

entsprechend dem gewählten Kräftemaßstabe $ok = K$, und zieht oa parallel BA und durch k eine Parallele mit BC , so erhält man in $oa = 2$ die Druckkraft 2 in BG , während $ak = 1$ die Pressung 1 in dem horizontalen Gliede BC ergibt. Letztere Kraft $ak = 1$ zerlegt sich nun wieder durch Parallelen mit GC und CD in die Zugspannung $ab = 3$ der Diagonale GC und die Druckspannung $bk = 4$ in dem Ständerstücke CH .

Zerlegt man weiter die Zugkraft $ab = 3$ nach $ac \parallel AB$ und $cb \parallel GH$, so erhält man in $cb = 5$ die Druckkraft in GH , während das Stück $oc = 6$ diejenige Druckkraft angiebt, welche das Stück GE des Stiels AB unterhalb G zusammenpreßt. Führt man in dieser Weise fort, indem man $cd \parallel EH$, $de \parallel EF$, $ef \parallel AF$ und $fg \parallel AD$ zieht, so erhält man in den einzelnen Strecken des Kräftepolygons die Anstrengungen für die entsprechenden Fachwerksglieder. Die in Fig. I und II eingetragene gemeinsame Nummerirung läßt keinen Zweifel über die einzelnen Kräfte bestehen, und es wurden der Deutlichkeit wegen auch hier Druckspannungen durch stärkere, Zugspannungen durch schwächere Linien dargestellt.

§. 73. **Kuppeldächer.** Die kuppelförmigen Dächer, wie sie zur Ueberdeckung von Gebäuden kreisförmigen Grundrisses, z. B. Gasometergebäuden, Locomotivschuppen u. angewendet werden, haben immer die Form von Umdrehungskörpern mit verticaler Aze, und zwar kann der Meridianschnitt ebensowohl ein Kreisbogen wie auch eine andere Curve sein. Die Ueberdeckung geschieht hier mit Hilfe einer Anzahl von Sparren oder Traggrippen, welche, in Meridianebenen gelegen, von einander um gleiche Centriwinkel abstehen, an den äußeren Enden auf der unterstützenden Umfassungsmauer aufrufen, und im Innern entweder in einem Punkte der Aze zusammentreffen oder sich gegen einen centralen Schlußring stemmen, welcher etwa zur Anbringung eines Oberlichtes, Laterne, eingesetzt ist. Diese Sparren oder Rippen unterscheiden sich von gewöhnlichen Fachwerksträgern, welche man etwa diagonal und in der Mitte sich durchsetzend über dem Raume anordnen könnte, dadurch, daß ihnen die Untergurtung fehlt, und daß deren Zugkraft ersetzt ist entweder durch die Widerstandsfähigkeit der Umfassungsmauern oder durch die Spannkraft eines auf den letzteren gelagerten horizontalen eisernen Mauerringes, in ähnlicher Art, wie dies bereits in §. 30 gelegentlich der Kuppelgewölbe besprochen worden ist. Solche horizontale Ringe, welche Parallelkreise der Kuppelfläche darstellen, sind außerdem zwischen dem Auflager und dem Pole oder Scheitel der Kuppel noch mehrere zwischen den meridionalen Sparren angeordnet, die letzteren dadurch gegen einander versteifend. Die Decke der Kuppel wird dann ähnlich wie bei anderen Dächern durch Pfetten unterstützt, welche, auf

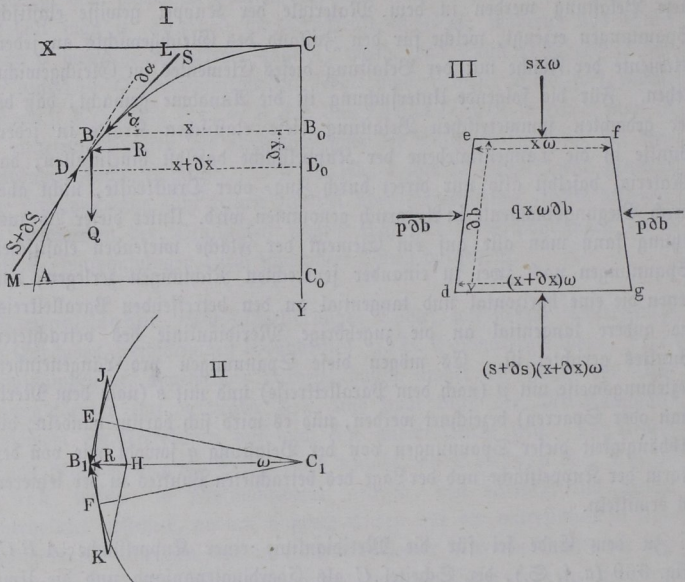
wenn mit ∂b das Bogenelement BD der Meridianlinie bezeichnet wird. Es wirkt daher in diesem Elemente als Belastung die Kraft:

$$Q = q \partial F = qx \omega \partial b. \dots \dots \dots (2)$$

vertical abwärts.

Außerdem wirken auf die vier Seiten des betrachteten Elementes nach dem Vorhergehenden vier Kräfte, von denen die beiden in der Ebene des

Fig. 369.



Parallelkreises wirkenden wegen der symmetrischen Belastung übereinstimmend die Größe:

$$P = p \partial b \dots \dots \dots (3)$$

haben, und deren Richtungen JB_1 und KB_1 in II um den kleinen Winkel ω geneigt sind. Die beiden anderen in der Ebene des Meridians wirkenden Kräfte sind ausgedrückt durch:

$$S = sx \omega = LB \text{ auf } ef \dots \dots \dots (4)$$

und durch:

$$S + \partial S = (s + \partial s) (x + \partial x) \omega = MD \text{ auf } dg \dots \dots (5)$$

Um für diese fünf Kräfte die Gleichgewichtsbedingungen aufzustellen, kann man die beiden gleichen Spannungen JB_1 und KB_1 auf de und fg zu einer Mittelkraft HB_1 zusammensetzen, welche horizontal und radial ge-

richtet sein muß, und deren Größe R sich nach Fig. 369 II aus der Proportion:

$$JB_1 : HB_1 = C_1 E : EF, \text{ d. h. } P : R = x : x\omega$$

zu

$$R = P\omega = \omega p \partial b \dots \dots \dots (6)$$

ergibt.

Die vier auf das Element wirkenden Kräfte $Q, S, S + \partial S$ und R liegen sämmtlich in der Meridianebene, und es gelten daher für dieselben die betreffenden Gleichgewichtsbedingungen. Setzt man zunächst die Summe aller verticalen Kraftcomponenten gleich Null, so wird:

$$Q + S \sin \alpha - (S + \partial S) \sin (\alpha + \partial \alpha) = 0.$$

Da $\sin (\alpha + \partial \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha \partial \alpha = \sin \alpha + \partial (\sin \alpha)$ ist, so erhält man, da $\partial S \partial \alpha$ als klein höherer Ordnung verschwindet:

$$Q + S \sin \alpha - S \sin \alpha - S \partial (\sin \alpha) - \sin \alpha \partial S = 0$$

oder

$$Q = S \partial (\sin \alpha) + \sin \alpha \partial S = \partial (S \sin \alpha),$$

und wenn man darin für Q und S die Werthe aus (2) und (4) einsetzt und durch ω beiderseits dividirt:

$$q x \partial b = \partial (s x \sin \alpha) \dots \dots \dots (7)$$

In derselben Weise erhält man wegen der Gleichheit der horizontalen Componenten aus:

$$R + S \cos \alpha = (S + \partial S) \cos (\alpha + \partial \alpha) = (S + \partial S) (\cos \alpha + \partial \cos \alpha) \\ R = S \partial (\cos \alpha) + \cos \alpha \partial S = \partial (S \cos \alpha),$$

und nach Einführung der Werthe für R und S aus (6) und (4):

$$p \partial b = \partial (s x \cos \alpha) \dots \dots \dots (8)$$

Aus den Gleichungen (7) und (8) erhält man für eine bestimmte Kuppel- schale vom Halbmesser $B_0 B = x$, für welche die Bogenlänge CB des Meridians durch b ausgedrückt sein mag, durch Integration zwischen den Grenzen s und 0 die Ausdrücke:

$$s x \sin \alpha = \int_0^b q x \partial b \dots \dots \dots (9)$$

und

$$s x \cos \alpha = \int_0^b p \partial b \dots \dots \dots (10)$$

Diese beiden Gleichungen können dazu dienen, bei gegebener Form und Belastung der Kuppel die Größe der Spannungen s und p zu bestimmen. Als Beispiel möge eine kreisbogenförmige Meridianlinie ABC vom Halb-

messer r angenommen werden. Für diesen Fall ist $x = r \sin \alpha$ und die Bogenlänge $b = r\alpha$, daher $\partial b = r\partial\alpha$. Mit diesen Werthen, und wenn man q constant annimmt, erhält man aus (9):

$$sr \sin^2 \alpha = \int_0^\alpha q r^2 \sin \alpha \partial \alpha = q r^2 (1 - \cos \alpha),$$

woraus

$$s = q r \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{q r}{1 + \cos \alpha} \dots \dots \dots (9^a)$$

folgt.

Setzt man diesen Werth in (8) für s ein, so erhält man:

$$p r \partial \alpha = \partial \left(q r \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} r \sin \alpha \cos \alpha \right) = q r^2 \partial \frac{\cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}.$$

Nun ist:

$$\begin{aligned} \partial \frac{\cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} &= \frac{-\sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha} \partial \alpha \\ &= \left(\cos \alpha - \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right) \partial \alpha, \end{aligned}$$

folglich

$$p = q r \left(\cos \alpha - \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right) \dots \dots \dots (10^a)$$

Da nach (9^a) s immer positiv ist, so ist dies ein Zeichen, daß die nach der Tangente des Meridians wirkende Kraft immer, wie in der Fig. 369 angenommen worden ist, in das Element hinein gerichtet ist, daher überall eine Druckkraft vorstellt. Diese spezifische Spannung ist für den Scheitel mit $\alpha = 0$ gleich $s = q \frac{r}{2}$, für den Aequator mit $\alpha = 90^\circ$, $s = q r$ und sie wächst mit zunehmendem α bis zu dem Werthe ∞ für $\alpha = 180$.

Die Spannung p dagegen nach der Richtung der Parallelkreise hat für den Scheitel mit $\alpha = 0$ ihren größten positiven Werth von ebenfalls $p = \frac{q r}{2} = s$, und nimmt mit wachsendem α ab bis zu Null für einen Winkel, welcher aus:

$$\cos \alpha = \frac{1}{1 + \cos \alpha'}$$

oder aus

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} + \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = 0,618$$

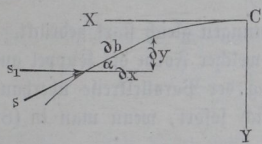
zu

$$\alpha = 51^\circ 50'$$

folgt. Bei weiterer Zunahme von α wird p negativ, d. h. die Druckspannung geht von hier aus in eine Zugspannung über, welche für den Aequator mit $\alpha = 90^\circ$ den Werth $-qr$ annimmt, von gleicher absoluter Größe mit s daselbst. Ein ähnliches Verhalten wurde schon in §. 30 gelegentlich der Betrachtung der Kuppelgewölbe gefunden.

Wenn die Kuppel, wie es bei den Ausführungen häufig der Fall ist, sehr flach, d. h. wenn die Pfeilhöhe h im Vergleiche mit dem größten Halbmesser r nur klein ist, so kann man die Belastung q mit genügender Genauigkeit gleichmäßig über die Horizontalprojection vertheilt denken, und

Fig. 370.



in (2) die Belastung des Elementes von der Größe $\partial F = \omega x \partial x$ zu $Q = q \omega x \partial x$ annehmen. Bezeichnet man nunmehr mit p_1 die Spannung in der Richtung des Parallelkreises bezogen auf die Einheit der horizontalen Abscisse x , so hat man nach Fig. 370 die Beziehung $p \partial b = p_1 \partial x$. Wenn man ferner die hori-

zontale Componente der Meridianspannung:

$$s \cos \alpha = s_1, \text{ also } s \sin \alpha = s_1 \operatorname{tg} \alpha = s_1 \frac{\partial y}{\partial x}$$

fest, so gehen mit diesen Werthen die Gleichungen (7) und (8) über in:

$$q x \partial x = \partial \left(s_1 x \frac{\partial y}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (7^a)$$

und

$$p_1 \partial x = \partial (s_1 x), \dots \dots \dots (8^a)$$

woraus man durch Integration zwischen den Grenzen x und 0 erhält:

$$s_1 x \frac{\partial y}{\partial x} = \int_0^x q x \partial x = q \frac{x^2}{2},$$

also

$$s_1 \frac{\partial y}{\partial x} = q \frac{x}{2} \dots \dots \dots (7^b)$$

und

$$s_1 = \frac{1}{x} \int_0^x p_1 \partial x \dots \dots \dots (8^b)$$

Nimmt man beispielsweise eine Parabel von der Pfeilhöhe h und Spannweite $2r$ für die Meridianlinie an, hat man also:

$$\frac{y}{h} = \frac{x^2}{r^2} \text{ und daraus } \frac{\partial y}{\partial x} = 2 \frac{hx}{r^2},$$

so erhält man damit aus (7^b):

$$s_1 2 \frac{hx}{r^2} = q \frac{x}{2} \text{ oder } s_1 = \frac{q r^2}{4h},$$

unabhängig von x , d. h. die horizontale Componente der Meridianspannung ist für alle Punkte der Kuppel von constanter Größe und zwar genau halb so groß als die Horizontalspannung eines parabolischen Bogens von gleichen Abmessungen (s. §. 65). Aus (8^a) folgt für diesen Fall, wo s_1 constant ist, ferner $p_1 = s_1$, d. h. in jedem Punkte der paraboloidischen Kuppelfläche ist auch der Druck nach der Richtung des Parallelkreises constant und von derselben Größe $\frac{q r^2}{4h}$ mit dem horizontalen Meridionaldrucke. Das Material wird sonach in dieser Kuppel nach allen Richtungen gleich stark gedrückt.

Man kann hier die Frage aufwerfen, nach welcher Form die Kuppel auszuführen ist, damit ein Druck in der Richtung der Parallelkreise überhaupt nicht stattfindet. Diese Frage beantwortet sich sofort, wenn man in (8^a) $p_1 = 0$ setzt, wodurch man:

$$0 = \partial (s_1 x) \text{ oder } s_1 x = C$$

erhält, unter C eine noch zu bestimmende Constante verstanden. Mit

$$s_1 = \frac{C}{x} \text{ erhält man alsdann aus (7^b):}$$

$$C \partial y = \frac{1}{2} q x^2 \partial x$$

oder

$$C y = \frac{q}{6} x^3.$$

Die Constante C bestimmt sich dadurch, daß $x = r$ und $y = h$ zusammengehörige Werthe sind, zu:

$$C = \frac{q}{6h} r^3$$

und man erhält somit für die Meridianlinie die Gleichung:

$$\frac{y}{h} = \frac{x^3}{r^3} \dots \dots \dots (11)$$

einer cubischen Parabel.

Eine nach dieser Linie ausgeführte Kuppel hat die Eigenschaft, daß man sie durch beliebige Meridianschnitte in sectorenförmige Streifen zerschneiden kann, ohne das Gleichgewicht zu stören, da in den Schnittflächen keinerlei Spannungen auftreten. Es fallen nämlich nicht bloß die auf diesen Schnittflächen senkrechten Kräfte p_1 fort, sondern es können auch keine in diesen Schnittflächen wirkenden Schubkräfte auftreten, wie man sich leicht folgenderart überzeugt. Schneidet man aus der Kuppelfläche durch zwei um den

kleinen Winkel ω geneigte Meridianebenen einen sectorenförmigen Streifen heraus, welcher im Halbmesser r den Querschnitt f haben möge, so ist der radiale Horizontaldruck an dieser Stelle auf den Querschnitt durch

$$f s_1 = f \frac{C}{r} = f \frac{q}{6h} r^2$$

ausgedrückt. Für irgend einen anderen Halbmesser x ist der Querschnitt durch $f \frac{x}{r}$ und die spezifische Spannung durch

$$s_1 = \frac{C}{x} = \frac{q}{6h} \frac{r^3}{x}$$

gegeben, folglich ist die gesammte Horizontalpressung ebenfalls durch

$$f \frac{x}{r} \frac{q}{6h} \frac{r^3}{x} = f \frac{q}{6h} r^2$$

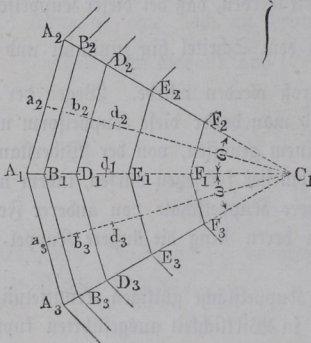
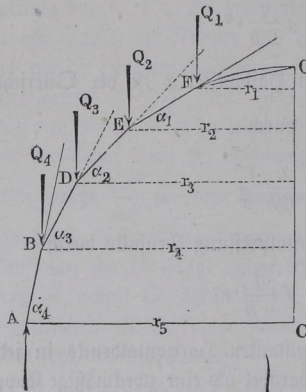
dargestellt. Diese Eigenschaft eines constanten Horizontaldrucks in jedem Streifen oder Sparren läßt die cubische Parabel als eine zweckmäßige Kuppelform erscheinen. Es muß indessen bemerkt werden, daß bei dieser Kuppelform der spezifische Druck $s_1 = \frac{q}{6h} \frac{r^3}{x}$ nach dem Scheitel hin zunimmt und im Scheitel selbst mit $x = 0$ unendlich groß werden würde. Wegen der beschränkten Festigkeit des Materials wird man daher diese Kuppelform nicht bis zum Scheitel, sondern nur bis zu einem gewissen, von der Widerstandsfähigkeit des Materials abhängigen Halbmesser fortsetzen dürfen, indem man den mittleren Raum durch eine besondere Kuppelschale von anderer Form oder durch eine Laterne ausfüllt, gegen deren Ring die äußere Kuppel sich anlehnt.

Die vorstehenden, für eine homogene Kuppelfläche gültigen Ermittlungen können nunmehr dazu dienen, für die in Wirklichkeit ausgeführten kuppelförmigen Dachconstructions die Kräfte in den einzelnen Tragrippen oder Sparren und in den zwischen denselben angeordneten Ringen zu finden.

Es sei etwa durch $ABDEF$ (Fig. 371, a. f. S.) einer von den n Sparren einer solchen Kuppel dargestellt, an welchen sich in den Knotenpunkten A, B, D, E und F die polygonalen Ringe $A_2 A_1 A_3, B_2 B_1 B_3 \dots$ anschließen, deren innerster F eine Laterne stützen möge. Man hat sich alsdann vorzustellen, daß in irgend einem Sparren, wie $A_1 F_1$, diejenige Spannung s auftritt, welche beim Vorhandensein einer homogenen Kuppelschale in dem Ausschnitte $a_2 C_1 a_3$ auftreten würde, unter a_2 und a_3 die Mitten von $A_1 A_2$ und $A_1 A_3$ verstanden; d. h. man hat, um die Kraft des Sparrens $A_1 F_1$ in irgend einem Felde, etwa zwischen D und E zu finden, die nach den Gleichungen (9) und (10) zu ermittelnde spezifische Spannung s mit dem

mittleren Abstände $d_2 d_3$ zweier Sparren daselbst zu multipliciren. Bezeichnet man die Abscisse $C_1 d_1$ der Mitte zwischen D und E mit x , so ist die

Fig. 371.



Bogenlänge zwischen d_2 und d_3 bei n Sparren durch $x \frac{2\pi}{n}$ gegeben, und man hat daher die Sparrenkraft daselbst zu

$$S = s \frac{2\pi x}{n}$$

zu setzen. In gleicher Weise hat man die Kraft P in einem Ringtheile, wie $D_1 D_3$ gleich $p \cdot b_3 d_3$, zu setzen, wenn p die aus (9) und (10) zu ermittelnde spezifische Pressung nach der Richtung der Parallellkreise bei D bedeutet. Eine solche Bestimmung der Kräfte S und P in den Sparren und Ringen aus den allgemeinen Gleichungen der homogenen Kuppelfläche giebt natürlich nur annähernd richtige Resultate, welche den wirklichen Werthen um so näher kommen, je größer die Zahl der Sparren und der Ringe ist. Da nun aber in der Ausführung aus constructiven Rücksichten diese Zahl gewöhnlich nur gering angenommen wird, indem man meist nur 4 bis 6 Ringe und 16 bis 24 Sparren anzuwenden pflegt, so empfiehlt es sich, die Bestimmung der Kräfte S und P direct und ohne Benutzung der allgemeinen Formeln für die homogene Kuppelfläche vorzunehmen, was in folgender Weise geschehen kann.

Es seien die Halbmesser der in F, E, D, B und A angeordneten Ringe mit r_1, r_2, r_3, r_4 und r_5 bezeichnet, so kann man sich die ganze Kuppel in ringförmige Zonen getheilt denken, deren Gewichte als Belastungen für die einzelnen Ringe anzusehen sind. Diese Zonen hat man mitten zwischen den Knotenpunkten durch Kreise begrenzt zu denken, deren Halbmesser also

$$\frac{r_1 + r_2}{2}, \frac{r_2 + r_3}{2}, \frac{r_3 + r_4}{2} \text{ und } \frac{r_4 + r_5}{2}$$

sind. Hat man die Gewichte dieser einzelnen Zonen, von denen die innerste die etwa daselbst angeordnete Laterne aufnimmt, festgesetzt, so findet man bei n Sparren in den n ten Theilen dieser Gewichte diejenigen Belastungen, welche in den einzelnen Knotenpunkten F, E, D, B und A jedes Sparrens wirksam sind. Es mögen diese Belastungen bezw. durch Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 ausgedrückt sein. Bezeichnet man ferner mit $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ und α_4 die Neigungswinkel der Sparren in den entsprechenden Knotenpunkten gegen den Horizont, so erkennt man ohne Weiteres, daß man für die Pressungen S in den Sparren die Beziehungen hat:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{Q_1}{\sin \alpha_1} \text{ für } EF \\ S_2 &= \frac{Q_1 + Q_2}{\sin \alpha_2} \text{ für } DE \\ S_3 &= \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\sin \alpha_3} \text{ für } BD \\ S_4 &= \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{\sin \alpha_4} \text{ für } AB \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

Die Belastung Q_5 des untersten, auf der Mauer gelegenen Ringes A hat keinen Einfluß auf die Constructionsglieder, da sie direct von der Mauer aufgenommen wird.

Ebenso findet man die Ringspannungen P mit Rücksicht darauf, daß die horizontale Componente jeder Sparrenkraft S durch die beiden anschließenden Ringspannungen P aufgenommen werden muß, also aus der allgemeinen Gleichung

$$S \cos \alpha = 2 P \sin \frac{\omega}{2},$$

wenn $\omega = \frac{2}{n} \pi$ den Mittelpunktswinkel zwischen zwei Sparren bedeutet.

Demnach wird der unterste auf der Mauer gelegene Ring A mit einer Kraft P_5 gezogen, welche zu

$$P_5 = \frac{S_4 \cos \alpha_4}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \cotg \alpha_4 \dots \dots (13)$$

sich bestimmt. Der innerste Ring F dagegen, welcher die Laterne trägt, und gegen welchen sich die Sparren nur von außen stemmen, ist einer Druckkraft P_1 ausgesetzt, welche bestimmt ist durch

$$P_1 = \frac{S_1 \cos \alpha_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{Q_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \cotg \alpha_1 \dots \dots (14)$$

Was die übrigen Ringe, z. B. denjenigen E anbetrißt, so wird derselbe durch die Belastung des innerhalb gelegenen Kuppeltheils einer Zugspannung

$$P_2' = \frac{S_1 \cos \alpha_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{Q_1 \cotg \alpha_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$$

und durch den Druck der außen herantretenden Sparrentheile DE einer Druckkraft

$$P_2'' = \frac{S_2 \cos \alpha_2}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{Q_1 + Q_2}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \cotg \alpha_2,$$

also einer resultirenden Spannung

$$P_2 = P_2' - P_2'' = \frac{Q_1 \cotg \alpha_1 - (Q_1 + Q_2) \cotg \alpha_2}{2 \sin \frac{\pi}{n}}, \quad (15)$$

ausgesetzt.

Ob diese Kraft einen Zug oder Druck darstellt, hängt vorzugsweise von der Größe der Winkel α , d. h. von der Form der Kuppel ab, und es wurde bereits im Vorstehenden gefunden, daß diese Ringspannung überall gleich Null ist, wenn die Meridianlinie nach einer cubischen Parabel gebildet ist, während eine kreisförmige Gestalt der Meridianlinie in den oberen Ringen der Kuppel (bis $\alpha = 51^\circ 50'$) Druckspannungen, in den unteren dagegen Zugspannungen zur Folge hat.

In dem Vorstehenden ist immer angenommen worden, daß die Kuppel vollständig und gleichförmig um die Ase herum durch die größte Belastung angegriffen werde. Es läßt sich aus den angegebenen Ermittlungen und den Gleichungen (12) erkennen, daß die Sparren bei dieser größten Belastung auch ihren größten Anstrengungen ausgesetzt sind. Anders verhält es sich mit der Anstrengung der Ringe. Die Gleichung (15) zeigt nämlich, daß der Werth $P = P' - P''$ für einen mittleren Ring seinen größten Betrag (größte Zug- oder kleinste Druckspannung) annimmt, wenn P' möglichst groß und P'' möglichst klein ist, d. h. wenn der Theil innerhalb des Ringes mit der größten Belastung (Schnee, Wind), der Theil außerhalb des Ringes dagegen mit der kleinsten Belastung, d. h. nur durch sein Eigengewicht belastet ist. Umgekehrt stellt sich in einem Ringe die größte Pressung (bezw. kleinste Spannung) ein, wenn der außerhalb gelegene Theil der Kuppel der größten und der innerhalb gelegene Theil der kleinsten Belastung ausgesetzt ist.

Im Vorhergehenden ist immer eine symmetrisch um die Ase vertheilte Belastung der Kuppel vorausgesetzt worden. So lange dieser Zustand vor-

handen ist, treten die Spannungen nur in den Sparren oder Meridianen und in den Ringen oder Parallellkreisen auf. Wenn indessen einseitige Belastungen statt finden, so stellen sich gewisse andere Spannungen ein, welche nicht mehr mit den Seiten der einzelnen Vierecke zusammenfallen, in welche die Kugel­fläche durch die Sparren und Ringe zerlegt ist. Um daher einer Verschiebung dieser Vierecke entgegen zu treten, sind die letzteren mit Diagonalen zu versehen, und zwar hat man in jedem Felde zwei gekreuzte Diagonalen anzuordnen, wenn dieselben nur auf Zug als Bänder beansprucht werden sollen.

Die Ermittlung der Spannungen in diesen Diagonalen ist mit großen Schwierigkeiten der Rechnung verbunden, und es soll hier nur die von Schwedler angegebene Bestimmung der äußersten Grenzen angeführt werden, welche diese Spannungen höchstens werden erreichen können. Danach findet die ungünstigste Beanspruchung einer Diagonale für denjenigen Belastungs­zustand der Kuppel statt, für welchen von den beiden Hälften, in welche die Kuppel durch eine Diametralebene getheilt wird, welche die gedachte Diagonale schneidet, die eine Hälfte gar nicht, die andere Hälfte mit der größten Belastung angegriffen wird. Von den beiden Sparren­stücken, welche die Diagonale zwischen sich enthalten, ist dann das eine mit der größeren Kraft S_{max} , das andere mit derjenigen S_{min} gepreßt, welche Werthe man nach (12) berechnen kann, wenn man das eine Mal die ganze Kuppel gleichförmig mit der größten Last (Eigengewicht und zufällige Last), das andere Mal mit der kleinsten Belastung (Eigengewicht allein) belastet denkt. Würde man annehmen, daß diese Differenz $S_{max} - S_{min}$ lediglich durch die Diagonale aufgenommen würde, so erhielte man die größte Zugkraft dieser unter dem Winkel β gegen die Sparren geneigten Diagonale zu

$$T = \frac{S_{max} - S_{min}}{\cos \beta},$$

welcher Betrag in Wirklichkeit aber nie erreicht werden wird.

Hinsichtlich der Ausführung von Kuppeldächern muß auf den schon oben angeführten Artikel in der Zeitschrift für Bauwesen, 1866, verwiesen werden.

Schlussanmerkung. Zum weiteren Studium der Statik der Holz- und Eisen­con­structionen sind folgende Schriften zu empfehlen: Eytelwein's Statik Bd. II., Gerstner's Mechanik Bd. I. und Kaiser's Handbuch der Statik. Ferner Navier, Resumé des leçons sur l'application de la mécanique. Part. I, Paris 1833, auch deutsch von Westphal unter dem Titel: Mechanik der Baukunst, ferner Rebhann, Theorie der Holz- und Eisen­con­structionen mit besonderer Rücksicht auf das Bauwesen. Wien 1856, Ardan, Theoretisch praktische Abhandlungen über Anordnung und Construction der Sprengwerke von großer Spannweite, aus dem Französischen von v. Raven, Hannover 1844. Ausführlich über Dach­con­structionen ist die Schrift von Winter, Berlin 1862.

Ältere Werke sind: *Elementary Principles of Carpentry etc.* by Th. Tredgold, London 1820. *Persy, Cours de stabilité des constructions.* Sganzin, *Cours des constructions.* Cresy, *An Encyclopaedia of Civil-Engineering,* London 1847. Fairbairn, *An account of the construction of the Britannia- and Convay-Tubular-Bridges etc.* Dempsey, *Tubular- and other Iron-Girder-Bridges etc.* auch deutsch von Werther unter dem Titel: *Praktisches Handbuch bei dem Bau eiserner Träger- oder Hochbrücken* u., Dresden 1853; sowie Dempsey, *Iron applied to railway structures und Malleable iron-bridges, sowie Examples for iron-roofs etc.* Außerdem M. Becker, *Die gußeisernen Brücken der badischen Eisenbahnen, Carlshöhe 1847, sowie dessen angewandte Baukunde des Ingenieurs und C. M. Bauernfeind, Vorlegeblätter zur Brückenbaukunde, neu bearbeitet von Frauenholz und Djimant, Stuttgart 1876.* Siehe auch: *Die Brücken- und Thalübergänge Schweizerischer Eisenbahnen* von C. v. Egel, Basel 1856, sowie Duggan, *Specimens of the stone-iron- and wood-bridges,* New-York 1850.

Ueber die Hängebrücken handelt schon Gerstner in seiner *Mechanik* und beschreibt namentlich die Hammersmith- und die Menakettenbrücke von Telford. In theoretischer Hinsicht ist vorzüglich zu nennen: Moseley, *The mechanical Principles of Engineering and Architecture,* auch deutsch von Scheffler unter dem Titel: *Die mechanischen Principien der Ingenieurkunst und Architectur,* Braunschweig 1845. In Navier's *Rapport et mémoire sur les ponts suspendus,* Paris 1823, wird eine allgemeine Theorie der Kettenbrücken abgehandelt. Ueber die in Frankreich häufiger angewendeten Drahtbrücken handelt Seguin (der Ält.) in einem *Mémoire sur les ponts en fil de fer.* Eine gedrängte Abhandlung über ältere Hängebrücken ist in Sganzin's *Cours des constructions* enthalten. Nächstdem findet man auch mehrere Kettenbrücken beschrieben, in den *Annales des ponts et chaussées,* ferner in Förster's *Bauzeitung* u. s. w. Ueber englische Kettenbrücken wird auch gehandelt in den *Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerksleißes in Preußen* Jahrgang 5 und 11.

Ueber die Drahtbrücke bei Freiburg in der Schweiz handelt die letztere Zeitschrift im 32. Jahrgang (1853); die Hängebrücke über die Maas bei Seraing wird (nach Armengaud's publication industrielle) im „*Civil-Ingenieur*“ Bd. II. 1856 beschrieben. Die Prager Kettenbrücke von Schnirch ist in einer besonderen Schrift von Hennig, Prag 1842, beschrieben und ebenso die Kettenbrücke über die Donau zu Pesth von Clark in einer englischen Schrift: *An account of the suspension bridge across the river Danube,* London 1853. Die Brücke über den Niagara findet sich beschrieben in einer Schrift von Gzowski, Toronto 1873.

Ferner gehört hierher: Schnirch's erste Kettenbrücke für Locomotivenbetrieb von J. Fauta. Wien 1861.

Die Theorie der Hängebrücken mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung von H. Tellekampff, Hannover 1856, enthält in gedrängter Kürze das Wesentliche über die Theorie und Anwendung dieser Brücken.

Endlich ist noch folgende Schrift zum Studium der statischen Baukunst zu empfehlen:

Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken u. s. w. von Dr. H. Scheffler, Braunschweig 1857. Die Basis dieser Schrift bildet das zuerst

von Herrn Moseley aufgestellte und von Herrn Scheffler weiter ausgebildete „Princip des kleinsten Widerstandes“. S. das oben citirte Werk von Moseley, sowie die Abhandlungen Scheffler's im Crelle Journal für die Baukunst, Band 29 und 30.

Die Literatur über die Statik der Bauwerke und insbesondere über den Brückenbau hat sich in der neuesten Zeit so sehr ausgedehnt, daß hier nur die wichtigsten Schriften über diesen Gegenstand angezeigt werden können. Vor Allem ist zu nennen: Rankine's Manuel of Civil-Engineering, London 1862. Ferner die Schrift von Laible und Schübler über den Bau der Brückenträger. Ueber die Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Mainz, nach Pauli's System ist 1863 in Mainz eine kurze Beschreibung erschienen. In dem Werke von Dr. A. Ritter, Elementare Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brückenconstructionen, Hannover 1863, wird von der Methode der statischen Momente der ausgedehnteste Gebrauch gemacht. Ein größeres Werk über Brücken ist folgendes: *Traité théorique et pratique de la construction des ponts métalliques par Molinos et Pronnier*, Paris 1857. Siehe Bd. IV des Civilingenieurs „über die allgemeine Methode der Berechnung von Brücken“. Auch gehört hierher: Langer, *Der Eisenbrückenbau*. Wien 1863. Von besonderer Bedeutung sind die Arbeiten Schwedler's in verschiedenen Jahrgängen der Berliner Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, sowie die Vorträge über Brückenbau von E. Winkler, Wien 1870 bis 1875. Ferner ist hier zu nennen: Steiner's Bericht über Brückenbauten in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika mit einem Anhang über Dachstuhlconstructionen. Wien 1878. Interessant ist das Werk Föppl's, die neuen Trägerysteme für eiserne Brücken, Leipzig 1878. Eine geordnete Sammlung neuerer Brücken und deren statische Berechnung enthält das Werk von Heinzerling: *Die Brücken der Gegenwart*, Aachen 1873 bis 1877, ebenso wie auch dessen „Eisenhochbau der Gegenwart“, Aachen 1876 bis 1878, eine Sammlung eiserner Dächer enthält. Hier sind auch die verschiedenen Excursionsberichte und Sammlungen zu erwähnen, welche von den „Studirenden verschiedener technischer Hochschulen“ veröffentlicht sind. Viele Abhandlungen über eiserne Brücken und Brückenträger sind in den letzten Jahrgängen des Civilingenieurs, sowie in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, in Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, in der Berliner Bauzeitung, in der Zeitschrift des Architecten- und Ingenieur-Vereins für das Königreich Hannover, in der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereins u. a. enthalten.