worden, und wird die Axe der Schraubenbewegung wohl auch die Central-axe der Bewegung genannt.

Axoide. Wenn ein frei beweglicher Körper K nach einander in verschiedene Lagen K_1, K_2, K_3 . . . gelangt, so kann man nach dem Vorstehenden immer gewisse schraubenförmige Bewegungen $\alpha_1 s_1$, $\alpha_2 s_2$, $\alpha_3 s_3$ . . . um bestimmte Axen A_1, A_2, A_3 . . . angeben, welche dasselbe Resultat der Ueberführung des Körpers K in die Lagen K_1, K_2, K_3 . . . herbeiführen. Der Körper nimmt also in Folge dieser Schraubenbewegungen dieselben Endstellungen K_1, K_2, K_3 . . . ein, wie vermöge seiner wirklichen Bewegung, ohne daß indessen die Bewegungen auch in den Zwischenstellungen zwischen K_1 und K_2, K_2 und K_3 . . . übereinstimmten, so lange es sich um Bewegungen von endlicher Größe handelt. Nur wenn die Ortsveränderungen zwischen den verschiedenen Lagen K_1, K_2, K_3 . . . unendlich klein sind, wird die continuirliche Folge der entsprechenden unendlich kleinen Schraubenbewegungen für jeden Augenblick mit der wirklichen Bewegung des Körpers identisch sein. Die in unendlich kleinen Zeitintervallen auf einander folgenden Schraubenbewegungen geschehen im Allgemeinen um verschiedene feste Axen im Raume, und es ist leicht zu erkennen, daß diese Axen, deren gegenseitige Abstände ebenfalls unendlich klein sein müssen, in ihrer Gesammtheit eine gewisse feste Fläche im Raume bestimmen. §. 26.

Sind A_1, A_2, A_3 . . . diese Axen oder die auf einanderfolgenden Erzeugungslinien dieser festen Fläche A, so giebt es, ähnlich wie in den früheren Fällen bei dem ebenen und dem um einen Punkt rotirenden Systeme, auch hier eine mit dem Körper verbundene zweite Fläche, welche mit jener ersten während der Bewegung stets in Berührung bleibt. Sei z. B. zu der gewissen Zeit t die augenblickliche Schraubenaxe in A_1 gegeben, so fällt eine gewisse Gerade B_1 des bewegten Körpers mit A_1 zusammen, um welche die Drehung α_1 stattfindet, während gleichzeitig zufolge der Schraubenbewegung der Körper mit der Geraden B_1 auf der festen Axe A_1 sich um die Größe s_1 verschiebt. Nach Vollführung dieser unendlich kleinen Schraubung um die Axe A_1 folgt eine zweite um die benachbarte Erzeugungslinie A_2 der festen Fläche, mit welcher nun auch eine andere Gerade B_2 des Körpers zusammenfällt. Der Körper dreht sich jetzt nicht nur um diese zweite Axe A_2 im Betrage α_2, sondern er verschiebt sich mit der Geraden B_2 auf der festen Axe A_2 um die Größe s_2, worauf eine dritte Gerade B_3 des Körpers in die darauf folgende Schraubenaxe A_3 hineinfällt u. s. w. Alle die gedachten Geraden B_1, B_2, B_3 . . ., welche in unendlich kleinen Abständen auf einander folgen, bilden daher eine gewisse, mit dem Körper verbundene geradlinige Fläche B. Man kann daher die beliebige Bewegung eines Körpers stets so auffassen, als wenn eine gewisse mit dem Körper verbundene und mit ihm bewegliche geradlinige Fläche B auf einer anderen geradlinigen festen Fläche A gleichzeitig rollt und gleitet.

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchung lassen sich nunmehr folgendermaßen in eine allgemeine Uebersicht zusammenfassen. Die relative Bewegung irgend eines starren Körpers, welcher Art sie auch sein möge, gegen einen anderen ebenfalls starren Körper läßt sich immer so auffassen, als seien mit diesen Körpern zwei geradlinige Flächen A und B fest verbunden, welche auf einander rollen, indem sie sich fortwährend in der jedesmaligen Momentanaxe berühren und gleichzeitig neben dem Rollen einer Verschiebung gegeneinander längs dieser Berührungslinie ausgesetzt sind. Es möge für diese die Momentanaxen enthaltenden Flächen, welche man sich etwa als Hyperboloide vorstellen kann, der von Reuleaux gewählte Name Axoide gebraucht werden.

Es ist natürlich, daß diese der allgemeinsten Bewegungsform entsprechenden Axoide auch diejenigen für gewisse specielle Bewegungen enthalten müssen, also z. B. die Axoide für die Bewegung eines ebenen Systems und eines um einen Punkt rotirenden Körpers, von welchen Bewegungen oben specieller gehandelt wurde. Es kann z. B. die betreffende Bewegung der Körper derart sein, daß sie durch bloßes Rollen der Axoide auf einander ohne Gleitung längs der Berührungslinien hervorgebracht werden kann. Die beiden Axoide müssen dann der geometrischen Bedingung der Abwickelbarkeit*) entsprechen, wie es etwa bei einem auf einer Schraubenfläche sich abrollenden Umdrehungshyperboloid der Fall ist. Ein specieller Fall hiervon ist derjenige, wo die beiden Körper einen Punkt O mit einander gemein haben, dessen relative Bewegung also Null ist. Durch diese Bedingung ist nicht nur jede relative Verschiebung der Körper gegen einander von vornherein unmöglich gemacht, sondern es müssen auch sämmtliche Momentanaxen auf beiden Axoiden durch diesen Punkt hindurchgehen, d. h. die beiden Axoide gehen in zwei Kegelflächen über, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt in dem Punkte O liegt. Dieser Fall entspricht offenbar dem um einen Punkt rotirenden Körper (§. 23).

Wenn ferner der Mittelpunkt O dieser Kegelflächen ins Unendliche rückt, so gehen die Axoide in gerade Cylinderflächen über und ihre Schnitte mit irgend einer zur Axenrichtung senkrechten Ebene sind die für das ebene System charakteristischen Polbahnen.

Es muß hierbei bemerkt werden, daß die Axoide A und B zweier irgendwie bewegten Körper durch ihr Rollen und Gleiten auf einander die relative Bewegung dieser Körper gegen einander bestimmen. Will man daher die absolute Bewegung eines der Körper im Raume, z. B. desjenigen mit dem Axoide B bestimmen, so ist es nöthig, den anderen Körper, dessen

*) S. Reuleaux, Kinematik S. 84.

Axoid A ist, festzuhalten. Dies kann man immer dadurch erreichen, daß man beiden Körpern eine und dieselbe zusätzliche Bewegung ertheilt denkt, wodurch an der relativen Bewegung nichts geändert wird. Setzt man nämlich voraus, daß diese zusätzliche Bewegung, die dem ganzen System ertheilt wird, in jedem Augenblicke der Bewegung des Körpers A gleich und entgegengesetzt ist, so kommt der letztere dadurch absolut in Ruhe und die Bewegung des Körpers B ist nunmehr seine absolute Bewegung im Raume. In den vorstehenden Entwickelungen ist dieser Fall immer vorausgesetzt worden, indem der eine Körper mit dem Axoid A als festgehalten angenommen und die absolute Bewegung des anderen Körpers im festen Raume untersucht wurde. Demgemäß war immer von einer festen und einer beweglichen Polbahn oder Momentanaxenfläche die Rede. Es ist auch schon im §. 10 angegeben worden, daß man die feste Polbahn zur beweglichen und die bewegliche zur festen machen könne, ohne den Charakter der Bewegung zu ändern, und kommt diese Eigenschaft der Vertauschbarkeit natürlich nicht bloß den Polbahnen oder cylindrischen Axoiden eines ebenen Systems, sondern überhaupt den Momentanaxenflächen der allgemeinen Bewegung zu.

Da die Axoide, wie bemerkt, die relative Bewegung zweier Körper gegen einander feststellen, so wird die Bewegung des einen Körpers durch sie auch vollständig bestimmt sein, welche Bewegung man auch immer dem anderen Körper beigelegt denkt. Dies ist für die Theorie der Maschinengetriebe von großer Wichtigkeit, denn wenn auch bei den Maschinen stets gewisse Theile in absoluter Ruhe verharren, so sind doch ebenso häufig zwei solche Organe mit einander zu vergleichen, von welchen jedes seine besondere Bewegung hat. Ein Beispiel, welches sehr häufig in der Praxis vorkommt, möge hier zur Erläuterung angeführt sein.

Beispiel. Zwei parallele Axen oder Wellen, A und B, Fig. 26 (a. f. S.), sollen mit einander so in Verbindung gebracht werden (etwa durch zwei Zahnräder oder Frictionsscheiben), daß sie sich beide mit unveränderlicher Winkelgeschwindigkeit $-\alpha$ und beziehungsweise $+\beta$ in entgegengesetztem Sinne drehen, etwa wie die Pfeile bei α und β anzeigen. Um die vorläufig noch unbekannte Momentanaxe oder den Pol für einen beliebigen Augenblick zu bestimmen, sei beiden Wellen zunächst eine zusätzliche Bewegung $+\alpha$ ertheilt, d. h. eine Drehung um die Axe A von der Größe α, welche diese Welle bereits hat, aber von entgegengesetzter Richtung, wodurch offenbar an der relativen Bewegung der beiden Wellen nichts geändert wird. Dadurch wird jede der Wellen zweien Drehungen ausgesetzt, und zwar die Welle A einer Drehung $-\alpha$ und einer solchen $+\alpha$ um die eigene Axe, in Folge deren die Welle A zur Ruhe kommt. Die Welle B erhält ebenfalls eine Drehung $+\alpha$ um die Axe A und eine Drehung $+\beta$ um die Axe B. Diese unendlich §. 27.