und in einer Drehung um eine gewisse Rotationsaxe. Bei einer Verschiebung beschreiben sämmtliche Punkte des Körpers congruente und parallele Bahnen, und es genügt daher zur Bestimmung einer Verschiebung, die Bewegung eines Punktes zu kennen. Unter der Richtung der Verschiebung ist hier in jedem Augenblicke die Richtung des betreffenden Bahnelementes eines beliebigen Punktes verstanden. Diese Bahn kann geradlinig, einfach oder doppelt gekrümmt sein, je nachdem die auf einander folgenden Richtungen sämmtlich in eine Gerade fallen, oder in einer Ebene liegen oder beliebig im Raume sind. Da die Wege aller Punkte in beliebiger Zeit stets gleich groß sind, so folgert sich daraus auch die Gleichheit der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen aller Punkte des Körpers sowohl der Größe wie auch der Richtung nach. Durch eine Strecke von bestimmter Länge und Richtung kann daher immer die Translationsbewegung eines Körpers sowie deren Geschwindigkeit oder Beschleunigung für einen gewissen Augenblick unzweideutig angegeben werden, wenn man durch einen Pfeil oder in sonstiger Weise auch den Sinn der Bewegung andeutet.

Bei der Rotation eines Körpers um eine Axe beschreiben sämmtliche Punkte in irgend einem Augenblicke mit gleicher Winkelgeschwindigkeit Kreisbögen concentrisch zur Drehaxe, deren Längen ihren Halbmessern, d. h. den senkrechten Abständen dieser Punkte von der Axe, proportional sind. Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der einzelnen Punkte sind daher wie ihre Wege ebenfalls den senkrechten Axenabständen proportional. Man stellt eine Drehung des Körpers graphisch durch eine Strecke in der Axenrichtung dar, deren Länge proportional dem Drehungswinkel ist, und giebt den Sinn der Drehung durch eine an das Ende der Strecke gesetzte Pfeilspitze an. Diese Pfeilspitze setzt man so, daß einem Beschauer, welcher auf die Spitze hinsieht, die Drehung in dem Sinne der Uhrzeigerbewegung erscheint.

Man kann eine geradlinige Verschiebung auch als eine Rotation um eine unendlich weit entfernte Axe ansehen, so daß die Rotation eigentlich als der allgemeinere und die Verschiebung als der besondere Fall erscheint.

Diese beiden einfachen Bewegungen können sich in mannichfaltiger Weise zusammensetzen, und sollen diese Zusammensetzungen der Hauptsache nach hier angeführt werden.

Zusammensetzung einfacher Bewegungen. Im Folgenden sollen unter Verschiebungen oder Translationen immer geradlinige verstanden werden, wodurch der allgemeinen Gültigkeit der Entwickelungen kein Eintrag geschieht, da man jedes unendlich kleine Element einer gekrümmten Bahn immer als geradlinig ansehen kann. Wie zwei oder mehrere geradlinige Bewegungen zusammengesetzt werden, ist durch die Lehren vom Parallelogramm der Be- §. 4.

wegungen, der Geschwindigkeiten und der Beschleunigungen hinlänglich erläutert. Dabei ist es für das Resultat, d. h. für die Ortsveränderung, gleichgültig, ob die einzelnen Bewegungen nach einander erfolgen oder gleichzeitig vor sich gehen, wie letzteres z. B. der Fall ist, wenn ein Körper sich auf oder in einem anderen verschiebt, welcher selbst eine Translation erleidet, z. B. das Windengestell auf einer in Bewegung begriffenen Laufkrahnbrücke.

Ebenso ist es bei der Zusammensetzung zweier Drehungen eines Körpers um dieselbe Drehaxe gleichgültig, ob die beiden Drehungen nach einander erfolgen oder gleichzeitig, wie es z. B. mit einer Person der Fall wäre, welche auf einem bewegten Caroussel eine eigene Bewegung concentrisch zur Axe des Caroussels hätte. Die absolute Bewegung des Körpers ist in jedem Falle übereinstimmend mit einer Drehung um die gemeinsame Axe und von einem Betrage gleich der algebraischen Summe der beiden Einzeldrehungen.

Wenn ein Körper einer Verschiebung und einer Drehung ausgesetzt ist, so ist es in Bezug auf die *Ortsveränderung* der Punkte desselben gleichgültig, in welcher Reihenfolge die beiden Bewegungen vor sich gehen und können dieselben daher auch als gleichzeitige angenommen werden. Ist z. B. AB, Fig. 1, die Horizontalprojection eines Krahnauslegers, dessen Säule A auf einem Rollwagen steht, so gelangt der Schnabel B durch eine Drehung um den Winkel α und darauf folgende Verschiebung des Rollkrahns um die Länge s von B durch C nach C'. Ebendahin gelangt aber B auch auf dem Wege $BB'C'$, wenn man den Krahn erst um s verschiebt und hierauf ihn aus der Lage $A'B'$ um den Winkel α dreht. Werden endlich beide Bewegungen gleichzeitig vorgenommen, so bewegt sich der Schnabel B direct, etwa in der Diagonale BC' nach demselben Orte C'.

Fig. 1.

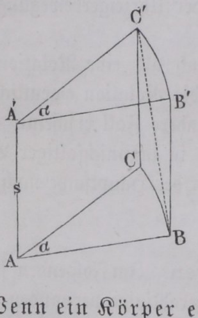
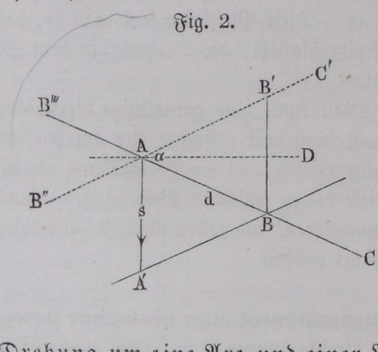


Fig. 2.



Wenn ein Körper einer Drehung um eine Axe und einer Verschiebung in einer zu dieser Axe senkrechten Richtung unterworfen wird, so lassen sich diese beiden Bewegungen stets zu einer einzigen Drehung zusammensetzen, deren Winkelbetrag gleich dem der gegebenen Drehung ist. Ist nämlich, Fig. 2, A der Durchschnitt der zur Ebene der Zeichnung senkrechten Axe, um welche der Körper eine Drehung im Betrage des Winkels α empfangen soll, und $AA' = s$ die ihm zu ertheilende Verschiebung, so lege man AD senkrecht zu AA' und trage zu jeder Seite von AD den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ an, mache also $DAC = DAC' = \frac{\alpha}{2}$. Durch die Drehung des Körpers um A gelangt offenbar die Gerade AC in die punktirte Zwischenlage AC', aus welcher sie dann in Folge der Verschiebung um AA' in die Endlage $A'B$ übergeht, welche man erhält, wenn man durch A' die Gerade $A'B$ parallel zu AC' legt. Zieht man noch BB' parallel AA', so erhält man in B' einen Punkt der Geraden AC', welcher durch die Verschiebung nach B gelangt. Da nun nach der Construction leicht $AB' = AB$ sich folgern läßt, so ergiebt sich auch, daß der genannte Punkt B' vor der Drehung in B seinen Ort gehabt haben muß, also in demselben Punkte, nach welchem ihn die auf die Drehung folgende Verschiebung wieder zurückführt. Dieser Punkt B und daher die in ihm zur Figur senkrechte Gerade haben daher den ursprünglichen Ort nicht geändert, woraus ohne Weiteres folgt, daß die Bewegung des Körpers nur eine Drehung um die in B normale Axe sein kann. Die Figur ergiebt auch, daß die Drehung um B in demselben Sinne und zu demselben Betrage erfolgt ist, wie die zuerst um A vorgenommene. Wäre die Drehung um A oder die Verschiebung in der entgegengesetzten Richtung vor sich gegangen, als hier angenommen, so würde die Axe der resultirenden Drehung, wie leicht zu erkennen, anstatt in B auf der anderen Seite von AA' nämlich in B'' resp. B''' gelegen sein.

Daß man umgekehrt immer die Drehung eines Körpers um eine gewisse Axe (B) ersetzen kann durch eine ebenso große und in demselben Sinne gerichtete Drehung um eine zu jener Axe parallele Gerade (A) von sonst beliebiger Lage und durch eine entsprechende Verschiebung (AA') normal zu den Axen, folgt leicht durch eine der vorigen analoge Betrachtung. Es ergiebt sich die Größe der betreffenden Verschiebung $AA' = B'B = 2d \sin\frac{\alpha}{2}$, wenn unter d der Abstand AB der beiden Axen verstanden wird.

Zwei Drehungen. Wenn ein Körper nach einander zweien Drehungen um parallele Axen ausgesetzt ist, so kann man dieselben immer ersetzen durch eine einzige Drehung um eine zu jenen parallele Axe, deren Winkel gleich der algebraischen Summe der Winkel ist, um welche die Einzeldrehungen ausgeführt werden. Seien z. B. A und B, Fig. 3 (a. f. S.), die Punkte des Körpers, durch welche die zur Figur senkrechten Drehaxen hindurchgehen, §. 5.