die dem Wendekreise abgewendete Seite der Polbahntangente tritt, so liegt der Krümmungsmittelpunkt der Punktbahn auf einem Kreise, welcher die Polbahn auf derselben Seite berührt, auf welcher A liegt, und welcher Kreis kleiner ist, als der durch den Punkt A und den Pol gelegte Berührungskreis der Polbahn. Je mehr sich der Kreis, auf welchem A liegt, erweitert, desto größer wird auch derjenige Kreis, auf welchem der Krümmungsmittelpunkt A_0 liegt, und erreicht dieser letztere Kreis eine Größe gleich dem Wendekreise (auf der dem letzteren entgegengesetzten Seite der Polbahn), sobald der beschreibende Punkt in die Unendlichkeit rückt, wie schon oben bemerkt worden.

§. 20. **Bestimmung des Wendepols.** Die obigen Untersuchungen setzen die Kenntniß des Wendepols eines bewegten ebenen Systems voraus. Dieser Punkt ergiebt sich im Allgemeinen aus den Bedingungen, durch welche die betreffende Bewegung charakterisirt ist. Sind z. B. die beiden Polbahnen gegeben, also auch deren Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 für irgend welchen Punkt bekannt, so erhält man den Wendepol W, wenn man auf der gemeinschaftlichen Normale der Polbahnen vom Pol aus ein Stück gleich dem Durchmesser $\frac{\omega}{u}$ des Wendekreises abträgt, und zwar ergiebt sich diese Größe nach §. 12 durch die Gleichung

$$\frac{\omega}{u} = \frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}.$$

Ist die Bewegung des Körpers durch die Bahnen zweier Punkte A und B gegeben, so kann man nach dem Früheren (§. 7) jederzeit den Pol P als den Durchschnitt der Normalen dieser Curven in A resp. B bestimmen. Trägt man nun auf diesen Polstrahlen PA und PB, auf welchen auch die Krümmungsmittelpunkte A_0 und B_0 der bekannten Bahnen von A und B liegen, die Polabstände PA und PB bezw. gleich AA' und BB' an, so erhält man in der vierten harmonischen den Krümmungsmittelpunkten zugeordneten Punkten zu P, A', A_0 und P, B', B_0 die beiden Projectionen W_0 des Wendepols auf die beiden Polstrahlen PA und PB. Man findet daher den Wendepol selbst in dem Durchschnittspunkte W der beiden Normalen, welche man in den beiden Punkten W_0 auf PA und PB errichtet.

In gewissen in der Praxis häufigen Fällen kann man für die Lage des Wendepols ohne Weiteres bestimmte Regeln angeben, von denen hier nur die hauptsächlichsten angeführt werden mögen. Wenn ein Punkt A des bewegten Körpers eine geradlinige Bahn beschreibt, so liegt deren Krümmungsmittelpunkt A_0 in der Unendlichkeit und daher muß dessen harmonischer Gegenpunkt, d. h. die Projection W_0 des Wendepols W in der Mitte zwischen dem Pol P und dem Punkte A' liegen, d. h. mit dem gleichfalls in der Mitte von PA' liegenden Punkte A zusammenfallen. Da also der Wendepol W in der in A auf dem Polstrahle PA errichteten Normale, d. h. in der Bahnrichtung des Punktes A liegt, so folgt daraus, daß, wenn ein Punkt eine Gerade beschreibt, diese durch den Wendepol gehen muß.

Bei den Bewegungsmechanismen kommt häufig der Fall vor, daß der bewegte Körper mit einer gewissen Curve K auf einer anderen festen Curve E, Fig. 18, so entlang bewegt wird, daß die feste Curve E fortwährend von der beweglichen Curve K berührt wird. In diesem Falle ist E die Enveloppe von K und da nach §. 18 der Krümmungsmittelpunkt M der Enveloppe mit demjenigen der Bahn OO_1 übereinstimmt, welche der Krümmungsmittelpunkt O der bewegten Curve K zurücklegt, so müssen auch die vier Punkte, der Pol P, der Punkt O', welcher auf der Verlängerung von PO in dem Abstande $OO' = PO$ liegt, der Krümmungsmittelpunkt M der festen Curve E und die Projection W_0 des Wendepunkts auf den Strahl MO vier harmonische sein. Wird in diesem Falle die bewegte Curve K zu einer Geraden, welche eine feste Curve E fortwährend berührt, so liegt von den gedachten vier harmonischen Punkten O' ebenso wie O in der Unendlichkeit, folglich liegt der Pol P in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkte M der festen Curve E und der Projection W_0 des Wendepols auf den Polstrahl.

Wenn hierbei die feste Curve E in einen festen Punkt zusammenschrumpft, durch welchen die bewegte Curve K fortwährend hindurchgezogen wird, so fällt von den vier Punkten der Krümmungsmittelpunkt M der festen Curve in den festen Punkt E selbst hinein, und die Projection W_0 des Wendepols ist zu dem festen Punkte E, dem Pol P und dem Punkte O' im Abstande $OO' = PO$ der vierte harmonische Punkt und zwar der dem festen Punkte E zugeordnete. Wird in diesem Falle aus der bewegten Curve speciell eine Gerade, so fällt O' ins Unendliche, daher liegt der Pol in der Mitte zwischen dem festen Punkte E und der Projection W_0 des Wendepols auf den nach dem festen Punkte gerichteten Polstrahl.

Wird endlich die feste Curve E zu einer Geraden, welche von der bewegten Curve K fortwährend berührt wird, so liegt der Krümmungsmittelpunkt M in der Unendlichkeit, weswegen die zugeordnete Projection W_0 des Wendepols in der Mitte zwischen dem Pol und dem Punkte O' liegt, d. h. in den Krümmungsmittelpunkt O der bewegten Curve K hineinfällt. Wenn auch hier die Curve K in einen Punkt zusammenschrumpft, welcher also die gerade Bahn beschreibt, so fällt der Krümmungsmittelpunkt O und also nach dem Obigen auch die Projection W_0 in die Gerade E hinein, woraus die früher schon angegebene Eigenschaft sich ergiebt, daß die Gerade

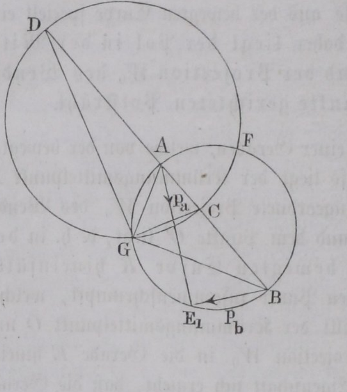
E, in welcher der Körperpunkt K geführt wird, durch den Wendepol hindurchgeht.

Was schließlich noch die Geschwindigkeit des Wendepols anbetrifft, so ist dieselbe nach dem Früheren gleich $PW \,.\, \omega$, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des ganzen Systems um das Momentencentrum P und wenn PW den Abstand des Wendepols von P bezeichnet. Letztgedachter Abstand ist nun aber der Durchmesser des Wendekreises, welcher in §. 15 zu $\frac{u}{\omega}$ gefunden worden ist. Demzufolge ergiebt sich die Geschwindigkeit des Wendepols W zu $\frac{u}{\omega}\,\omega = u$, d. h. gleich der Wechselgeschwindigkeit des Momentancentrums oder Pols. Die Geschwindigkeit, welche irgend ein Punkt des Wendekreises W_0, Fig. 19, hat, dessen Polstrahl PW_0 den Winkel γ mit der Normale PW zur Polbahn bildet, bestimmt sich demgemäß zu

$$v = PW_0 \,.\, \omega = \frac{u}{\omega} \cos\gamma \,.\, \omega = u \cos\gamma.$$

§. 21. Bestimmung des Beschleunigungscentrums. In §. 15 lernten wir das Beschleunigungscentrum als einen Punkt ohne Beschleunigung kennen, dessen Lage durch den Schnittpunkt der zwei zu einander senkrechten Geraden gegeben ist, welche eine Beschleunigung nach der Polbahntangente und beziehungsweise nach der Polbahnnormale im Pol nicht haben. Die Kenntniß dieses Punktes, welcher übrigens auch in den Schnittpunkt des Wendekreises mit dem Kreise für die Punkte ohne Tangentialbeschleunigung hineinfällt, ist für die Untersuchung der Bewegung der Mechanismen von besonderer Wichtigkeit, und soll daher noch die Bestimmung dieses Beschleunigungscentrums erörtert werden.

Fig. 20.



Das Beschleunigungscentrum G, Fig. 20, hat nach §. 15 die Eigenschaft, daß die Beschleunigung irgend eines bewegten Systempunktes A proportional dem Abstande GA desselben vom Beschleunigungscentrum G ist, und daß der Winkel, welchen die Beschleunigung p_a von A mit dem Strahl GA bildet, für alle Punkte des Systems derselbe, nämlich durch

$$tang\ \alpha = \frac{\frac{\partial\omega}{\partial t}}{\omega^2}$$ bestimmt ist.