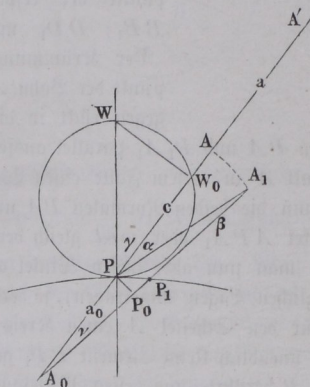


Krümmungsmittelpunkt seiner Bahn in B_0 resp. E_0 hat, d. h. auf der dem Wendekreise entgegengesetzten Seite der Polbahn. Die Bahnen sämtlicher innerhalb des Wendekreises gelegenen Punkte kehren daher dem Pol ihre convexe Seite, die Bahnen der außerhalb des Wendekreises gelegenen Punkte hingegen ihre concave Seite zu, die Punkte auf dem Umfange des Wendekreises beschreiben Bahnen, deren Krümmungshalbmesser in dem betreffenden Augenblicke entsprechend dem Zeichenwechsel der Krümmung unendlich groß werden.

- §. 17. **Krümmung der Punktbahnen.** Da die Kenntniß des Krümmungshalbmessers der Bahn eines Punktes von Wichtigkeit ist, insofern sowohl die Tangential- wie die Normalbeschleunigung des Punktes von dem Krümmungsradius abhängt, so mögen im Folgenden noch die hauptsächlichsten Beziehungen erörtert werden, welche für die Krümmungsverhältnisse der Punktbahnen eines bewegten ebenen Systems gelten.

Es sei wieder P , Fig. 17, der Pol in einem bestimmten Augenblicke, PW die Normale zur Polbahn in P und W der Wendepol, also PW_0W der

Fig. 17.



Wendekreis, ferner sei A ein beliebiger Punkt des bewegten Körpers, dessen Polabstand $AP = a$ den Winkel γ mit der Normale WP bildet, und welcher bei der Drehung um P den kleinen Kreisbogen AA_1 zurücklegt. Nach dem Vorstehenden liegt der Krümmungsmittelpunkt des Bahnelementes AA_1 in dem Durchschnitte A_0 der beiden Polstrahlen AP und A_1P_1 , wobei vorausgesetzt ist, daß der Pol während des betrachteten Zeitelementes ∂t von P nach P_1 auf der Polbahn sich versetzt. Bezeichnet

man nun der Kürze wegen den unendlich kleinen Rotationswinkel APA_1 oder $\omega \partial t$ mit α , den Contingenzwinkel PA_0P_1 mit ν und den ebenfalls kleinen Winkel PA_1P_1 mit β , so hat man für α als Außenwinkel die Beziehung $\alpha = \nu + \beta$. Um diese Winkel durch die Längen auszudrücken, bestimmt sich zunächst zufolge der Eigenschaft des Wendekreises der Winkel α als Peripheriewinkel über dem Elemente PP_1 , (s. §. 16) durch

$$PP_1 = WP \cdot \alpha \text{ zu } \alpha = \frac{PP_1}{WP}.$$

Projicirt man ferner P auf $A_0 A_1$ nach P_0 , so ist $PP_0 = PP_1 \cos \gamma$ und man ersieht aus der Figur, daß

$$A_0 P \cdot v = PP_1 \cdot \cos \gamma = AP \cdot \beta$$

ist. Nach Einsetzung der hieraus folgenden Werthe von

$$v = \frac{PP_1}{A_0 P} \cos \gamma = \frac{PP_1}{a_0} \cos \gamma$$

und

$$\beta = \frac{PP_1}{AP} \cos \gamma = \frac{PP_1}{a} \cos \gamma$$

in obige Gleichung $\alpha = v + \beta$ erhält man

$$\alpha = \frac{PP_1}{WP} = \frac{PP_1}{a_0} \cos \gamma + \frac{PP_1}{a} \cos \gamma$$

oder

$$\frac{1}{WP \cdot \cos \gamma} = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{a}.$$

Ist nun W_0 die Projection des Wendepols W auf den Polstrahl AP , so ist $WP \cdot \cos \gamma = W_0 P = c$, so daß man obige Gleichung auch schreiben kann:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{a}$$

oder

$$a_0 a = ac + a_0 c.$$

Addirt man hierzu die daraus folgende Gleichung

$$a_0 a - a_0 c = ac,$$

so erhält man:

$$a_0(2a - c) = c(2a + a_0)$$

oder

$$a_0 : c = 2a + a_0 : 2a - c.$$

Diese Proportion besagt aber, daß zu den drei Punkten A_0 , P und W_0 ein vierter harmonischer, dem Pol P zugeordneter Punkt A' in einem Abstände $AA' = a$ gleich der Polstanz AP gelegen ist, denn macht man $AA' = a$, so ist $A_0 A' = 2a + a_0$ und $W_0 A' = 2a - c$, jene Proportion schreibt sich daher:

$$A_0 P : W_0 P = A_0 A' : W_0 A'.$$

Der Krümmungsmittelpunkt A_0 des Bahnelementes eines Punktes A und die Projection W_0 des Wendepols auf den Polstrahl AP theilen daher diejenige Strecke PA' harmonisch, deren einer Endpunkt der Pol P und deren Mitte der Punkt A ist. Diese wichtige Beziehung kann in vielen Fällen zur Auffindung des Krümmungsmittelpunktes A_0 und damit des Krümmungshalbmessers $A_0 A$ der Bahn eines Systempunktes benutzt werden.