

lich klein ist, und es gilt also für den Fall differentialer Bewegungen Aehnliches wie oben für ungleiche Drehungen angeführt worden ist. Der Ausdruck  $2d \sin \frac{\alpha}{2}$  für die Größe der Verschiebung geht für den Fall, daß  $\alpha$  unendlich klein ist, in  $\alpha d$  über.

Die in §§. 4 bis 6 angeführten Sätze über die Zusammensetzung und Zerlegung der Translations- und Rotationsbewegungen gelten auch für die auf die Zeiteinheit bezogenen Wege, d. h. für die Translations- und Rotationsgeschwindigkeiten.

§. 7. **Pol oder Momentancentrum.** Aus dem Vorstehenden ergibt sich leicht, daß die Bewegung eines ebenen Systems, d. h. eines solchen, bei welchem, wie in §. 2 definiert, die Bewegungen aller Punkte in lauter unter sich parallelen Ebenen geschehen, in jedem Augenblicke betrachtet werden kann als eine unendlich kleine Drehung um eine gewisse, zu den parallelen Ebenen senkrechte Axe. Denn welcher Art die Bewegungen auch sein mögen, so zerfallen sie immer in Verschiebungen in den gedachten Parallelebenen und in Drehungen in denselben, d. h. um Axen, welche auf diesen Ebenen senkrecht stehen. Alle Verschiebungen lassen sich nun mit Hilfe des Parallelogramms der Bewegungen zu einer resultirenden Verschiebung zusammensetzen, während man alle Drehungen um die parallelen Axen nach §. 5 und 6 zu einer einzigen resultirenden Drehung vereinigen kann. Diese resultirende Drehung läßt sich nun wieder mit der auf der Drehaxe normalen resultirenden Verschiebung nach §. 4 zu einer einzigen Drehung um eine Axe zusammensetzen, welche gleichfalls auf dem Ebenensystem normal steht. Wenn hierbei anstatt der resultirenden Drehung ein Drehungspaar zum Vorschein kommt, das einer einfachen Verschiebung äquivalent ist, so kann man die resultirende Verschiebung ebenfalls als eine Drehung um eine Axe auffassen, welche auf der zur Verschiebung normalen Richtung im Unendlichen liegt.

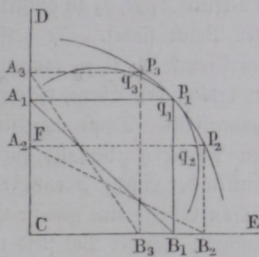
Die Axe dieser resultirenden Drehung wird im Allgemeinen keine feste Lage im Raume haben, sondern in jedem Augenblicke ihren Ort wechseln. Um die Lage derselben in einem bestimmten Momente zu ermitteln, hat man sich nur zu erinnern, daß die einzelnen Punkte eines um eine Axe rotirenden Körpers Bahnen beschreiben, welche auf den Radien, d. h. den Richtungen der Lothe senkrecht stehen, die von den betreffenden Körperpunkten auf die Axe gefällt werden. Wenn man daher in einem beliebigen Punkte der Bahn eines Elementes in der Ebene derselben zur Bahn eine Normale errichtet, so muß dieselbe die Drehaxe schneiden, um welche der Körper in demjenigen Augenblicke sich dreht, in welchem das Element sich im Fußpunkte dieses Lothes befindet. Es ergibt sich daher ferner, daß man in jedem Augenblicke die Drehaxe unzweideutig finden kann, wenn man die Richtungen der Be-

wegung von zwei beliebigen Punkten des bewegten Körpers kennt. Der Durchschnitt der beiden, auf diesen Bewegungsrichtungen in den bewegten Punkten errichteten Normalen liefert dann einen Punkt der Drehaxe, welche in ihm senkrecht zu den parallelen Ebenen steht.

Man nennt diese Axe die augenblickliche Drehaxe oder Momentanaxe, auch wohl bei einem ebenen System den betreffenden Schnittpunkt der Normalen schlechtweg den augenblicklichen Drehpunkt oder das Momentancentrum; vielfach gebraucht man für ihn auch die Bezeichnung „Pol“, welche im Folgenden benutzt werden soll.

**Polbahnen.** Die wichtige Rolle, welche der Pol bei der Bewegung §. 8. eines Systems in einer Ebene spielt, läßt sich am einfachsten an einem Beispiele erläutern. Als solches Beispiel sei etwa die Bewegung einer Stange oder steifen geraden Linie  $AB$ , Fig. 6, gewählt, welche gezwungen ist, mit

Fig. 6.



ihren Endpunkten  $A$  und  $B$  stetig in zwei aufeinander senkrechten Geraden  $CD$  und  $CE$  zu verbleiben; eine Bewegungsart, wie sie bei einem bekannten Ellipsenzirkel vorkommt und weiter unten noch näher besprochen werden wird. Für irgend eine beliebige Lage  $A_1 B_1$  der Geraden findet man den augenblicklichen Drehpunkt oder den Pol nach dem Obigen in dem Durchschnittspunkte  $p_1$ , in welchem die beiden Normalen  $A_1 p_1$  und  $B_1 p_1$  sich treffen, die in den Punkten  $A_1$  und  $B_1$  auf deren Bahnen, also

auf  $CD$  beziehungsweise  $CE$  errichtet werden. Ganz in derselben Weise läßt sich für jede beliebige andere Lage des bewegten Körpers, wie  $A_2 B_2$ ,  $A_3 B_3$  . . . der Pol in  $p_2, p_3$  . . . finden. Denkt man sich diese Construction für alle möglichen Lagen der Stange  $AB$  ausgeführt, so erhält man ebenso viele Lagen des Pols, welche in ihrer Aufeinanderfolge eine gewisse, von der Natur der Bewegung abhängige Curve  $p_2 p_1 p_3$  . . . festlegen. Diese Curve kann man ansehen als die Bahn, welche der Pol während der Bewegung des Körpers durchläuft, indem man sie sich vorstellen kann als eine in der Ebene der Bewegung feste Leitcurve, auf welcher der Pol, resp. die Drehaxe des Systems entlang geführt wird. Man giebt dieser Curve daher auch die Bezeichnung Polbahn, und nennt sie mit Rücksicht auf ihre feste Lage in der Bewegungsebene wohl die feste Polbahn.

Denkt man sich mit der beweglichen Stange  $AB$  eine Ebene fest verbunden, welche mit der Bewegungsebene  $DCE$  in allen ihren Lagen zu-