

$$\psi = \frac{2 \cdot 3,1416 \cdot 4,4584}{360} = 0,077814,$$

so daß nun nach (36), wenn man darin für x die halbe Spannweite 20 m = 20 000 mm einsetzt,

$$\gamma_1 = \left[\left(\frac{10 \cdot 0,077814}{0,0000076 \cdot 20\,000} \right)^2 - 1 \right] 0,0000076 = 25,204 \cdot 0,0000076 \\ = 0,0001916 \text{ kg}$$

sich ergibt.

Da die Belastung einer halben Kette 44 000 kg und das Gewicht der zugehörigen Hängestäbe 223 kg beträgt, so hat man die Belastung pro 1 mm der Länge:

$$q = \frac{44\,223}{20\,000} = 2,2112 \text{ kg},$$

und es ist der erforderliche Querschnitt der Kette im Scheitel:

$$F_0 = \frac{q}{\gamma_1} = \frac{2,2112}{0,0001916} = 11\,540 \text{ qmm.}$$

Für den Aufhängewinkel α_1 hat man nach (39):

$$\text{tg } \alpha_1 = \sqrt{\frac{0,0000076 + 0,0001916}{0,0000076}} \text{tg } 4^\circ 27' 30'' = 5,11 \cdot 0,07797 \\ = 0,3984 = \text{tg } 21^\circ 43'.$$

Der Querschnitt der Kette am Aufhängepunkte ist nun:

$$F_1 = \frac{F_0}{\cos \alpha_1} = \frac{11\,540}{0,9290} = 12\,422 \text{ qmm.}$$

Die Horizontalspannung der Kette folgt:

$$H = F_0 s = 115\,400 \text{ kg},$$

und die Verticallspannung im Aufhängepunkte:

$$V = H \text{tg } \alpha_1 = 115\,400 \cdot 0,3984 = 45\,975 \text{ kg},$$

daher ist das Gewicht einer Kettenhälfte:

$$G = V - ql = 45\,975 - 44\,223 = 1752 \text{ kg.}$$

Bei konstantem Querschnitt ergab sich $G = 1940$, folglich ist die Ersparniß an Material für jede Kette:

$$2 (1940 - 1752) = 376 \text{ kg}$$

gleich ca. 10 Proc. des Kettengewichtes.

Pfeiler und Widerlager. Von besonderer Wichtigkeit ist noch die §. 72. Bestimmung der Dimensionen der Pfeiler und der Widerlagsmauern einer Hängebrücke. Sind S_1 und S_2 die Spannungen der über einen Pfeiler $ABCD$ weggehenden Ketten, Fig. 364 (a. f. S.), und α_1 und α_2 ihre Neigungswinkel, so hat man den Verticaldruck auf den Pfeiler:

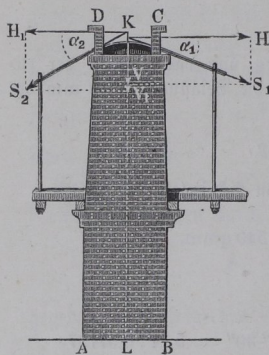
$$V = V_1 + V_2 = S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2,$$

und den Horizontaldruck, da die Horizontalspannungen einander entgegenwirken:

$$H = H_1 - H_2 = S_1 \cos \alpha_1 - S_2 \cos \alpha_2.$$

Ist nun h die Höhe KL , b die Breite und d die Dicke AB eines Pfeilers, sowie dessen Dichtigkeit $= \gamma$, so hat man das Gewicht desselben:

Fig. 364.



$$G = dbh\gamma,$$

und den gesammten Verticaldruck:

$$V + G = S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2 + dbh\gamma.$$

Damit aber die Horizontalkraft:

$$H = H_1 - H_2$$

den Pfeiler nicht umstürze um die Kante B , ist es nöthig, daß das statische Moment

$$H \cdot \overline{KL} = Hh = (S_1 \cos \alpha_1 - S_2 \cos \alpha_2)h$$

von dem statischen Moment

$$(V + G) \overline{BL} = (S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2 + dbh\gamma) \frac{d}{2}$$

übertroffen werde, daß also

$$d^2 + \frac{S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2}{bh\gamma} d > 2 \frac{S_1 \cos \alpha_1 - S_2 \cos \alpha_2}{b\gamma}$$

oder

$$d^2 + \frac{V_1 + V_2}{bh\gamma} d = 2\sigma \frac{H_1 - H_2}{b\gamma}$$

sei, wobei σ den Stabilitätscoefficienten 2 bis 4 bezeichnet (f. §. 28).

Hiernach ist die nöthige Pfeilerdicke:

$$d = -\frac{V_1 + V_2}{2bh\gamma} + \sqrt{\frac{2\sigma(H_1 - H_2)}{b\gamma} + \left(\frac{V_1 + V_2}{2bh\gamma}\right)^2}.$$

Uebrigens ist der Sicherheit wegen für $S_1 \cos \alpha_1$ der größte und für $S_2 \cos \alpha_2$ der kleinste Werth zu setzen, also anzunehmen, daß die Kette einerseits vollständig und andererseits gar nicht belastet sei.

Diese Formel setzt voraus, daß die Kräfte S_1 und S_2 vollkommen übertragen werden auf den Pfeilerkopf, was allerdings nur eintritt, entweder wenn die Seilenden am Pfeilerkopf festsetzen, oder wenn die Reibung auf denselben die Differenz $S_1 - S_2$ der Spannungen übertrifft. Nach Thl. I ist diese Reibung:

$$F = \left[\left(1 + 2\varphi \sin \frac{\beta}{2} \right)^n - 1 \right] S_2,$$

wenn φ den Reibungscoefficienten, n die Zahl der auf dem Pfeilerkopfe aufliegenden Kettenglieder und β den Centriwinkel bezeichnet, welcher einem Gliede entspricht; wenn daher

$$S_1 - S_2 < \left[\left(1 + 2 \varphi \sin \frac{\beta}{2} \right)^n - 1 \right] S_2$$

oder

$$S_1 < \left(1 + 2 \varphi \sin \frac{\beta}{2} \right)^n S_2$$

ist, so legt sich die Kette fest auf den Pfeilerkopf auf; außerdem gleitet sie aber auf dem Pfeilerkopfe hin, und es ist deshalb in obige Formel:

$$S_1 = \left(1 + 2 \varphi \sin \frac{\beta}{2} \right)^n S_2,$$

oder bei Seilen:

$$S_1 = e^{\varphi \alpha} S_2 \text{ (s. Thl. I)}$$

einzusetzen.

Legt man die Kette oder das Seil auf Rollen, so ist diese Differenz, und daher die nöthige Pfeilerstärke, viel kleiner. Sind die Rollenhalbmesser a und die Zapfenhalbmesser r , so hat man:

$$S_1 = S_2 + \varphi \frac{r}{a} (S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2) = S_2 + \varphi \frac{r}{a} (V + V_1)$$

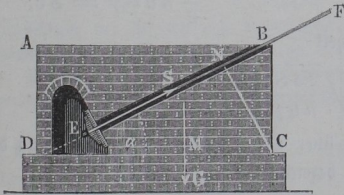
zu setzen, weil die auf den Rollenhalbmesser reducirte Zapfenreibung den Werth:

$$F = \varphi \frac{r}{a} (S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2) \text{ hat.}$$

Besteht der Pfeiler in einem drehbaren Ständer, so ist statt r der Zapfenhalbmesser und statt a die Höhe des Ständers einzusetzen, und liegt das Seil auf Walzen, so hat man statt φr den Hebelarm $f = 0,5 \text{ mm}$ der wälzenden Reibung einzuführen, wobei auch a und r in Millimetern zu nehmen sind.

Aus der Spannung S der Spann- oder Endketten (Spann- oder Endseile) kann man auch noch

Fig. 365.



die nöthigen Dimensionen der Widerlagsmauer AC , Fig. 365, bestimmen.

Die Spannung S sucht die Widerlagsmauer AC um die Kante C zu drehen, und wirkt dabei am Hebelarme:

$$CN = CD \sin \alpha = l \sin \alpha,$$

wenn α den Neigungswinkel SDC des Seiles gegen den Horizont und l die Länge CD der Mauer bezeichnet. Das Gewicht G der Mauer wirkt aber mit dem Momente:

$$G \cdot \overline{CM} = h b l \gamma \frac{l}{2} = \frac{1}{2} h b l^2 \gamma$$

entgegen, wo h die Höhe BC , b die Breite und γ das spezifische Gewicht der Mauer bezeichnet. Für den Gleichgewichtszustand ist:

$$S l \sin \alpha = \frac{1}{2} h b l^2 \gamma,$$

daher die nöthige Mauerlänge bei einem Stabilitätscoefficienten σ :

$$l = \frac{2 \sigma S \sin \alpha}{h b \gamma}.$$

Damit ferner dieselbe Mauer nicht fortgeschoben werde, muß ihre Reibung φ ($G - S \sin \alpha$) größer, als die Horizontalkraft $S \cos \alpha$, also:

$$\varphi G > S (\cos \alpha + \varphi \sin \alpha)$$

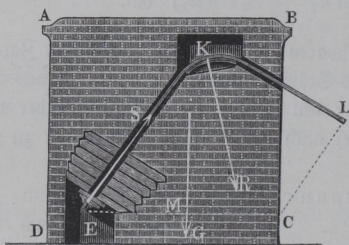
sein. Man setzt hiernach:

$$l = \frac{\sigma S}{h b \gamma} \left(\frac{\cos \alpha}{\varphi} + \sin \alpha \right),$$

wobei $\varphi = 0,67$ und der Stabilitätscoefficient σ 2 bis 4 anzunehmen ist.

Wenn die Kette im Widerlagspfeiler nicht bloß befestigt, sondern auch aufgelagert ist, wie in Fig. 366, so ist der Hebelarm der Spannung S das

Fig. 366.



Perpendikel $CL = c$, vom Stützpunkte C nach der Seilrichtung KL gefällt, und der Hebelarm des Pfeilergewichtes G die Hälfte CM der Pfeilerlänge $CE = l$, letztere, der Sicherheit wegen, nur bis zum Befestigungspunkte E des Seiles gemessen. Hiernach hat man

$$\frac{1}{2} h b l^2 \gamma = S c;$$

und daher mit Rücksicht auf Sicherheit

$$l = \sqrt{\frac{2 \sigma S c}{h b \gamma}}.$$

In Hinsicht auf das Fortschieben über CE ist, wenn α die Neigung des Tragsseiles KL gegen den Horizont bezeichnet:

$$\varphi (G + S \sin \alpha) = S \cos \alpha,$$

wonach

$$G = \frac{S \cos \alpha - \varphi S \sin \alpha}{\varphi},$$

und

$$l = \frac{\sigma S (\cos \alpha - \varphi \sin \alpha)}{\varphi h b \gamma}$$

folgt.

Beispiel. Bei der in dem Beispiele zu §. 71 berechneten Kettenbrücke fand sich die Vertikalkraft der belasteten Kette:

$$V_1 = 45\,975 \text{ kg},$$

und die der unbelasteten zu:

$$V_2 = V_1 - 20 \cdot 1200 = 21\,975 \text{ kg}.$$

Wird nun für die Rollen des Pfeilerkopfes $\frac{r}{a} = \frac{1}{4}$ und $\varphi = \frac{1}{4}$ angenommen, so ist die Zapfenreibung daselbst:

$$F = \varphi \frac{r}{a} (V_1 + V_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} 45\,975 + 21\,975 = 4244 \text{ kg}$$

viel kleiner, als die Differenz der Spannungen. Es tritt daher eine Umdrehung der Rollen und Bewegung der Kette ein, wobei deren Spannung auf der einen Seite des Pfeilers sich vergrößert, auf der anderen abnimmt, so lange bis die Differenz der beiden Horizontalspannungen $H_1 - H_2$ den Betrag von 4244 kg erreicht. Ist nun die Pfeilerhöhe gleich 5 m, die Breite gleich 1,2 m und das spezifische Gewicht der Mauermaße $\gamma = 2$, so hat man:

$$V_1 + V_2 = 67\,950 \text{ kg}, \quad b h \gamma = 1,2 \cdot 5 \cdot 2000 = 12\,000 \text{ kg}$$

und

$$H_1 - H_2 = F = 4244 \text{ kg},$$

so daß sich für einen Stabilitätscoefficienten $\sigma = 4$ die erforderliche Pfeilerdicke berechnet zu:

$$d = -\frac{67\,950}{2 \cdot 12\,000} + \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 4244}{1,2 \cdot 2000} + \left(\frac{67\,950}{24\,000}\right)^2} = -2,83 + 4,71 = 1,88 \text{ m}.$$

Für die Widerlagsmauer der Spannkette, Fig. 365, erhält man, wenn $h = 5 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$ und der Neigungswinkel α gleich demjenigen α_1 der Tragketten am Pfeilerkopfe zu $21^\circ 43'$ angenommen, also $S \sin \alpha_1 = 45\,975 \text{ kg}$ gesetzt wird, für einen Stabilitätscoefficienten $\sigma = 2$:

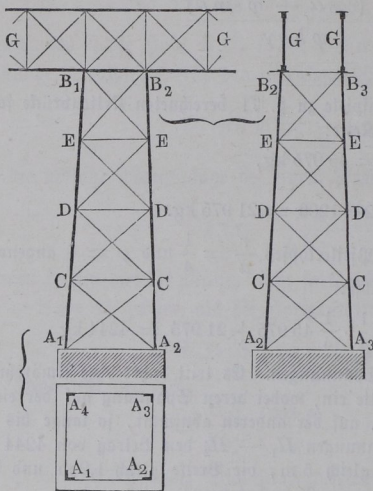
$$l = \frac{2 \cdot 2 \cdot 45\,975}{5 \cdot 3 \cdot 2000} = 6,13 \text{ m}.$$

Hinsichtlich der Pfeiler von Bogenbrücken wurde bereits in §. 64 die ungünstigste Belastungsart festgestellt und daselbst bemerkt, daß die Dimensionen dieser Pfeiler in derselben Art zu bestimmen sind, welche in Bezug auf die Widerlager der Gewölbe in §. 28 angeführt wurde.

Es sollen hier nur noch die sogenannten Fachwerks Pfeiler erwähnt werden, welche man in neuerer Zeit vielfach, namentlich bei hohen in Eisen ausgeführten Wegelüberführungen zur Anwendung bringt.

Ein solcher Fachwerkspfeiler besteht im Allgemeinen aus vier in den Ecken A_1, A_2, A_3 und A_4 , Fig. 367, des rechteckigen Pfeilergrundrisses aufgestellten Stielen AB , welche

Fig. 367.



nach oben gegen einander schwach geneigt sind, und deren obere Punkte B_1, B_2, B_3 und B_4 die Ecken eines rechteckigen Rahmens bilden, auf welchem die Brückenträger GG ruhen. Diese Stiele sind in verschiedenen Höhen etagenweise durch die rahmenförmigen Querverbindungen C, D, E vereinigt, und endlich sind die auf diese Weise entstehenden trapezförmigen Felder der vier Seitenflächen des Pfeilers durch gekreuzte Diagonalen wie $CD, DE \dots$ versteift. Auch pflegt man wohl durch das Innere des Pfeilers derartige schräg stehende Zug-

bänder zwischen den diametral gegenüber stehenden Ständern anzubringen. Die Diagonalen werden wegen der gekreuzten Anordnung stets nur auf Zug beansprucht, und zwar wird je nach der Angriffsweise der äußeren Kräfte von je zwei gekreuzten Bändern bald das eine, bald das andere zur Wirkung kommen, in gleicher Art, wie dies im Vorstehenden in Bezug auf die Diagonalen der Fachwerksträger mehrfach besprochen worden ist.

Die äußeren Kräfte, welche diese Pfeiler angreifen, sind außer dem Eigengewichte der Pfeilertheile selbst das Gewicht der Brücke nebst der darauf befindlichen Verkehrslast, sowie der Druck des Windes gegen die Pfeiler, die Brückentheile, und gegen die auf der Brücke befindlichen Wagen. Außerdem ist hierzu natürlich bei Bogenbrücken noch der Horizontalschub der Bogensträger zu rechnen.

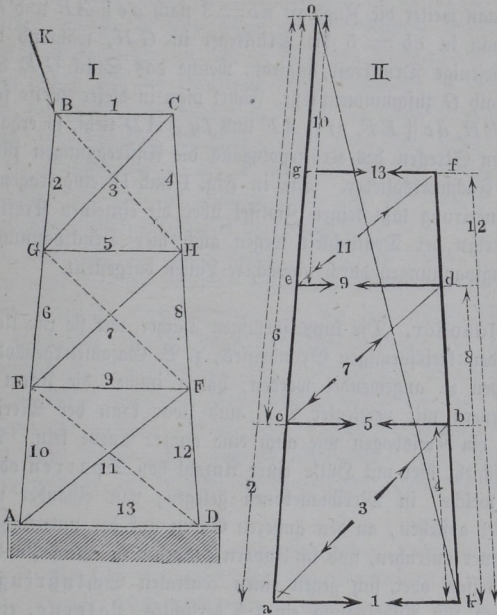
Kennt man diese angreifenden Kräfte, für welche man für die Construction die ungünstigsten Werthe zu Grunde zu legen hat, so wird man dieselben nach den Regeln der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte in solche Componenten zerlegen können, welche in die Ebenen der vier Seitenflächen des obeliskenförmigen Pfeilers hineinfallen.

Ist dies geschehen, so kann man eine solche Seitenwand des Pfeilers in ähnlicher Weise behandeln, wie einen Fachwerksträger, und es gelten die für

die letzteren angeführten Regeln auch hierfür. Am einfachsten wird auch hier die graphische Ermittlung zur Kenntniß der die einzelnen Constructionslieder angreifenden Kräfte führen, und es genügt dazu in der Regel die bloße Verzeichnung des zugehörigen Kräftepolygons.

Als Beispiel sei durch $ABCD$, Fig. 368, I, eine solche Seitenwand eines Fachwerkpfelers dargestellt, und angenommen, daß die auf dieses

Fig. 368.



Fachwerk in dessen Ebene wirkende resultierende äußere Kraft durch K dargestellt sei. Es mag hier bemerkt werden, daß man auf etwaige senkrecht zu der Ebene $ABCD$ wirkende Kraftcomponenten nicht zu berücksichtigen hat, indem diese Componenten sich immer zu solchen Mittelkräften zusammensetzen lassen, welche in die Ebenen der an $ABCD$ anstoßenden Pfeilerwände hineinfallen.

Bei der vorausgesetzten Richtung der Kraft K ist es leicht einzusehen, daß die ausgezogenen Diagonalen AF , EH , GC in Spannung versetzt werden, während die punktirten Diagonalen ED , GF und BH wirkungslos sind. Demgemäß ergibt sich also die Zeichnung des Kräftepolygons, Fig. 368, II, leicht wie folgt. Macht man der Richtung und Größe nach

entsprechend dem gewählten Kräftemaßstabe $ok = K$, und zieht oa parallel BA und durch k eine Parallele mit BC , so erhält man in $oa = 2$ die Druckkraft 2 in BG , während $ak = 1$ die Pressung 1 in dem horizontalen Gliede BC ergibt. Letztere Kraft $ak = 1$ zerlegt sich nun wieder durch Parallelen mit GC und CD in die Zugspannung $ab = 3$ der Diagonale GC und die Druckspannung $bk = 4$ in dem Ständerstücke CH .

Zerlegt man weiter die Zugkraft $ab = 3$ nach $ac \parallel AB$ und $cb \parallel GH$, so erhält man in $cb = 5$ die Druckkraft in GH , während das Stück $oc = 6$ diejenige Druckkraft angiebt, welche das Stück GE des Stiels AB unterhalb G zusammenpreßt. Führt man in dieser Weise fort, indem man $cd \parallel EH$, $de \parallel EF$, $ef \parallel AF$ und $fg \parallel AD$ zieht, so erhält man in den einzelnen Strecken des Kräftepolygons die Anstrengungen für die entsprechenden Fachwerksglieder. Die in Fig. I und II eingetragene gemeinsame Nummerirung läßt keinen Zweifel über die einzelnen Kräfte bestehen, und es wurden der Deutlichkeit wegen auch hier Druckspannungen durch stärkere, Zugspannungen durch schwächere Linien dargestellt.

§. 73. **Kuppeldächer.** Die kuppelförmigen Dächer, wie sie zur Ueberdeckung von Gebäuden kreisförmigen Grundrisses, z. B. Gasometergebäuden, Locomotivschuppen u. angewendet werden, haben immer die Form von Umdrehungskörpern mit verticaler Axe, und zwar kann der Meridianschnitt ebensowohl ein Kreisbogen wie auch eine andere Curve sein. Die Ueberdeckung geschieht hier mit Hilfe einer Anzahl von Sparren oder Traggrippen, welche, in Meridianebenen gelegen, von einander um gleiche Centriwinkel abstehen, an den äußeren Enden auf der unterstützenden Umfassungsmauer aufrufen, und im Innern entweder in einem Punkte der Axe zusammentreffen oder sich gegen einen centralen Schlußring stemmen, welcher etwa zur Anbringung eines Oberlichtes, Laterne, eingesetzt ist. Diese Sparren oder Rippen unterscheiden sich von gewöhnlichen Fachwerksträgern, welche man etwa diagonal und in der Mitte sich durchgehend über dem Raume anordnen könnte, dadurch, daß ihnen die Untergurtung fehlt, und daß deren Zugkraft ersetzt ist entweder durch die Widerstandsfähigkeit der Umfassungsmauern oder durch die Spannkraft eines auf den letzteren gelagerten horizontalen eisernen Mauerringes, in ähnlicher Art, wie dies bereits in §. 30 gelegentlich der Kuppelgewölbe besprochen worden ist. Solche horizontale Ringe, welche Parallelkreise der Kuppelfläche darstellen, sind außerdem zwischen dem Auflager und dem Pole oder Scheitel der Kuppel noch mehrere zwischen den meridionalen Sparren angeordnet, die letzteren dadurch gegen einander versteifend. Die Decke der Kuppel wird dann ähnlich wie bei anderen Dächern durch Pfetten unterstützt, welche, auf