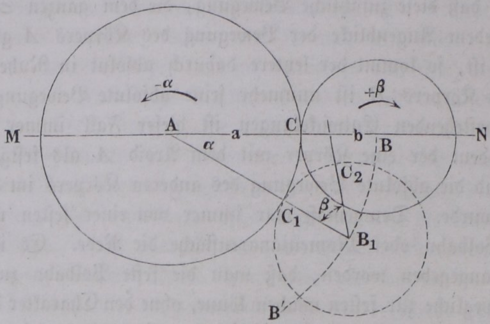
Axoid A ist, festzuhalten. Dies kann man immer dadurch erreichen, daß man beiden Körpern eine und dieselbe zusätzliche Bewegung ertheilt denkt, wodurch an der relativen Bewegung nichts geändert wird. Setzt man nämlich voraus, daß diese zusätzliche Bewegung, die dem ganzen System ertheilt wird, in jedem Augenblicke der Bewegung des Körpers A gleich und entgegengesetzt ist, so kommt der letztere dadurch absolut in Ruhe und die Bewegung des Körpers B ist nunmehr seine absolute Bewegung im Raume. In den vorstehenden Entwickelungen ist dieser Fall immer vorausgesetzt worden, indem der eine Körper mit dem Axoid A als festgehalten angenommen und die absolute Bewegung des anderen Körpers im festen Raume untersucht wurde. Demgemäß war immer von einer festen und einer beweglichen Polbahn oder Momentanaxenfläche die Rede. Es ist auch schon im §. 10 angegeben worden, daß man die feste Polbahn zur beweglichen und die bewegliche zur festen machen könne, ohne den Charakter der Bewegung zu ändern, und kommt diese Eigenschaft der Vertauschbarkeit natürlich nicht bloß den Polbahnen oder cylindrischen Axoiden eines ebenen Systems, sondern überhaupt den Momentanaxenflächen der allgemeinen Bewegung zu.

Da die Axoide, wie bemerkt, die relative Bewegung zweier Körper gegen einander feststellen, so wird die Bewegung des einen Körpers durch sie auch vollständig bestimmt sein, welche Bewegung man auch immer dem anderen Körper beigelegt denkt. Dies ist für die Theorie der Maschinengetriebe von großer Wichtigkeit, denn wenn auch bei den Maschinen stets gewisse Theile in absoluter Ruhe verharren, so sind doch ebenso häufig zwei solche Organe mit einander zu vergleichen, von welchen jedes seine besondere Bewegung hat. Ein Beispiel, welches sehr häufig in der Praxis vorkommt, möge hier zur Erläuterung angeführt sein.

Beispiel. Zwei parallele Axen oder Wellen, A und B, Fig. 26 (a. f. S.), sollen mit einander so in Verbindung gebracht werden (etwa durch zwei Zahnräder oder Frictionsscheiben), daß sie sich beide mit unveränderlicher Winkelgeschwindigkeit $-\alpha$ und beziehungsweise $+\beta$ in entgegengesetztem Sinne drehen, etwa wie die Pfeile bei α und β anzeigen. Um die vorläufig noch unbekannte Momentanaxe oder den Pol für einen beliebigen Augenblick zu bestimmen, sei beiden Wellen zunächst eine zusätzliche Bewegung $+\alpha$ ertheilt, d. h. eine Drehung um die Axe A von der Größe α, welche diese Welle bereits hat, aber von entgegengesetzter Richtung, wodurch offenbar an der relativen Bewegung der beiden Wellen nichts geändert wird. Dadurch wird jede der Wellen zweien Drehungen ausgesetzt, und zwar die Welle A einer Drehung $-\alpha$ und einer solchen $+\alpha$ um die eigene Axe, in Folge deren die Welle A zur Ruhe kommt. Die Welle B erhält ebenfalls eine Drehung $+\alpha$ um die Axe A und eine Drehung $+\beta$ um die Axe B. Diese unendlich §. 27.

kleinen Drehungen geben nach §. 5 vereinigt, eine resultirende Drehung $\alpha + \beta$ um eine Axe C, welche auf der Verbindungslinie AB in solchen

Fig. 26.



Abständen a und b von A und B senkrecht steht, daß

$$a\alpha = b\beta \text{ oder } a : b = \beta : \alpha$$

ist. Da die Bewegung eine constante sein soll, so erkennt man ohne Weiteres, daß die beiden Axoide in dem vorliegenden Falle zwei um A und B mit AC resp. BC beschriebene normale Cylinderflächen sein müssen. Diese Axoide finden, wenn die beiden Wellen durch Frictionsräder in Verbindung gebracht werden, ihre materielle Verwirklichung in den angewandten cylindrischen Frictionsscheiben selbst, und entsprechen beim Zahnradbetrieb den sogenannten Theilrißflächen der Zahnräder. Der gemachten Voraussetzung, welcher zufolge die Welle A vollkommen ohne Bewegung ist, entspricht eine kreiselnde Bewegung der Axe B, vermöge deren dieselbe unter gleichzeitiger Drehung um sich selbst, planetenartig um die Axe A in dem Kreise BB_1 herumgeführt wird, wie solche Bewegungen in der That in der Praxis z. B. bei den Drehvorrichtungen von Krahnen vorkommen. Die gesammte Verdrehung der Axe B beträgt natürlich für jedes Zeitelement die Größe $\alpha + \beta$. Dies zu erkennen, denke man sich eine im absoluten Raume feste Gerade MN, welche mit der Verbindungslinie AB für den betrachteten Anfangszustand der Bewegung übereinstimmt, und stelle man sich ferner vor, es sei mit B ein in die Richtung BA fallender Arm oder Zeiger BC fest verbunden. Wenn dann die Axe B den unendlich kleinen Winkel $BAB_1 = \alpha$ durchlaufen hat, der Pol also von C nach C_1 gelangt ist, so ist der Zeiger in die Lage B_1C_2 gekommen, welche von der Richtung B_1C_1 um den Winkel $C_1B_1C_2 = \beta$ abweicht. Dieser Zeiger bildet daher mit seiner ursprünglichen Lage, d. h. mit der festen Richtung im Raume MN einen Winkel gleich $\alpha + \beta$.

Wenn man nunmehr dem ganzen Systeme, also sowohl der Welle A wie derjenigen B eine zusätzliche Drehung $-\alpha$ um A ertheilt, so verbleibt der Welle B nur noch die Drehung β um die eigene Axe, und man hat daher den ursprünglich zu Grunde gelegten Fall, wonach beide Axen sich nach entgegengesetzten Richtungen um $-\alpha$ resp. $+\beta$ drehen sollen, wie er in der Praxis bei fest gelagerten Wellen so häufig vorkommt. Da die relative Bewegung sich als Differenz ausdrücken läßt, so folgt für die Welle B eine relative Bewegung gegen A, die durch $\beta - (-\alpha) = \beta + \alpha$ ausgedrückt ist, während die Welle A gegen B eine relative Drehung von

$$-\alpha - (+\beta) = -(\alpha + \beta)$$

hat. Die relative Drehung der einen Welle gegen die andere ist also auch in diesem wie überhaupt in jedem Falle gleich $\alpha + \beta$.

Wenn man nun noch dem ganzen Systeme eine Drehung $-\beta$ um B ertheilt, so kommt die Welle B ganz in Ruhe und die Welle A wird in einem durch A gezeichneten, zu B concentrischen Kreise um den Winkel $-\beta$ herumgeführt, während sie sich gleichzeitig um den Winkel $-\alpha$ um die eigene Axe herumdreht. Die ganze Verdrehung der Welle A beträgt jetzt ebenfalls $\alpha + \beta$, aber diese Verdrehung ist derjenigen entgegengesetzt gerichtet, welche der Welle B ertheilt wurde, als A in Ruhe war.

Im Vorstehenden haben sich drei verschiedene Bewegungsformen für den vorliegenden Fall gefunden, welche in der Praxis auch vorkommen. Kinematisch stimmen diese Bewegungen vollkommen mit einander überein, denn es entspricht ihnen dasselbe Polbahnen- oder Axoidenpaar. Der ganze Unterschied der einzelnen Fälle besteht nur darin, daß entweder nur der einen oder nur der anderen, oder beiden Polbahnen eine Bewegung ertheilt wird. Die relative Bewegung hat, wie gezeigt wurde, immer denselben durch $\alpha + \beta$ ausgedrückten Betrag.

Es leuchtet aber sofort ein, daß die Mannigfaltigkeit der verschiedenen Bewegungsformen, dessen das betrachtete Getriebe fähig ist, eine unendlich große sein kann. Denn denkt man sich z. B., daß in jedem Zeittheilchen ∂t, in welchem der Welle B eine Drehung $+\beta$ um sich selbst ertheilt wird, der Welle A zwar eine Drehung, aber nicht im Werthe $-\alpha$, sondern in einem anderen Betrage $-\alpha_1$ gestattet wird, so ist es klar, daß für die Welle B eine Bewegung β_1 resultiren muß von solcher Beschaffenheit, daß die relative Bewegung von B gegen A den constanten Werth $\alpha + \beta$ hat. Es bestimmt sich daher β_1 aus der Gleichung

$$\beta_1 - (-\alpha_1) = \alpha + \beta \text{ zu } \beta_1 = \alpha + \beta - \alpha_1,$$

wofür man $\beta_1 = \alpha + \beta + \alpha_1$ zu setzen hätte, wenn der Welle A eine Drehung im Betrage $+\alpha_1$, also rechts herum, ertheilt würde.

Hieraus ergiebt sich, daß man wegen der ganz willkürlichen Annahme von

α_1 bei dem betrachteten einfachen Mechanismus die Bewegung in unendlich verschiedener Art modificiren kann, daß aber alle diese verschiedenen Bewegungsformen insofern mit einander übereinstimmen, als ihnen dasselbe Axoidenpaar entspricht. Auch die zuletzt betrachteten Abänderungen der Bewegung kommen in der Praxis sehr häufig bei den sogenannten Differentialgetrieben vor, welche weiter unten specieller behandelt werden sollen. Es dürfte aber wohl aus dem Vorhergehenden schon sich ergeben, daß die Prüfung der Bewegung mit Hülfe der zugehörigen Axoide den betreffenden Problemen eine große Durchsichtigkeit und Klarheit verleiht.

§. 28. **Elementenpaare.** Die in dem Vorhergehenden entwickelten Gesetze gelten ganz allgemein von der Bewegung starrer Körper. Da wir es hier aber nur mit den Maschinengetrieben zu thun haben, so werden wir jene Sätze auch nur in Bezug auf diese letzteren zur Anwendung bringen. Gleich im Eingange dieser Einleitung wurde auf den Unterschied aufmerksam gemacht, welcher zwischen einem frei bewegten Körper, z. B. einem geworfenen Steine, und einem Maschinenorgane hinsichtlich der Bewegung besteht. Während die Bahn des freien Körpers lediglich ein Ergebniß der auf ihn von außen wirkenden Kräfte ist (beim Steine der erste Anstoß, die Schwerkraft, der Luftwiderstand), so ist die Bahn eines Maschinentheils hiervon unabhängig. Hier sind es nicht sowohl äußere, sondern gewissermaßen innere Kräfte, welche den Körper dadurch zu einer bestimmten Bewegung zwingen, daß sie ihn an jeder anderen Bewegung hindern, die er etwa in Folge einer äußeren Kraft anzunehmen bestrebt ist. Diese inneren Kräfte beruhen in der Widerstandsfähigkeit derjenigen Materialien, womit man den betreffenden Körper umgiebt. Diese Widerstandskräfte werden nur durch die Einwirkung äußerer Kräfte hervorgerufen und verschwinden mit diesen. Man hat sie daher auch passend als latente Kräfte im Gegensatz zu den äußeren oder sensibeln Kräften bezeichnet.

Der geworfene Stein z. B. bewegt sich in einer gewissen näherungsweise parabolischen Bahn unter Einfluß der auf ihn wirkenden Kräfte, und jede zufällige, neu hinzutretende äußere Kraft, wie ein seitlicher Windstoß, lenkt ihn von der Bahn ab, welche er ohne diese Kraft beschrieben haben würde. Ein Maschinentheil hingegen, z. B. eine Welle, wird durch das sie fest umgreifende Lager gehindert, außer einer Drehung um ihre eigene Axe irgend welche andere Bewegung anzunehmen. Eine äußere Kraft, welche beispielsweise eine Verschiebung der Welle nach einer beliebigen Richtung anstrebt, wird wohl einen Druck der Welle gegen das Lager, aber keine wirkliche Verschiebung hervorrufen können, da das Lager sofort mit einer jenem Drucke gleichen und entgegengesetzten Widerstandskraft reagirt. Es geht hieraus hervor, daß die Maschinenorgane stets paarweise auftreten müssen, wie in