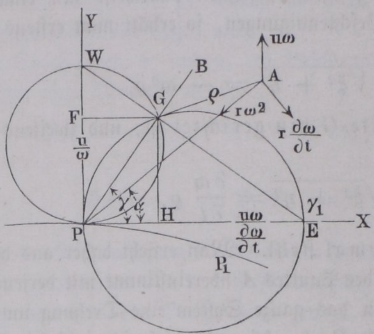
d. h. alle Punkte eines zum Beschleunigungscentrum concentrischen Kreises oder alle Punkte eines Cylindermantels, dessen Axe im Beschleunigungscentrum normal zur Bewegungsebene des Systems steht, haben gleiche Beschleunigung. Aus dieser Beziehung rechtfertigt sich die Bezeichnung Beschleunigungscentrum für den Durchschnitt G der beiden gefundenen Kreise.

§. 16. **Wendekreis.** Die Punkte des Kreises PGE, Fig. 15, für welche die Tangentialbeschleunigung gleich Null ist, haben in dem betrachteten Augenblicke ein Maximum oder Minimum ihrer Geschwindigkeit, weil ihre Tangentialbeschleunigung oder die Derivirte der Geschwindigkeit in diesem Augenblicke durch Null geht und das Zeichen wechselt.

Fig. 15.

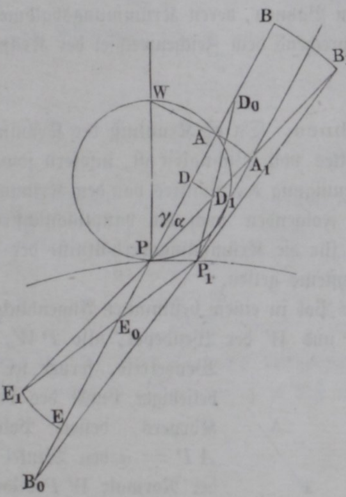


Die Punkte des anderen Kreises PGW, für welche die Normalbeschleunigung gleich Null ist, beschreiben in dem betreffenden Augenblicke Wendepunkte ihrer Bahnen, deren Krümmungshalbmesser ϱ also unendlich groß sind, denn nur für $\varrho = \infty$ kann der Ausdruck $\frac{v^2}{\varrho}$ der Normalbeschleunigung zu Null werden, da v einen bestimmten endlichen Werth hat. Man nennt daher den gedachten Kreis PGW auch den Wendekreis und den Durchschnitt W desselben mit der Normale zur Polbahn in P den Wendepol.

Daß übrigens alle Punkte des Systems, welche gleichzeitig in den Wendepunkten ihrer Bahnen sich befinden, in einem Kreise gelegen sind, welcher die feste Polbahn in dem augenblicklichen Pol P berührt, erkennt man auch direct aus folgender Betrachtung.

Sei PP_1, Fig. 16, die feste Polbahn eines ebenen Systems und P in einem bestimmten Augenblicke der Pol, um welchen der bewegte Körper während des Zeitelementes ∂t mit der Winkelgeschwindigkeit ω sich dreht. Irgend eine durch P gezogene Gerade EPB kommt durch diese Drehung in die Lage E_1PB_1, wobei die Punkte A, B, D und E die resp. Bahnen AA_1, BB_1, DD_1 und EE_1 beschreiben. Wenn in derselben Zeit ∂t der Pol P mit der Wechselgeschwindigkeit u sich auf der festen Polbahn bewegt, so gelangt er nach P_1, wenn $PP_1 = u\,\partial t$ ist. Verbindet man nun den neuen Pol P_1 mit den jetzigen Lagen A_1, B_1, D_1 und E_1 der bewegten Punkte, so sind die Verbindungslinien P_1A_1, P_1B_1, P_1D_1 und P_1E_1 offenbar in $A_1, B_1 D_1$ und E_1 normal auf den Bahnen dieser Punkte. Ebenso ist aber die Linie EPB auf den Bahnen derselben Punkte in A, B, D und E normal. Da nun der Durchschnitt der Normalen einer Curve in zwei unendlich nahe an einander gelegenen Punkten derselben der Krümmungsmittelpunkt der Curve an dieser Stelle ist, so erhält man also in B_0, D_0 und E_0 die Krümmungsmittelpunkte der resp. Bahnen BB_1, DD_1 und EE_1. Der Krümmungsmittelpunkt der Bahn AA_1 hingegen rückt in die Unendlichkeit, sobald die beiden Normalen PA und P_1A_1 parallel ausfallen, und das ist ein Zeichen, daß der Punkt A in diesem Falle einen Wendepunkt seiner Bahn durchläuft. Damit nun die beiden Normalen PA und P_1A_1 parallel ausfallen, muß der Winkel APA_1 oder $\omega\,\partial t$ gleich dem Winkel $PA_1P_1 = PAP_1$ sein. Denkt man nun aber diesen Winkel $\omega\,\partial t$ über dem Elemente PP_1 in allen möglichen Lagen angetragen, so erhält man offenbar als geometrischen Ort für den Scheitel A einen Kreis PAW, welcher mit der Polbahn in P das unendlich kleine Element PP_1 gemeinsam hat, d. h., welcher die Polbahn in P berührt, und dessen Mittelpunkt daher in der Normale PW der Polbahn gelegen ist. Für den Durchmesser PW dieses Kreises hat man die Beziehung $PW\,.\,\omega\,\partial t = PP_1$ und da $PP_1 = u\,\partial t$ ist, so folgt hieraus für den Durchmesser PW des Wendekreises

Fig. 16.



$$PW = \frac{u}{\omega}$$

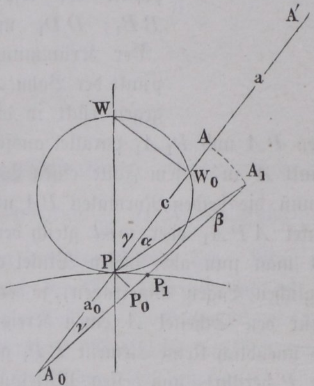
wie oben. Aus der Figur erkennt man auch sofort, daß ein Punkt innerhalb dieses Kreises, wie D, den Krümmungsmittelpunkt seiner Bahn in D_0, also auf derselben Seite der Polbahn hat, auf welcher der Wendekreis liegt, während ein Punkt außerhalb des Wendekreises, wie B oder E, den

Krümmungsmittelpunkt seiner Bahn in B_0 resp. E_0 hat, d. h. auf der dem Wendekreise entgegengesetzten Seite der Polbahn. Die Bahnen sämmtlicher innerhalb des Wendekreises gelegenen Punkte kehren daher dem Pol ihre convexe Seite, die Bahnen der außerhalb des Wendekreises gelegenen Punkte hingegen ihre concave Seite zu, die Punkte auf dem Umfange des Wendekreises beschreiben Bahnen, deren Krümmungshalbmesser in dem betreffenden Augenblicke entsprechend dem Zeichenwechsel der Krümmung unendlich groß werden.

§. 17. **Krümmung der Punktbahnen.** Da die Kenntniß des Krümmungshalbmessers der Bahn eines Punktes von Wichtigkeit ist, insofern sowohl die Tangential- wie die Normalbeschleunigung des Punktes von dem Krümmungsradius abhängt, so mögen im Folgenden noch die hauptsächlichsten Beziehungen erörtert werden, welche für die Krümmungsverhältnisse der Punktbahnen eines bewegten ebenen Systems gelten.

Es sei wieder P, Fig. 17, der Pol in einem bestimmten Augenblicke, PW die Normale zur Polbahn in P und W der Wendepol, also PW_0W der Wendekreis, ferner sei A ein beliebiger Punkt des bewegten Körpers, dessen Polabstand $AP = a$ den Winkel γ mit der Normale WP bildet, und welcher bei der Drehung um P den kleinen Kreisbogen AA_1 zurücklegt. Nach dem Vorstehenden liegt der Krümmungsmittelpunkt des Bahnelementes AA_1 in dem Durchschnitte A_0 der beiden Polstrahlen AP und A_1P_1, wobei vorausgesetzt ist, daß der Pol während des betrachteten Zeitelementes ∂t von P nach P_1 auf der Polbahn sich versetzt.

Fig. 17.



Bezeichnet man nun der Kürze wegen den unendlich kleinen Rotationswinkel APA_1 oder $\omega\partial t$ mit α, den Contingenzwinkel PA_0P_1 mit ν und den ebenfalls kleinen Winkel PA_1P_1 mit β, so hat man für α als Außenwinkel die Beziehung $\alpha = \nu + \beta$. Um diese Winkel durch die Längen auszudrücken, bestimmt sich zunächst zufolge der Eigenschaft des Wendekreises der Winkel α als Peripheriewinkel über dem Elemente PP_1, (s. §. 16) durch