen einander feststellen, so wird die Bewegung des einen Körpers durch sie auch vollständig bestimmt sein, welche Bewegung man auch immer dem anderen Körper beigelegt denkt. Dies ist für die Theorie der Maschinengetriebe von großer Wichtigkeit, denn wenn auch bei den Maschinen stets gewisse Theile in absoluter Ruhe verharren, so sind doch ebenso häufig zwei solche Organe mit einander zu vergleichen, von welchen jedes seine besondere Bewegung hat. Ein Beispiel, welches sehr häufig in der Praxis vorkommt, möge hier zur Erläuterung angeführt sein.

Beispiel. Zwei parallele Axen oder Wellen, A und B, Fig. 26 (a. f. §. 27.
S.), sollen mit einander so in Verbindung gebracht werden (etwa durch zwei Zahnräder oder Frictionsscheiben), daß sie sich beide mit unveränderlicher Winkelgeschwindigkeit $-\alpha$ und beziehungsweise $+\beta$ in entgegengesetztem Sinne drehen, etwa wie die Pfeile bei α und β anzeigen. Um die vorläufig noch unbekannte Momentanaxe oder den Pol für einen beliebigen Augenblick zu bestimmen, sei beiden Wellen zunächst eine zusätzliche Bewegung $+\alpha$ ertheilt, d. h. eine Drehung um die Axe A von der Größe α, welche diese Welle bereits hat, aber von entgegengesetzter Richtung, wodurch offenbar an der relativen Bewegung der beiden Wellen nichts geändert wird. Dadurch wird jede der Wellen zweien Drehungen ausgesetzt, und zwar die Welle A einer Drehung $-\alpha$ und einer solchen $+\alpha$ um die eigene Axe, in Folge deren die Welle A zur Ruhe kommt. Die Welle B erhält ebenfalls eine Drehung $+\alpha$ um die Axe A und eine Drehung $+\beta$ um die Axe B. Diese unendlich

kleinen Drehungen geben nach §. 5 vereinigt, eine resultirende Drehung $\alpha + \beta$ um eine Axe C, welche auf der Verbindungslinie AB in solchen

Fig. 26.



Abständen a und b von A und B senkrecht steht, daß

$$a\alpha = b\beta \text{ oder } a : b = \beta : \alpha$$

ist. Da die Bewegung eine constante sein soll, so erkennt man ohne Weiteres, daß die beiden Axoide in dem vorliegenden Falle zwei um A und B mit AC resp. BC beschriebene normale Cylinderflächen sein müssen. Diese Axoide finden, wenn die beiden Wellen durch Frictionsräder in Verbindung gebracht werden, ihre materielle Verwirklichung in den angewandten cylindrischen Frictionsscheiben selbst, und entsprechen beim Zahnradbetrieb den sogenannten Theilrißflächen der Zahnräder. Der gemachten Voraussetzung, welcher zufolge die Welle A vollkommen ohne Bewegung ist, entspricht eine kreiselnde Bewegung der Axe B, vermöge deren dieselbe unter gleichzeitiger Drehung um sich selbst, planetenartig um die Axe A in dem Kreise BB_1 herumgeführt wird, wie solche Bewegungen in der That in der Praxis z. B. bei den Drehvorrichtungen von Krahnen vorkommen. Die gesammte Verdrehung der Axe B beträgt natürlich für jedes Zeitelement die Größe $\alpha + \beta$. Dies zu erkennen, denke man sich eine im absoluten Raume feste Gerade MN, welche mit der Verbindungslinie AB für den betrachteten Anfangszustand der Bewegung übereinstimmt, und stelle man sich ferner vor, es sei mit B ein in die Richtung BA fallender Arm oder Zeiger BC fest verbunden. Wenn dann die Axe B den unendlich kleinen Winkel $BAB_1 = \alpha$ durchlaufen hat, der Pol also von C nach C_1 gelangt ist, so ist der Zeiger in die Lage B_1C_2 gekommen, welche von der Richtung B_1C_1 um den Winkel $C_1B_1C_2 = \beta$ abweicht. Dieser Zeiger bildet daher mit seiner ursprünglichen Lage, d. h. mit der festen Richtung im Raume MN einen Winkel gleich $\alpha + \beta$.

Wenn man nunmehr dem ganzen Systeme, also sowohl der Welle A wie derjenigen B eine zusätzliche Drehung $-\alpha$ um A ertheilt, so verbleibt der Welle B nur noch die Drehung β um die eigene Axe, und man hat daher den ursprünglich zu Grunde gelegten Fall, wonach beide Axen sich nach entgegengesetzten Richtungen um $-\alpha$ resp. $+\beta$ drehen sollen, wie er in der Praxis bei fest gelagerten Wellen so häufig vorkommt. Da die relative Bewegung sich als Differenz ausdrücken läßt, so folgt für die Welle B eine relative Bewegung gegen A, die durch $\beta - (-\alpha) = \beta + \alpha$ ausgedrückt ist, während die Welle A gegen B eine relative Drehung von

$$-\alpha - (+\beta) = -(\alpha + \beta)$$

hat. Die relative Drehung der einen Welle gegen die andere ist also auch in diesem wie überhaupt in jedem Falle gleich $\alpha + \beta$.

Wenn man nun noch dem ganzen Systeme eine Drehung $-\beta$ um B ertheilt, so kommt die Welle B ganz in Ruhe und die Welle A wird in einem durch A gezeichneten, zu B concentrischen Kreise um den Winkel $-\beta$ herumgeführt, während sie sich gleichzeitig um den Winkel $-\alpha$ um die eigene Axe herumdreht. Die ganze Verdrehung der Welle A beträgt jetzt ebenfalls $\alpha + \beta$, aber diese Verdrehung ist derjenigen entgegengesetzt gerichtet, welche der Welle B ertheilt wurde, als A in Ruhe war.

Im Vorstehenden haben sich drei verschiedene Bewegungsformen für den vorliegenden Fall gefunden, welche in der Praxis auch vorkommen. Kinematisch stimmen diese Bewegungen vollkommen mit einander überein, denn es entspricht ihnen dasselbe Polbahnen- oder Axoidenpaar. Der ganze Unterschied der einzelnen Fälle besteht nur darin, daß entweder nur der einen oder nur der anderen, oder beiden Polbahnen eine Bewegung ertheilt wird. Die relative Bewegung hat, wie gezeigt wurde, immer denselben durch $\alpha + \beta$ ausgedrückten Betrag.

Es leuchtet aber sofort ein, daß die Mannigfaltigkeit der verschiedenen Bewegungsformen, dessen das betrachtete Getriebe fähig ist, eine unendlich große sein kann. Denn denkt man sich z. B., daß in jedem Zeittheilchen ∂t, in welchem der Welle B eine Drehung $+\beta$ um sich selbst ertheilt wird, der Welle A zwar eine Drehung, aber nicht im Werthe $-\alpha$, sondern in einem anderen Betrage $-\alpha_1$ gestattet wird, so ist es klar, daß für die Welle B eine Bewegung β_1 resultiren muß von solcher Beschaffenheit, daß die relative Bewegung von B gegen A den constanten Werth $\alpha + \beta$ hat. Es bestimmt sich daher β_1 aus der Gleichung

$$\beta_1 - (-\alpha_1) = \alpha + \beta \text{ zu } \beta_1 = \alpha + \beta - \alpha_1,$$

wofür man $\beta_1 = \alpha + \beta + \alpha_1$ zu setzen hätte, wenn der Welle A eine Drehung im Betrage $+\alpha_1$, also rechts herum, ertheilt würde.

Hieraus ergiebt sich, daß man wegen der ganz willkürlichen Annahme von

α_1 bei dem betrachteten einfachen Mechanismus die Bewegung in unendlich verschiedener Art modificiren kann, daß aber alle diese verschiedenen Bewegungsformen insofern mit einander übereinstimmen, als ihnen dasselbe Axoidenpaar entspricht. Auch die zuletzt betrachteten Abänderungen der Bewegung kommen in der Praxis sehr häufig bei den sogenannten Differentialgetrieben vor, welche weiter unten specieller behandelt werden sollen. Es dürfte aber wohl aus dem Vorhergehenden schon sich ergeben, daß die Prüfung der Bewegung mit Hülfe der zugehörigen Axoide den betreffenden Problemen eine große Durchsichtigkeit und Klarheit verleiht.

§. 28. **Elementenpaare.** Die in dem Vorhergehenden entwickelten Gesetze gelten ganz allgemein von der Bewegung starrer Körper. Da wir es hier aber nur mit den Maschinengetrieben zu thun haben, so werden wir jene Sätze auch nur in Bezug auf diese letzteren zur Anwendung bringen. Gleich im Eingange dieser Einleitung wurde auf den Unterschied aufmerksam gemacht, welcher zwischen einem frei bewegten Körper, z. B. einem geworfenen Steine, und einem Maschinenorgane hinsichtlich der Bewegung besteht. Während die Bahn des freien Körpers lediglich ein Ergebniß der auf ihn von außen wirkenden Kräfte ist (beim Steine der erste Anstoß, die Schwerkraft, der Luftwiderstand), so ist die Bahn eines Maschinentheils hiervon unabhängig. Hier sind es nicht sowohl äußere, sondern gewissermaßen innere Kräfte, welche den Körper dadurch zu einer bestimmten Bewegung zwingen, daß sie ihn an jeder anderen Bewegung hindern, die er etwa in Folge einer äußeren Kraft anzunehmen bestrebt ist. Diese inneren Kräfte beruhen in der Widerstandsfähigkeit derjenigen Materialien, womit man den betreffenden Körper umgiebt. Diese Widerstandskräfte werden nur durch die Einwirkung äußerer Kräfte hervorgerufen und verschwinden mit diesen. Man hat sie daher auch passend als latente Kräfte im Gegensatz zu den äußeren oder sensibeln Kräften bezeichnet.

Der geworfene Stein z. B. bewegt sich in einer gewissen näherungsweise parabolischen Bahn unter Einfluß der auf ihn wirkenden Kräfte, und jede zufällige, neu hinzutretende äußere Kraft, wie ein seitlicher Windstoß, lenkt ihn von der Bahn ab, welche er ohne diese Kraft beschrieben haben würde. Ein Maschinentheil hingegen, z. B. eine Welle, wird durch das sie fest umgreifende Lager gehindert, außer einer Drehung um ihre eigene Axe irgend welche andere Bewegung anzunehmen. Eine äußere Kraft, welche beispielsweise eine Verschiebung der Welle nach einer beliebigen Richtung anstrebt, wird wohl einen Druck der Welle gegen das Lager, aber keine wirkliche Verschiebung hervorrufen können, da das Lager sofort mit einer jenem Drucke gleichen und entgegengesetzten Widerstandskraft reagirt. Es geht hieraus hervor, daß die Maschinenorgane stets paarweise auftreten müssen, wie in dem angezogenen Falle der Zapfen und sein Lager ein solches Paar darstellen. Die Art der Bewegung, welche dem einen oder anderen Theile eines solchen Paars gestattet ist, kann lediglich eine Folge der Form dieser Theile sein, von welcher Form ja die Natur der möglichen Widerstandskräfte abhängig ist. Wenn z. B. der Zapfen, wie hier vorausgesetzt ist, die Gestalt eines an beiden Enden mit vorstehenden Rändern versehenen Cylinders hat, so wird ihm eine Drehung um seine Axe gestattet sein, und er wird eine solche in Folge einer entsprechenden äußeren Kraft annehmen, weil gegen eine drehende Bewegung das passend gearbeitete Lager keine (von der Reibung abgesehen) Widerstandskraft zu äußern vermag. Wäre dagegen der Zapfen prismatisch gebildet, so würde er eine Verschiebung in seiner Axenrichtung annehmen können, während das passend gearbeitete ebenfalls prismatische Lager sich einer Drehung des Zapfens entgegensetzen würde.

Mit Rücksicht hierauf definirt Reuleaux eine Maschine als eine Verbindung widerstandsfähiger Körper, welche so eingerichtet ist, daß mittelst ihrer mechanische Naturkräfte genöthigt werden können, unter bestimmten Bewegungen zu wirken.

Die Lehre von der Anordnung der Maschinengetriebe wird demnach darauf hinauskommen, die Formen zu bestimmen, welche man den einzelnen Maschinentheilen zu geben hat, um bestimmt vorgeschriebene Bewegungen zu erzielen. Es ist nun im Obigen näher erläutert, wie alle Bewegungen, so verwickelt sie auch sein mögen, sich stets auf gewisse elementare Bewegungen zurückführen lassen, nämlich auf Drehungen und Verschiebungen, oder wenn man will, auf eine schraubenförmige Bewegung (§. 25), welche als die allgemeinste Bewegungsform angesehen werden muß, aus der man die einfache Drehung und die einfache Verschiebung erhält, je nachdem man die Translation beziehungsweise die Rotation der Schraubenbewegung verschwinden läßt.

Diesen drei elementaren Bewegungen, aus denen alle anderen zusammengesetzt werden können, entsprechen nun ebenso viele Grundformen für die betreffenden Maschinentheile oder vielmehr Maschinentheilpaare, und es möge die von Reuleaux*) gewählte Bezeichnung Elementenpaare für die entsprechenden Organe gebraucht werden.

Diese Elementenpaare sind:

1. Das Drehkörperpaar, Fig. 27 (a. f. S.), bestehend aus einem massiven Umdrehungskörper A und seiner entsprechenden Umschlußform B, bei denen die Meridianlinie so geformt ist, daß eine Verschiebung in der Axenrichtung CD nicht möglich ist.

*) Bei der hier gegebenen kurzen Erläuterung der Grundlehren der Kinematik und bei den späteren Anwendungen ist die von Reuleaux, dem Schöpfer der eigentlichen Maschinengetriebelehre, eingeschlagene Methode befolgt.

Die relative Bewegung dieser beiden Theile gegen einander beschränkt sich hierbei auf eine Drehung um die geometrische Axe CD. Will man diese Bewegung nach dem Vorstehenden durch die zugehörigen Momentanaxenflächen oder Axoide kennzeichnen, so findet sich sofort, daß beide Axoide hier in eine Gerade, nämlich die geometrische Axe CD zusammenschrumpfen, da jede Ebene, welche man in irgend einem Elemente der Bahn eines beliebigen Punktes zu dieser Bahn senkrecht errichtet, durch diese Axe CD hindurchgeht. Dieses Elementenpaar findet im Maschinenbau als Zapfen

Fig. 27.

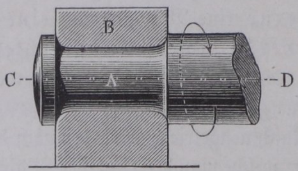
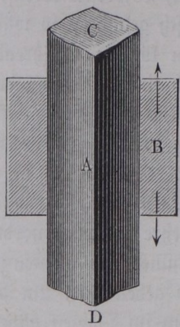


Fig. 28.

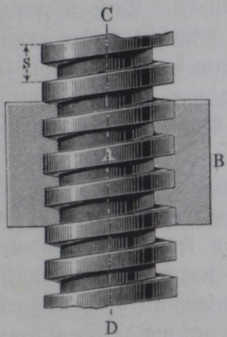


und Lager eine ausgedehnte Anwendung. Dabei ist die Grundform des Zapfens am häufigsten eine cylindrische, seltener conische, doch sind auch andere Umdrehungsformen nicht ausgeschlossen, insbesondere kommt bei Spurzapfen vielfach eine ebene Fläche vor, die als Umdrehungsfläche, erzeugt durch eine zur Axe senkrechte Gerade, angesehen werden kann.

2. Das **Prismenpaar**, bestehend aus einem massiven geraden Prisma A, Fig. 28, und einem dasselbe umschließenden Hohlprisma B, bei denen als Querschnittsform jede beliebige ebene Figur gewählt werden kann, mit alleiniger Ausnahme des Kreises, welcher letztere eine Drehung nicht ausschließen würde. Wenn trotzdem in der Praxis die Kreisform wegen der bequemen Ausführbarkeit genauer Cylinder sehr allgemein auch für Prismenpaare gewählt wird, z. B. bei Kolbenstangen und Stopfbüchsen, so ist dabei doch immer durch andere Mittel die Drehbarkeit verhindert. Die relative Beweglichkeit der beiden Theile dieses Paares besteht in einer Verschiebbarkeit in der Richtung der Prismenaxe CD. Will man eine solche Verschiebung als eine Drehung um eine in der Unendlichkeit gelegene Axe auffassen, so kann man die unendlich entfernte Gerade in einer Querschnittsebene als stetige Momentanaxe bezeichnen, in welche die beiden Axoide hier ausarten.

3. Das Schraubenpaar, bestehend aus einer cylindrischen Schraube oder Spindel A mit ihrer Mutter B, Fig. 29. Die Größe der Steigung s dieser Schraube ist ebenso wie diejenige der Halbmesser ihres Querschnitts gleichgültig, nur ist wegen der Möglichkeit der Bewegung bei vollkommenem Umschluß der Bedingung zu genügen, daß die Schraubenfläche von jedem zur Schraubenaxe concentrischen Kreiscylinder in einer geometrischen Schraubenlinie von gleichmäßiger Steigung geschnitten werde, und daß alle so erhaltenen Schraubenlinien dieselbe Steigung s haben. Bezeichnet daher r den Halbmesser eines solchen Cylinders, so hat man für den Neigungswinkel α der in ihm liegenden Schraubenlinie die Gleichung:

Fig. 29.



$$tang \alpha = \frac{s}{2 r \pi},$$

woraus folgt, daß bei derselben Schraube der Neigungswinkel α um so kleiner wird, je größer der Abstand r gewählt wird.

Die relative Bewegung der beiden Theile gegen einander besteht in einer Drehung um die geometrische Axe CD und einer gleichzeitigen Verschiebung in der Richtung derselben von solchem Betrage, daß das Verhältniß des Drehungswinkels zur Schiebung stets constant bleibt. Die Axoidenflächen sind hier ebenfalls beide in dieselbe gerade Linie, nämlich in die Schraubenaxe CD zusammengeschrumpft, und man kann sich vorstellen, diese Gerade wälze sich auf sich selbst, indem sie sich gleichzeitig ihrer Länge nach verschiebt.

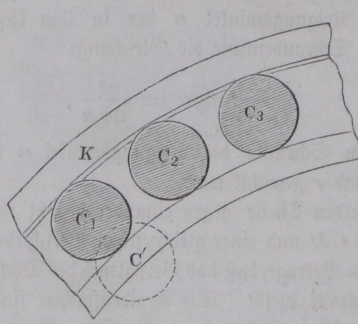
Bei allen diesen Elementenpaaren ist es gleichgültig, welcher der beiden Theile die Bewegung erhält, und es kann nach dem in §. 27 Gesagten auch jeder der Theile eine Bewegung machen, insbesondere kann bei dem Schraubenpaare die Spindel die drehende und die Mutter die schiebende Bewegung erhalten oder umgekehrt. Diese letzteren Fälle kommen in der Praxis fast noch häufiger vor, als diejenigen, wo der eine Theil ganz in Ruhe ist und die gesammte Bewegung von dem anderen Theile vollführt wird.

Höhere Elementenpaare. Die im vorstehenden Paragraphen betrachteten Elementenpaare haben die Eigenthümlichkeit, daß immer das eine Element von dem zugehörigen vollständig umschlossen wird, indem beide Elemente dieselbe Form haben, so zwar, daß das eine den Hohlkörper, das andere den Vollkörper vorstellt. Man nennt daher diese Paare Umschlußpaare. §. 29.

Im Gegensatz hierzu finden sich in dem Maschinenbau noch vielfach andere Elementenpaare vor, bei denen ein solcher Umschluß oder eine Berührung in sämmtlichen Punkten der Oberfläche nicht vorkommt, sondern wo die Berührung immer nur in einzelnen Punkten stattfindet. Diese Körperpaare müssen aber doch als wirkliche Elementenpaare betrachtet werden, weil sie der hierfür geltenden Bedingung genügen, daß jedem der beiden Körper durch die Widerstandsfähigkeit und Form des anderen nur ganz bestimmte Bewegungen gestattet sind, indem alle übrigen Bewegungen ausgeschlossen werden.

Seien z. B. C_1, C_2, C_3 . . ., Fig. 30, verschiedene Stellungen, in welche ein normaler Kreiscylinder bei einer bestimmten ihm zu ertheilenden Bewegung nach und nach gelangen soll, wobei Drehungen um die eigene Axe nicht ausgeschlossen sein mögen. Es läßt sich dann etwa ein canal- oder rinnenförmiges Stück K von solcher Beschaffenheit angeben, daß dasselbe dem Cylinder C nur diese vorausgesetzten Bewegungen gestattet, jede andere Bewegung z. B. in der Richtung $C_1\,C'$ oder in der Axenrichtung des Cylinders jedoch verbietet. Diese beiden Stücke C und K bilden dann nach der obigen Definition ein Elementenpaar, bei welchem K die Umhüllungsform für die Bewegung des Cylinders C erhalten hat. Letztere Eigenschaft ist übrigens eine gegenseitige, und man kann auch sagen, der Cylinder C bilde die Umhüllungsform des Canalstücks K, wie man sich durch folgende Betrachtung leicht überzeugt. Denkt man den Cylinder C in Stillstand versetzt, indem man in jedem Augenblicke dem ganzen Systeme, d. h. dem Cylinder C sowohl wie dem Canale K eine Bewegung ertheilt, welche derjenigen gleich und entgegengesetzt ist, die der Cylinder hat, so wird an der relativen Bewegung der beiden Elemente gegen einander nichts geändert. Der Canal nimmt bei dieser Voraussetzung eine gewisse Bewegung gegen den nun ruhenden Cylinder C an, und wenn man den Canal in allen aufeinanderfolgenden Stellungen in dieser Bewegung verzeichnet, so wird man finden, daß alle diese verschiedenen Lagen der Canalcurve den Kreis C

Fig. 30.



in der festen Stellung berühren, mit anderen Worten, daß der Kreis C auch die Umhüllungsform des Canals K ist.

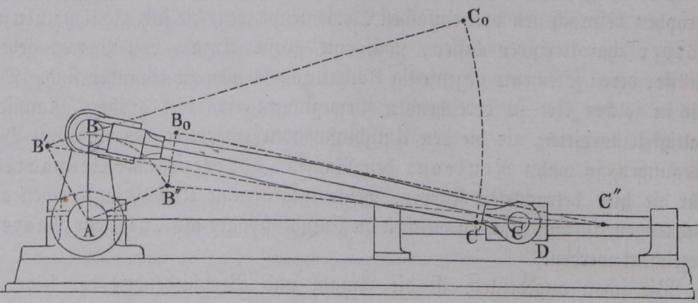
Hieraus geht hervor, daß es in der Praxis außer jenen im vorigen Paragraphen besprochenen drei einfachen Elementenpaaren, die sich als Umschlußkörper charakterisiren lassen, noch eine große Anzahl von Paaren geben müsse, deren Elemente gegenseitig Umhüllungsformen zu einander sind. Da die in solcher Art zu erreichenden Bewegungen eine viel größere Mannigfaltigkeit darbieten, als die den Umschlußpaaren entsprechenden einfachen Bewegungen, so wählt Reuleaux den Namen „höhere Elementenpaare" für die hier betrachteten Körper, welche gegenseitige Umhüllungsformen an sich tragen, im Gegensatz zu welchen die Umschlußpaare als „niedere Paare" bezeichnet werden.

Wie schon angedeutet, ist die Anzahl und Verschiedenheit der höheren Paare sehr groß, eine Aufzählung aller derselben würde ebenso unmöglich wie unnöthig sein, die in der Praxis hauptsächlich vorkommenden Repräsentanten werden sich im Laufe der folgenden Untersuchungen von selbst darstellen.

Kinematische Ketten. Aus den in §§. 29 und ~~30~~ 28 besprochenen §. 30.
Elementenpaaren setzen sich alle Maschinengetriebe zusammen, so verwickelt die Bewegungen auch sein mögen, welche durch sie erzielt oder vermittelt werden. Die Art und Weise der Zusammensetzung ist immer eine sehr einfache, und besteht lediglich darin, daß man das eine Element A_1 eines Paares A mit dem einen Elemente B_1 eines anderen Paares B zu einem starren Körper vereinigt, das zweite Element B_2 dieses Paares B ebenso mit dem einen Elemente C_1 eines dritten Paares C verbindet u. s. f. Diese Art der Vereinigung verschiedener Elemente und damit die Bildung der Maschinengetriebe läßt sich am besten an einem Beispiele veranschaulichen. Als solches sei das für die Praxis so wichtige Kurbelgetriebe, Fig. 31 (a.f.S.), gewählt, welches aus einer Vereinigung von drei Drehkörperpaaren oder Cylinderpaaren A, B, C und einem Prismenpaare D besteht. Es seien mit A_1, B_1, C_1 die Vollkörper oder cylindrischen Zapfen und mit A_2, B_2, C_2 die Hohlkörper oder zugehörigen Lager bezeichnet, und ebenso soll D_1 das massive Prisma und D_2 die prismatische Führungshülse bedeuten. Man kann diese vier Elementenpaare in verschiedener Weise so mit einander verbinden, daß immer ein Element eines Paares mit einem Elemente eines anderen Paares zu einem starren Körper vereinigt wird, und möge die bei dem Kurbelgetriebe gewöhnliche Verbindungsart hier vorausgesetzt werden. Demzufolge vereinigt man die Axe oder Welle A_1 mit dem Zapfen B_1 durch einen Körper, welcher die Kurbel genannt wird, und der durch $A_1 B_1$ bezeichnet werde. Ebenso soll das Zapfenlager B_2 mit demjenigen C_2 zu einer steifen Schub-

oder **Lenkerstange** $B_2 C_2$ verbunden gedacht werden. Der Zapfen C_1 des dritten Cylinderpaares bilde ferner mit der hohlen Büchse D_2 ein Stück

Fig. 31.



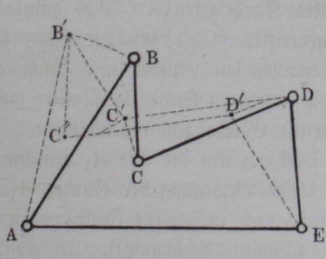
$C_1 D_2$, für welches der Name **Kreuzkopf** gebräuchlich ist, und endlich sei das massive Prisma D_1 mit dem Lager A_2 der Welle durch einen starren Fundamentrahmen oder die **Sohlplatte** $A_2 D_1$ verbunden. Auf diese Weise sind die einzelnen Elemente in ähnlicher Art mit einander vereinigt, wie es die Glieder einer in sich zurücklaufenden Kette sind, daher **Reuleaux** einer derartigen Verbindung von Elementenpaaren auch den Namen einer **kinematischen Kette** und jedem der erhaltenen Körper, die durch Verbindung zweier Elemente entstanden sind, den Namen eines **Gliedes** der kinematischen Kette beilegt. Man hat es hier mit den vier Gliedern, Kurbel, Schubstange, Kreuzkopf und Sohlplatte zu thun, und es leuchtet ein, daß man durch die erwähnte Verbindungsart ebenso viele Glieder erlangt hat, als Paare zur Verbindung gekommen sind. Diese letztere Eigenschaft ist übrigens nicht der Ausfluß eines allgemein gültigen Gesetzes, vielmehr sind recht wohl kinematische Ketten denkbar, und wie in der Folge sich zeigen wird, häufig angewandt, bei denen ein Glied mehr als zwei Elemente verschiedener Paare mit einander verknüpft. Daß die Verbindung der hier vorliegenden vier Paare auch in anderer Art geschehen kann, davon überzeugt man sich sehr leicht, denn es hätte z. B. auch die Axe A_1 mit dem Lager B_2 verbunden werden können, und der Zapfen B_1 mit dem Lager C_2 sowohl wie mit dem Zapfen C_1 u. s. f., wie denn derartige Anwendungen in der Praxis vorkommen, wenn auch weniger häufig, als die oben vorausgesetzte.

Wie nun aber auch die Verbindung geschehe, so verbleibt den einzelnen Paaren in jedem Falle der allgemeine Charakter der Relativbewegung, welcher den Elementen des Paares eigenthümlich ist, da ja niemals zwei Elemente desselben Paares mit einander starr verbunden werden. Der Zapfen eines Cylinderpaares behält auch nach der Verbindung die Möglichkeit einer relativen Verdrehung gegen sein Lager und einer prismatischen Führungshülse verbleibt nach wie vor die Eigenschaft einer relativen Verschiebbarkeit gegen das zugehörige Prisma in dessen Axenrichtung.

Wenn nun auch durch die vollzogene Verbindung in der Natur der den einzelnen Paaren belassenen Bewegungen nichts geändert wird, so wird doch der Betrag dieser Bewegungen dadurch bestimmten Beschränkungen unterworfen und die Bewegung in einem Paare von denjenigen der benachbarten Paare in gewissem Maße abhängig gemacht. Es ist z. B. klar, daß während das Cylinderpaar C in vorliegendem Falle vor der Verbindung eine relative Verdrehung der beiden Elemente C_1 und C_2 im Betrage einer vollen Umdrehung gestattet, diese Drehung nach der Vereinigung der Theile zum Kurbelgetriebe nur noch um einen bestimmten Winkel stattfinden kann. Ebenso ersieht man, daß die Verschiebung der Hülse D_2 auf dem Prisma D_1 in dem Kurbelgetriebe auf ein ganz bestimmtes Maß, nämlich die doppelte Kurbellänge $A_1 B_1$ beschränkt, während in einem Prismenpaare an sich die Verschiebung innerhalb der Prismenlänge beliebig ist.

Wenn man in einer solchen Verbindung von Elementenpaaren, wie z. B. in Fig. 31, einem Gliede, etwa der Kurbel $A_1 B_1$, eine relative Bewegung gegen das benachbarte Glied $A_2 D_1$ ertheilt, so werden im Allgemeinen auch die übrigen Glieder zu Bewegungen veranlaßt werden. Hierbei sind nun zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem durch eine gewisse Bewegung eines Gliedes gegen ein Nachbarglied die sämmtlichen übrigen Glieder zu ganz bestimmten Bewegungen veranlaßt werden, oder nicht. Das erstere ist bei dem hier betrachteten Kurbelbetriebe offenbar der Fall, denn giebt man z. B. der Kurbel irgend welche Bewegung von AB in die Lage AB', so ist die zugehörige Verschiebung von C nach C' vollkommen bestimmt, da ja zur Verzeichnung des Dreiecks $AB'C'$ die Bestimmungsstücke bekannt sind. Anders verhält sich in dieser Hinsicht z. B. die in Fig. 32 skizzirte Verbindung der fünf Cylinderpaare $ABCDE$, denn wenn man hier dem Gliede AB gegen AE eine Bewegung ertheilt, etwa von AB nach AB', so ist dadurch die Lage von C und D noch vollkommen unbestimmt, da die zur Feststellung des Fünfecks $ABCDE$ gegebenen Bestimmungsstücke, die fünf Seiten und ein Winkel EAB' nicht ausreichen. Es kann z. B. das Paar C ebensowohl nach C' wie nach C'' gelangen, und D in seiner ursprünglichen Lage D verharren oder nach D' geführt werden. Da es bei Ausführung der Maschinengetriebe darauf ankommt, ganz bestimmte Bewegungen der einzelnen Organe zu erzielen, so ergiebt

Fig. 32.

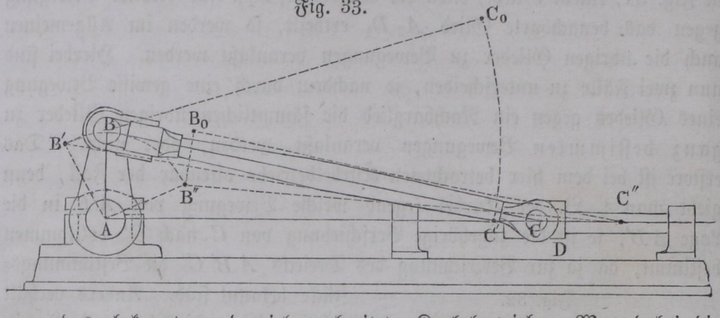


sich also, daß es sich dabei nur um solche kinematische Ketten handeln kann, bei welchen eine Bewegung eines Gliedes gegen ein benachbartes ganz bestimmte Bewegungen der übrigen Glieder zur Folge hat. Eine solche Kette heißt eine zwangläufig geschlossene oder schlechtweg eine geschlossene Kette.

Wenn man in einer zwangläufigen kinematischen Kette, d. h. einer Verbindung von Elementenpaaren wie die oben besprochene, Fig. 31, ein gewisses Glied festhält, z. B. den Fundamentrahmen $A_2 D_1$, so werden aus den relativen Bewegungen der einzelnen Glieder, z. B. der Kurbel $A_1 B_1$, der Lenkerstange ꝛc. absolute Bewegungen in dem mit dem festgehaltenen Gliede verbunden gedachten Raume. Eine solche geschlossene kinematische Kette, von welcher ein Glied festgehalten wird, ist nach Reuleaux ein Maschinengetriebe oder ein Mechanismus, und es wird daraus, der oben gegebenen Definition entsprechend, eine Maschine, wenn auf ein Glied desselben eine äußere Kraft in solcher Weise wirkt, daß sie eine Bewegung desselben hervorbringt.

§. 31. **Getriebebildung aus der kinematischen Kette.** Denkt man sich das Glied $A_2 D_1$ der kinematischen Kette Fig. 33 festgestellt, so erhält

Fig. 33.



man das bekannte und viel verbreitete Kurbelgetriebe. Was dabei die Bewegungen der einzelnen Glieder anbetrifft, so ist zunächst klar, daß die dem festgestellten Gliede $A_2 D_1$ benachbarten Glieder nur solche absolute Bewegungen annehmen können, wie diejenigen Paare sie zulassen, durch welche jene Glieder mit dem festgehaltenen Gliede zusammenhängen. So kann z. B. die Kurbel $A_1 B_1$ nur eine Drehung um die Axe A_1 annehmen, und die beiden Polbahnen, welche die relative Bewegung der Kurbel $A_1 B_1$ gegen die Grundplatte $A_2 D_1$ bestimmen, sind in diesem Falle zu einem Punkte, dem Axenpunkte der Welle A_1, zusammengeschrumpft. In gleicher Art erkennt man, daß die Bewegung des Kreuzkopfes $C_1 D_2$ lediglich eine geradlinige Schiebung sein kann, wie das Prismenpaar D sie gestattet, in welchem der Kreuzkopf $C_1 D_2$ mit dem festgehaltenen Gliede $A_2 D_1$ zusammenhängt. Die Bewegung eines Gliedes, welches wie die Lenkerstange $B_2 C_2$ nicht direct mit dem festgehaltenen Gliede verbunden ist, sondern mit demselben erst