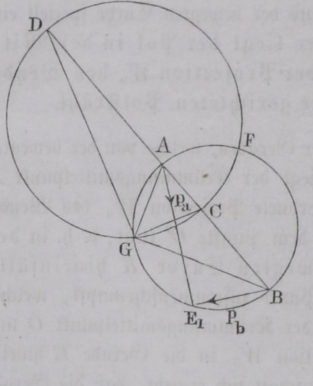
E, in welcher der Körperpunkt K geführt wird, durch den Wendepol hindurchgeht.

Was schließlich noch die Geschwindigkeit des Wendepols anbetrifft, so ist dieselbe nach dem Früheren gleich $PW \, . \, \omega$, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des ganzen Systems um das Momentencentrum P und wenn PW den Abstand des Wendepols von P bezeichnet. Letztgedachter Abstand ist nun aber der Durchmesser des Wendekreises, welcher in §. 15 zu $\frac{u}{\omega}$ gefunden worden ist. Demzufolge ergiebt sich die Geschwindigkeit des Wendepols W zu $\frac{u}{\omega}\,\omega = u$, d. h. gleich der Wechselgeschwindigkeit des Momentancentrums oder Pols. Die Geschwindigkeit, welche irgend ein Punkt des Wendekreises W_0, Fig. 19, hat, dessen Polstrahl PW_0 den Winkel γ mit der Normale PW zur Polbahn bildet, bestimmt sich demgemäß zu

$$v = PW_0 \, . \, \omega = \frac{u}{\omega} \cos\gamma \, . \, \omega = u \cos\gamma.$$

§. 21. Bestimmung des Beschleunigungscentrums. In §. 15 lernten wir das Beschleunigungscentrum als einen Punkt ohne Beschleunigung kennen, dessen Lage durch den Schnittpunkt der zwei zu einander senkrechten Geraden gegeben ist, welche eine Beschleunigung nach der Polbahntangente und beziehungsweise nach der Polbahnnormale im Pol nicht haben. Die Kenntniß dieses Punktes, welcher übrigens auch in den Schnittpunkt des Wendekreises mit dem Kreise für die Punkte ohne Tangentialbeschleunigung hineinfällt, ist für die Untersuchung der Bewegung der Mechanismen von besonderer Wichtigkeit, und soll daher noch die Bestimmung dieses Beschleunigungscentrums erörtert werden.

Fig. 20.



Das Beschleunigungscentrum G, Fig. 20, hat nach §. 15 die Eigenschaft, daß die Beschleunigung irgend eines bewegten Systempunktes A proportional dem Abstande GA desselben vom Beschleunigungscentrum G ist, und daß der Winkel, welchen die Beschleunigung p_a von A mit dem Strahl GA bildet, für alle Punkte des Systems derselbe, nämlich durch

$$tang\,\alpha = \frac{\frac{\partial\omega}{\partial t}}{\omega^2}$$ bestimmt ist.

Kennt man daher von zwei beliebigen Punkten A und B die Beschleunigungen p_a und p_b, so muß das Beschleunigungscentrum G offenbar so gelegen sein, daß $GA : GB = p_a : p_b$ ist. Denkt man sich also die Strecke AB in C und D nach dem Grundverhältnisse $p_a : p_b$ harmonisch getheilt, so daß $CA : CB = DA : DB = p_a : p_b$ ist, so muß das Beschleunigungscentrum auf dem über DC als Durchmesser beschriebenen Kreise liegen. Dieser Kreis ist nämlich der geometrische Ort aller Punkte, deren Abstände von A und B in dem Grundverhältnisse $p_a : p_b$ stehen. Denn verbindet man irgend welchen Punkt G mit A, B, C, D, so halbiren von den vier harmonischen Strahlen die auf einander senkrechten Strahlen GD und GC bekanntlich die Winkel des anderen Strahlenpaares, AGB, und man hat daher auch $GA : GB = CA : CB = p_a : p_b$.

Sind nun die Beschleunigungen p_a und p_b der Punkte A und B ihren Richtungen nach bekannt, und man trägt sie in A und B an, so geben diese Richtungen, bis zum Durchschnitt E verlängert, in dem Winkel AEB auch denjenigen Winkel an, welchen die Strahlen von A und B nach dem Beschleunigungspol bilden. Dies geht einfach daraus hervor, daß die Beschleunigung jedes Systempunktes einen constanten Winkel mit dem von diesem Punkte nach dem Beschleunigungspol gezogenen Strahle bildet, zwei dieser letzteren Strahlen daher einen Winkel mit einander einschließen, welcher gleich demjenigen Winkel ist, unter welchem die Beschleunigungen der zugehörigen Systempunkte gegeneinander geneigt sind. Beschreibt man daher auch um die drei Punkte A, B und E einen Kreis, so hat jeder Punkt desselben die Eigenschaft, daß die von ihm nach A und B gezogenen Strahlen einen Winkel gleich AEB einschließen. Das Beschleunigungscentrum muß also auch auf diesem Kreise gelegen sein, kann also nur in einem der Durchschnittspunkte G der beiden Kreise liegen. Welcher der beiden Durchschnitte dieser Kreise als Beschleunigungscentrum anzusehen ist, ergiebt sich hierbei leicht, wenn man jede der beiden Beschleunigungen p_a und p_b in zwei Componenten zerlegt denkt, von denen die eine in den Strahl von A oder B nach dem Beschleunigungscentrum, die andere in die dazu senkrechte Richtung fällt. Die erste dieser Componenten muß dann von dem betreffenden Punkte A oder B nach dem Beschleunigungscentrum hin gerichtet sein. Der zweite Schnittpunkt F kann daher im vorliegenden Falle nicht in Betracht kommen, da die erwähnten Componenten die Richtungen von F weg nach A und B haben würden, was der gefundenen Eigenschaft des Beschleunigungscentrums nicht entsprechen würde.

Kennt man nun noch die Beschleunigung eines Punktes A ihrer wirklichen Größe nach als p_a, so kann man leicht die Beschleunigung jedes beliebigen Systempunktes C finden, denn dieselbe muß $p_c = \frac{p_a}{GA} \cdot GC$ sein. Hat man z. B. den Pol P dadurch gefunden, daß man die Normalen in A und B auf den bekannten Geschwindigkeitsrichtungen zeichnet, so erhält man in $\frac{p_a}{GA} \cdot GP$ die Beschleunigung des Pols. Dieser hat aber nach §. 14 eine Beschleunigung $u\omega$ in der Richtung der Polbahnnormale. Setzt man daher

$$\frac{p_a}{GA} \cdot GP = u\omega,$$

so erhält man den Werth für die Wechselgeschwindigkeit u, wenn die Winkelgeschwindigkeit ω bekannt ist. Bildet endlich die Beschleunigung p_a mit dem Strahl GA den Winkel α, so hat man die senkrecht auf dem Strahle GA stehende Componente der Beschleunigung von A gleich $p_a \sin\alpha$, und da dieselbe den Werth $GA \cdot \frac{\partial\omega}{\partial t}$ haben muß, so findet man:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} = \frac{p_a}{GA} \sin\alpha$$

u. s. f.

§. 22. **Parallelogramm der Drehungen.** Bei den bisherigen Ermittelungen wurde immer vorausgesetzt, daß das bewegte System ein solches sei, bei welchem die Bahnen sämmtlicher Punkte in einer Schaar paralleler Ebenen gelegen sind, und daß also jeder einzelne Punkt fortwährend in der ihm zugehörigen Ebene verbleibe, weshalb auch schlechtweg von der Bewegung eines ebenen Systems gesprochen wurde. Bei dieser Bewegung, bei welcher die vorkommenden Drehaxen unter sich parallel, nämlich senkrecht zu den parallelen Ebenen sind, genügte die Untersuchung der Bewegung in einer einzigen dieser Parallelebenen zur Bestimmung der Bewegung des ganzen Systems. Wenn nun auch die weitaus überwiegende Mehrzahl der Maschinengetriebe, denen man in der Praxis begegnet, auf diesen einfachen Fall der Bewegung in einer Ebene zurückgeführt werden kann, so kommen doch auch zuweilen Mechanismen vor, bei welchen die Bewegungen der einzelnen Punkte einen allgemeineren und weniger einfachen Charakter haben. Insbesondere sind die Axen, um welche Rotationen des Körpers eintreten, nicht immer parallel.

Der allgemeinste Fall der Bewegung ist derjenige, in welchem das System irgend welchen Translationen und Rotationen unterliegt, die nach beliebig im Raume zerstreuten Richtungen, resp. um beliebig sich kreuzende Axen stattfinden. Bevor dieser allgemeinste Fall besprochen wird, sei der specielle näher untersucht, daß das System zweien Rotationen um zwei sich schneidende Axen unterworfen ist.

Es seien OA und OB, Fig. 21, zwei in O sich schneidende Geraden in einem bewegten Körper, welcher nach einander um diese Axen zwei Drehungen empfangen soll, und zwar in dem Winkelbetrage α um OA und β um OB.