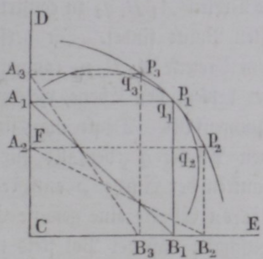
wegung von zwei beliebigen Punkten des bewegten Körpers kennt. Der Durchschnitt der beiden, auf diesen Bewegungsrichtungen in den bewegten Punkten errichteten Normalen liefert dann einen Punkt der Drehaxe, welche in ihm senkrecht zu den parallelen Ebenen steht.

Man nennt diese Axe die augenblickliche Drehaxe oder Momentanaxe, auch wohl bei einem ebenen System den betreffenden Schnittpunkt der Normalen schlechtweg den augenblicklichen Drehpunkt oder das Momentancentrum; vielfach gebraucht man für ihn auch die Bezeichnung „Pol“, welche im Folgenden benutzt werden soll.

Polbahnen. Die wichtige Rolle, welche der Pol bei der Bewegung eines Systems in einer Ebene spielt, läßt sich am einfachsten an einem Beispiele erläutern. Als solches Beispiel sei etwa die Bewegung einer Stange oder steifen geraden Linie AB, Fig. 6, gewählt, welche gezwungen ist, mit ihren Endpunkten A und B stetig in zwei aufeinander senkrechten Geraden CD und CE zu verbleiben; eine Bewegungsart, wie sie bei einem bekannten Ellipsenzirkel vorkommt und weiter unten noch näher besprochen werden wird. Für irgend eine beliebige Lage $A_1 B_1$ der Geraden findet man den augenblicklichen Drehpunkt oder den Pol nach dem Obigen in dem Durchschnittspunkte p_1, in welchem die beiden Normalen $A_1 p_1$ und $B_1 p_1$ sich treffen, die in den Punkten A_1 und B_1 auf deren Bahnen, also auf CD beziehungsweise CE errichtet werden. Ganz in derselben Weise läßt sich für jede beliebige andere Lage des bewegten Körpers, wie $A_2 B_2$, $A_3 B_3$ . . . der Pol in p_2, p_3 . . . finden. Denkt man sich diese Construction für alle möglichen Lagen der Stange AB ausgeführt, so erhält man ebenso viele Lagen des Pols, welche in ihrer Aufeinanderfolge eine gewisse, von der Natur der Bewegung abhängige Curve $p_2 p_1 p_3$ . . . festlegen. Diese Curve kann man ansehen als die Bahn, welche der Pol während der Bewegung des Körpers durchläuft, indem man sie sich vorstellen kann als eine in der Ebene der Bewegung feste Leitcurve, auf welcher der Pol, resp. die Drehaxe des Systems entlang geführt wird. Man giebt dieser Curve daher auch die Bezeichnung Polbahn, und nennt sie mit Rücksicht auf ihre feste Lage in der Bewegungsebene wohl die feste Polbahn. §. 8.

Fig. 6.



Denkt man sich mit der beweglichen Stange AB eine Ebene fest verbunden, welche mit der Bewegungsebene DCE in allen ihren Lagen zusammenfällt, während sie an der Bewegung der Stange Theil nimmt, so ergiebt sich leicht das Folgende. Alle Punkte dieser beweglichen Ebene werden, ebenso wie alle Punkte der Stange AB selbst, in jedem Augenblicke eine drehende Bewegung um den augenblicklichen Drehpunkt oder Pol annehmen, und nur der mit diesem Pol gerade in Deckung befindliche Punkt der beweglichen Ebene hat in dem betreffenden Augenblicke keine eigene Bewegung, da er als Drehpunkt aufgefaßt werden muß. Dieser in der Lage $A_1 B_1$ mit dem Pole p_1 zusammenfallende Punkt der beweglichen Ebene sei etwa mit q_1 bezeichnet. Im darauf folgenden Augenblicke hat der Pol seine Lage geändert, indem er von p_1 auf der festen Polbahn etwa nach p_2 gerückt ist, wenn man die Strecke $p_1 p_2$ als unendlich kleine voraussetzt. Die Stange AB ist jetzt aus der Lage $A_1 B_1$ in diejenige $A_2 B_2$ gerückt, und derjenige Punkt der beweglichen Ebene, welcher mit dem nunmehrigen Pole p_2 zusammenfällt, ist nicht mehr q_1, sondern ein anderer, etwa q_2 geworden. Um diesen Punkt, welcher in der Lage $A_2 B_2$ mit p_2 zusammenfällt, auch in der Lage des Systems $A_1 B_1$ zu bestimmen, hat man offenbar nur über der Grundlinie $A_1 B_1$ das dem Dreieck $A_2 B_2 p_2$ congruente Dreieck $A_1 B_1 q_2$ zu construiren, wodurch man in der Spitze q_2 den gesuchten Punkt findet. In derselben Weise erhält man durch Construction des dem Dreiecke $A_3 B_3 p_3$ congruenten Dreiecks $A_1 B_1 q_3$ in q_3 denjenigen Punkt der beweglichen Ebene, welcher für die Systemlage $A_3 B_3$ mit dem Pol p_3 zusammenfällt. Denkt man sich in solcher Art die Construction der betreffenden Punkte q ebenfalls für alle möglichen Lagen des Systems d. h. allen Punkten der Curve p entsprechend ausgeführt, so erhält man in der beweglichen Ebene eine gewisse Curve $q_2 q_1 q_3$ . . . Auch diese Curve hat die Eigenschaft, daß der Pol stets in ihr enthalten ist und bei der Bewegung des Systems auf ihr entlang wandert. Man nennt daher auch diese Linie Polbahn und zwar heißt sie die bewegliche Polbahn zum Unterschiede von der festen Polbahn $p_2 p_1 p_3$ . . .

§. 9. Nach dem Vorstehenden giebt es für jede Bewegung eines Systems in einer Ebene immer zwei bestimmte Curven oder Polbahnen, eine feste in der Bewegungsebene und eine in der beweglichen Ebene, welche beide den Pol enthalten. Diese beiden Curven müssen daher stets einen Punkt, nämlich den jedesmaligen Pol, mit einander gemein haben, und zwar müssen sie sich in diesem Punkte berühren, denn ein Durchschneiden der Polbahnen ist darum nicht denkbar, weil sonst der Fall eintreten würde, daß gleichzeitig zwei oder mehrere augenblickliche Drehpunkte vorhanden wären, was natürlich nicht möglich ist. Bei der Bewegung des Systems bleiben diese beiden Curven oder Polbahnen immer in Berührung, wobei der Berührungspunkt fortwährend wechselt, und man kann sich diese Bewegung als ein Wälzen oder Rollen der einen (beweglichen) Polbahn $q_2 q_1 q_3$ auf der anderen (festen) $p_2 p_1 p_3$ . . . vorstellen.

Es ist daher aus dem Vorstehenden ersichtlich, daß man die Mittel des äußeren Zwanges, welche der beabsichtigten Bewegung ihren Charakter ertheilen, auch ersetzen kann durch die beiden Polbahnen. Würde man etwa in dem gewählten Beispiele, Fig. 6, die beiden festen Geradführungen CD CE ganz fortlassen, und statt ihrer die in der festen Ebene liegende materiell ausgeführte Curve $p_2 p_1 p_3 \ldots$ anbringen, auf welcher die ebenfalls materielle Curve $q_2 q_1 q_3 \ldots$ sich abwälzt, welche mit der Stange AB verbunden ist, so erhielte man beim Rollen dieser Curven aufeinander dieselbe Bewegung des Systems, wie sie durch die Führungen CD und CE hervorgebracht wird. Die Bewegung ist hierbei in beiden Fällen und nicht nur für A und B dieselbe, sondern die Uebereinstimmung gilt auch für jeden beliebigen Punkt F, da ja durch die Bewegung zweier Punkte diejenige eines ebenen Systems vollkommen bestimmt ist. Wenn daher bei einem bewegten System die beiden Polbahnen bekannt sind, so kann man für jeden Augenblick leicht die Bewegung irgend eines beliebigen Punktes des Systems bestimmen. Zieht man nämlich von dem Berührungspunkte (p_1) der beiden Polbahnen in dem betreffenden Augenblicke nach dem Punkte (F), dessen Bewegung bestimmt werden soll, einen Fahrstrahl, so ist dieser normal zu der Bewegung des betreffenden Punktes gerichtet, und die Geschwindigkeit dieser Bewegung ist der Länge dieses Fahrstrahls proportional. Die Richtigkeit dieser Behauptung ergiebt sich ohne Weiteres aus der Bemerkung, daß der Berührungspunkt der beiden Polbahnen der jedesmalige augenblickliche Drehpunkt ist. Wenn man daher um den Pol p_1 mit der Länge $q_1 F$ des Fahrstrahls einen Kreisbogen beschreibt, so muß derselbe die Bahn des Punktes F berühren. Dasselbe gilt aber auch von den Kreisbögen, welche um den Punkt p_2 mit dem Strahl $q_2 F$, oder um den Punkt p_3 mit dem Strahl $q_3 F$ rc. gezeichnet werden, und es ergiebt sich hieraus, daß die um die einzelnen Punkte der Polbahn p mit den bezüglichen Fahrstrahlen von den Punkten q nach einem Systempunkte F beschriebenen Kreisbogen die Bahn des gedachten Punktes F einhüllen. Man erkennt leicht aus der Figur, daß in unserem Beispiele die Kreise, welche von den Punkten p aus mit den Fahrstrahlen beschrieben werden, die man von den Punkten q nach A und B ziehen kann, sämmtlich die Geraden CD resp. CE berühren, welche die Bahnen von A und B sind.

§. 10.

Gegenseitigkeit der Polbahnen. Bisher haben wir angenommen, daß die Curve q als bewegliche Polbahn auf der festen Polbahn p herumgeführt werde, und sahen, in welcher Weise sich die Bahn irgend eines Systempunktes A, B oder F, d. h. diejenige Curve zeichnen läßt, welche der betreffende Punkt in der festen Ebene beschreibt. Es ist nun ein Leichtes, die Verhältnisse entgegengesetzt so zu gestalten, daß aus der festen Polbahn p die