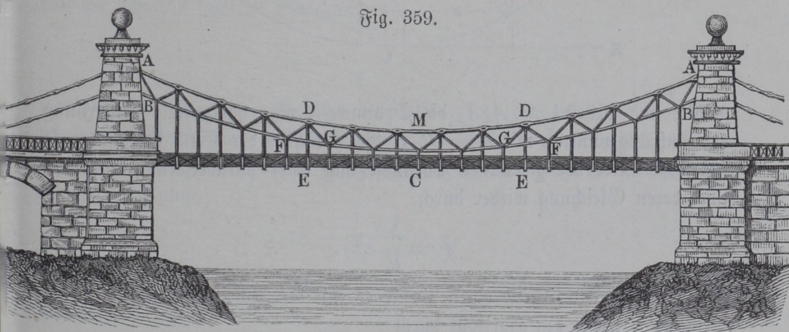
ketten. Die Glieder dieser Ketten, deren Metalldicke 25 und Höhe 50 mm mißt, bilden Scheeren oder Ringe von 3 m Länge und 100 mm lichter Weite. Die auf einer Seite neben einander liegenden Doppelketten sind durch 100 mm dicke Bolzen mit einander verbunden, und an die letzteren sind die 3 cm dicken Hängestangen angeschlossen. Die Tragketten AB sind mit den Spannketten BC durch die in Fig. 356 abgebildeten Hebel verbunden, welche in einem 8 m hohen und aus vier Stücken und einem cylindrischen Kern bestehenden gußeisernen Thurme enthalten sind. Die Befestigung der Kettenenden in der Widerlagsmauer E ist ähnlich wie Fig. 357 darstellt. Die ganze Brücke wiegt auf das laufende Meter 1010 kg, und nimmt man die Belastung eben so groß an, so berechnet sich die Spannung der Ketten auf 418910 kg, so daß auf ein Quadratmillimeter derselben eine Spannung von 10 kg kommt. Die Hängestangen sind dagegen nur mit 2 kg und die gußeisernen Pfeiler mit $2^1/_2$ kg pro Quadratmillimeter belastet.

Die Eisenbahnkettenbrücke über den Donau-Canal in Wien, ausgeführt von den Ingenieuren Schnirch und Fillunger ist in Fig. 359 skizzirt.

Fig. 359.



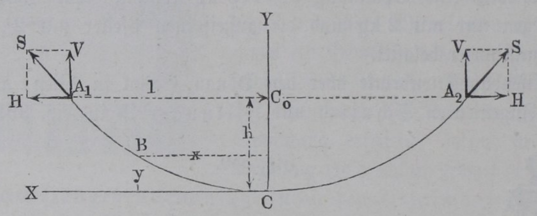
Dieselbe besteht aus je zwei durch Diagonalstäbe DF, DG . . . mit einander verbundenen Hängeketten AMA und $BGGB$, welche wie gewöhnlich, die Brückenbahn ECE mittelst verticaler Hängestangen tragen. Diese Brücke hat eine Spannweite von 264 Wiener Fuß (83,45 m), eine Bogenhöhe von $13^1/_5$ Fuß (4,17 m) und trägt eine Fahrbahn mit Doppelgeleisen von 35 Fuß Breite. Der Gesammtquerschnitt der Ketten ist 248 Quadratzoll (1720 qcm), und der Materialaufwand dieser Brücke besteht aus 7290,8 Ctr. Schmiedeeisen und aus 668 Ctr. Gußeisen.

Theorie der Hängebrücken. Die Curve, welche von der Kette oder dem Seile einer Hängebrücke gebildet wird, hängt wesentlich von der §. 69.

Art der Belastung ab, dieselbe kommt einer Ellipse sehr nahe und liegt zwischen einer Parabel und einer Kettenlinie, wie diese letzteren Curven sich bezw. ergeben, wenn die Last gleichmäßig entweder über die Horizontalprojection, oder über die Kettenlänge verbreitet ist. Es geht daraus hervor, daß die Kettenbrückenlinie sich bei der belasteten Brücke mehr der Parabel, dagegen bei der unbelasteten Brücke mehr der Kettenlinie nähern wird. Da die Brücken vorzugsweise für den Zustand der Belastung zu untersuchen sind, so rechtfertigt es sich, wenn die Curve der Kette oder des Seils der leichteren Durchführbarkeit der Rechnung wegen als Parabel angesehen wird.

Es sei hier wie für den Bogenträger der Scheitel oder tiefste Punkt C, Fig. 360, als Coordinatenanfang für verticale und horizontale Axen ge-

Fig. 360.



wählt, und mit $2\,l = A_1 A_2$ die Spannweite oder horizontale Entfernung der Aufhängepunkte, mit $h = C_0\,C$ die Pfeilhöhe der Kette bezeichnet, so hat man unter der gemachten Voraussetzung einer parabelförmigen Kettenlinie deren Gleichung wieder durch

$$y = \frac{h}{l^2}\,x^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ausgedrückt. Für irgend einen Punkt B mit den Abscissen x und y ist die Neigung α gegen den Horizont durch

$$tg\,\alpha = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{h}{l^2}\,2\,x = \frac{2\,y}{x}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

also für den Aufhängepunkt A_1 durch

$$tg\,\alpha_1 = \frac{2\,h}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2^a)$$

gegeben. Setzt man wieder ein Bogenelement

$$\partial b = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \partial x \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2} = \left(1 + 2\,\frac{h^2}{l^4}\,x^2\right)\partial x,$$

so erhält man die Länge des Kettenbogens zwischen dem Scheitel C und einem Punkte B zu

$$b = \left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{l^4}\,x^2\right) x \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

und daher die Länge des halben Bogens CA_1 mit $x = l$ zu

$$b = \left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{l^2}\right) l \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3^a)$$

Die Längen λ der einzelnen Hängestangen vom Scheitel aus nach den Aufhängepunkten hin bestimmen sich aus (1), wenn man darin nach einander für x die Werthe $\frac{l}{n}, \frac{2\,l}{n}, \frac{3\,l}{n} \ldots \frac{n\,l}{n}$ einführt, unter n die Anzahl der Intervalle einer Brückenhälfte verstanden. Demgemäß hat die νte Hängestange, von der Mitte aus gezählt, die Länge

$$\lambda_\nu = h\left(\frac{\nu}{n}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Die Hängestangen werden durch das Gewicht der von ihnen getragenen Fahrbahn und durch ihr eigenes Gewicht auf Zug in Anspruch genommen, und man erhält daher den nöthigen Querschnitt f einer solchen Hängestange von der Länge λ aus der Beziehung

$$f s_1 = \frac{l}{n}\,q + f \lambda \gamma,$$

worin γ das specifische Gewicht des Eisens, s_1 die zulässige Materialspannung desselben und q die Belastung der Brückenbahn für die Längeneinheit und die halbe Brückenbreite bedeutet. Daraus folgt der Querschnitt einer Hängestange

$$f = \frac{q\,l}{n\,(s_1 - \lambda\gamma)}, \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

wofür man wegen der Kleinheit von $\lambda\gamma$ im Vergleiche zu s_1 genügend genau

$$f = \frac{q\,l}{n\,s_1} = \frac{Q}{n\,s_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5^a)$$

setzen kann, unter Q die Belastung einer **Kettenhälfte** zwischen dem tiefsten Punkte und einem Aufhängepunkte verstanden. Hieraus folgt das Gewicht aller n Hängestangen einer Kettenhälfte, wenn man unter λ die mittlere Durchschnittslänge derselben versteht, zu

$$G_1 = n f \lambda \gamma = q\,\frac{l\,\lambda}{s_1}\,\gamma = \frac{Q\,\lambda\,\gamma}{s_1} \quad \ldots \ldots \quad (5^b)$$

Um nun den Querschnitt F der Tragkette zu ermitteln, hat man die volle Belastung der Brücke über ihre ganze Länge durch die größte Last $2\,Q = 2\,l\,q = 2\,l\,(p + k)$ vorauszusetzen. Die Tragkette hat dann außer dieser Last $2\,Q$ noch das Gewicht $2\,G_1$ der Hängestangen und ihr eigenes Gewicht $2\,G$ zu tragen, welches letztere mit Rücksicht auf (3^a) sich zu

$$2\,G = F\,2\,b\,\gamma = 2\,F\,l\,\gamma\left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{l^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

bestimmt.

In jedem Aufhängepunkte A_1 und A_2 hat man daher einen verticalen Auflagerdruck V gleich der Belastung der halben Kette $Q + G + G_1$, und da $V = S\,sin\,\alpha_1$ und $H = S\,cos\,\alpha_1$ ist, unter S die Endspannung der Kette verstanden, so folgt zunächst diese Spannung

$$S = \frac{V}{sin\,\alpha_1} = \frac{Q + G + G_1}{\cdot\, sin\,\alpha_1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

sowie der horizontale Zug der Kette

$$H = V\,cotg\,\alpha_1 = (Q + G + G_1)\,cotg\,\alpha_1 = (Q + G + G_1)\,\frac{l}{2\,h} \cdot (8)$$

Führt man in (7) für G_1 und G die Werthe aus (5^b) und (6) ein, und setzt $S = F\,s$, so erhält man

$$S\,sin\,\alpha_1 = F\,s\,sin\,\alpha_1 = Q\left(1 + \frac{\lambda\,\gamma}{s_1}\right) + F\,b\,\gamma,$$

woraus der erforderliche Kettenquerschnitt zu

$$F = \frac{Q}{s_1}\,\frac{s_1 + \lambda\,\gamma}{s\,sin\,\alpha_1 - b\gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

folgt, in welche Gleichung man für b den Werth aus (3^a) und nach (2^a):

$$sin\,\alpha_1 = \frac{tg\,\alpha_1}{\sqrt{1 + tg^2\,\alpha_1}} = \frac{2\,h}{\sqrt{l^2 + 4\,h^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

einführen kann. Hat man hieraus F und damit nach (6) das Gewicht G der halben Kette bestimmt, so findet man aus (8) den Horizontalzug H, welcher auch die Spannung im tiefsten Punkte C der Kette angiebt.

Man kann einer Hängebrücke dadurch eine größere Steifigkeit gegen Schwingungen ertheilen, daß man die Brückenbahn nicht durch verticale, sondern mit Hülfe geneigter Hängestangen an die Tragketten anhängt, derart, daß vom tiefsten Punkte C der Kette, Fig. 361, die Hängestangen wie NO, DA nach beiden Seiten symmetrisch gegen die Verticale unter dem Winkel β geneigt sind. Bezeichnet hier $CD_1 = CD_2 = l_1$ die halbe Länge der Brücke, und $C_0 A_1 = C_0 A_2 = l$ die halbe Entfernung der Aufhängepunkte A_1 und A_2, welche um die Höhe $C C_0 = h$ über dem tiefsten Punkte der Kette gelegen sind, so hat man zunächst

$$l_1 = l - h\,cotg\,\beta,$$

und die Länge der äußersten Hängestange $A_1 D_1 = A_2 D_2$:

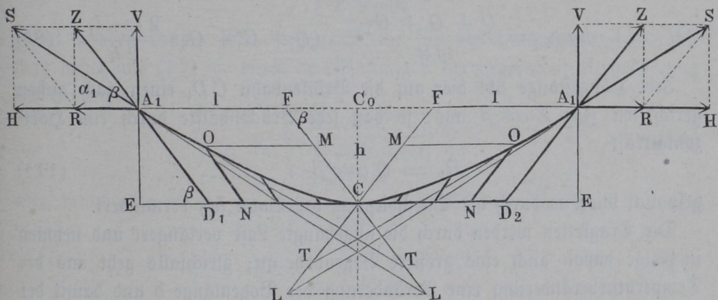
$$h_1 = \frac{h}{\sin \beta}.$$

Bezeichnet wieder n die Felderzahl der halben Brücke CD_1, so wirkt auf jede Hängestange ein verticales Gewicht $\frac{l_1}{n} q$, welches in der Hängestange eine Zugkraft

$$Z = \frac{l_1 q}{n \sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

hervorruft. Mit diesen Zugkräften Z greifen die Hängestangen die Tragkette an, und es ergiebt sich, daß jede Kettenhälfte $A_1 C$ und $A_2 C$ in Folge

Fig. 361.



dieser parallelen Kräfte von gleicher Größe und gleichen gegenseitigen Abständen gleichfalls die Gestalt einer Parabel annehmen wird, für welche die durch den tiefsten Punkt C parallel der Zugstange $D_1 A_1$ gezogene Richtung CF einen Durchmesser darstellt. Daher ist für jeden Punkt wie O die Subtangente MT gleich der doppelten, in der Richtung von CF gemessenen Abscisse ON, und die Tangente an die Parabel in A_1 schneidet den Durchmesser CF in einem Punkte L so, daß

$$FL = 2 A_1 D_1 = 2 h_1 = \frac{2h}{\sin \beta}$$

ist. Bezeichnet man daher wieder mit α_1 den Neigungswinkel der Kette in A_1 gegen den Horizont, so hat man aus dem Dreiecke $F A_1 L$:

$$\frac{\sin F L A_1}{\sin F A_1 L} = \frac{\sin(\beta - \alpha_1)}{\sin \alpha_1} = \frac{F A_1}{F L} = \frac{l_1}{2 h_1},$$

woraus man

$$\cot g\, \alpha_1 = \cot g\, \beta + \frac{l_1}{2 h_1 \sin \beta}$$

folgert. Setzt man hierin $cotg\,\beta = \frac{E D_1}{E A_1} = \frac{l - l_1}{h}$ und $h_1 \sin\beta = h$, so erhält man auch für den Winkel α_1:

$$tg\,\alpha_1 = \frac{2h}{2l - l_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2^b)$$

Der Verticaldruck V in jedem Aufhängepunkte A_1 und A_2 bestimmt sich auch hier gleich der Belastung einer halben Brücke zu

$$V = Q + G + G_1,$$

und daher die Kettenspannung am Ende zu

$$S = \frac{V}{\sin\alpha_1} = \frac{Q + G + G_1}{\sin\alpha_1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

sowie der horizontale Kettenzug zu

$$H = V\,cotg\,\alpha_1 = \frac{Q + G + G_1}{tg\,\alpha_1} = (Q + G + G_1)\,\frac{2l - l_1}{2h} \quad . \quad (8^a)$$

Jede Hängestange übt hier auf die Brückenbahn CD_1 einen nach außen gerichteten Zug $Z\cos\beta$ aus, so daß jede Brückenhälfte durch eine Horizontalkraft

$$H_1 = Q\,cotg\,\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11^a)$$

gespannt wird, wodurch die Durchbiegung der Bahn sich vermindert.

Die Tragketten werden durch die angehängte Last verlängert und nehmen in Folge davon auch eine größere Bogenhöhe an; gleichfalls geht aus der Temperaturveränderung eine Veränderung der Bogenlänge b und damit der Pfeilhöhe h hervor. Wenn die letztere aus h in h' übergeht, so hat sich die Bogenlänge

$$b = \left(1 + \frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right) l$$

in

$$b' = \left(1 + \frac{2}{3}\frac{h'^2}{l^2}\right) l,$$

also um

$$\sigma = b' - b = \frac{2}{3}\,\frac{h'^2 - h^2}{l}$$

vergrößert, daher hat man, wenn man die Veränderung der Pfeilhöhe $h' - h = \eta$ und annähernd $h' + h = 2h$ setzt, die Verlängerung der halben Kette

$$\sigma = \frac{4}{3}\,\frac{h}{l}\,\eta,$$

sowie umgekehrt

$$\eta = \frac{3}{4}\,\frac{l}{h}\,\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Die Spannung der Kette ist nun für verschiedene Punkte verschieden und variirt nach (7) und (8) zwischen $H = V \, cotg \, \alpha_1$ im Scheitel und $S = \frac{V}{sin \, \alpha_1}$ an den Enden. Nimmt man dafür überall eine mittlere Spannung

$$S_0 = \frac{H + S}{2} = V \frac{1 + cos \, \alpha_1}{2 \, sin \, \alpha_1}$$

an, so erhält man daraus für den halben Kettenbogen b eine elastische Verlängerung

$$\sigma = \frac{S_0}{FE} b = \frac{V}{FE} \frac{1 + cos \, \alpha_1}{2 \, sin \, \alpha_1} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h^2}{l^2}\right) l,$$

wofür annähernd

$$\sigma = \frac{V l}{FE \, sin \, \alpha_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

gesetzt werden kann. Mit diesem Werthe für die Verlängerung σ erhält man daher aus (12) die durch die Belastung V hervorgerufene Vergrößerung der Bogenhöhe:

$$\eta = \frac{3}{4} \frac{V}{FE \, sin \, \alpha_1} \frac{l^2}{h}, \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

oder, wenn man $sin \, \alpha_1 = \frac{2 h}{\sqrt{l^2 + 4 h^2}} =$ annähernd $\frac{2 h}{l}$ setzt:

$$\eta = \frac{3}{8} \frac{V}{FE} \frac{l^3}{h^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14^a)$$

Um die Veränderung der Bogenhöhe h bei einer Temperaturveränderung von $\pm t^0$ C. zu ermitteln, hat man nur die hierdurch hervorgerufene Längenänderung der halben Kette von $\pm$ 0,000012 $b t$ in den Ausdruck (12) für σ einzuführen, und erhält die gesuchte Veränderung der Bogenhöhe zu

$$\eta_t = \pm \frac{3}{4} \frac{l}{h} \, 0{,}000012 \, b t = \pm \, 0{,}000009 \, t \frac{l b}{h} \quad \ldots \quad (14^b)$$

Beispiel. Es sind für eine Hängebrücke mit verticalen Hängestangen bei einer Spannweite von 40 m und einer Bogenhöhe von 4 m die Querschnittsverhältnisse zu ermitteln, wenn die auf jede Kette entfallende halbe Brückenbahn ein Eigengewicht von 1000 kg pro laufenden Meter hat und eine zufällige Belastung durch Menschengedränge von 1200 kg pro laufenden Meter für jede Tragkette zu rechnen ist, und wenn die höchste Materialspannung in den Tragketten den Werth $s = 10$ kg, diejenige in den Hängestangen dagegen nur denjenigen $s_1 = 2$ kg nicht übersteigen soll?

Nimmt man die Entfernung der Hängestangen zu 1 m an, so hat jede derselben eine Last von 1000 + 1200 = 2200 kg zu tragen, und daher bestimmt sich der Querschnitt f einer Stange (5^a) zu $\frac{2200}{2} = 1100$ qmm, daher der

Durchmesser des Rundeisens zu 37,5 mm. Nimmt man den Regeln für die Quadratur der Parabel zufolge die mittlere Länge der Hängestangen zu $\lambda = \frac{h}{3} = 1{,}333$ m und das specifische Gewicht des Eisens zu 7,6 an (1 cbmm = 0,0000076 kg), so erhält man nach (5 b) das Gewicht der 20 Hängestangen einer halben Kette zu:

$$G_1 = 20 \,.\, 1100 \,.\, 1333 \,.\, 0{,}0000076 = 223 \text{ kg}.$$

Die Last Q für eine halbe Kette ist ferner:

$$Q = 20 \,.\, (1000 + 1200) = 44\,000 \text{ kg}.$$

Ferner hat man die Länge b einer halben Kette gleich:

$$b = \left(1 + \frac{2}{3} \frac{4 \,.\, 4}{20 \,.\, 20}\right) 20 = \frac{77}{75}\, 20 = 20{,}533 \text{ m},$$

und den Neigungswinkel α_1:

$$\sin \alpha_1 = \frac{2 \,.\, 4}{\sqrt{400 + 64}} = 0{,}3714; \; (\alpha_1 = 21^0\, 50'),$$

und man erhält daher den Querschnitt der Tragkette nach (9) zu:

$$F = \frac{44000}{2} \frac{2 + 1333 \,.\, 0{,}0000076}{10 \,.\, 0{,}3714 - 20533 \,.\, 0{,}0000076} = 22000 \frac{2{,}010}{3{,}714 - 0{,}156}$$
$$= 12\,429 \text{ qmm},$$

welchen Querschnitt man etwa durch vier Flacheisenstäbe von je 25 mm Stärke und 125 mm Höhe erreichen kann. Das Gewicht G einer halben Kette bestimmt sich daher zu:

$$G = 12429 \,.\, 20533 \,.\, 0{,}0000076 = 1940 \text{ kg},$$

so daß man in jedem Aufhängepunkte den Verticaldruck:

$$V = 44000 + 1940 + 223 = 46\,163 \text{ kg},$$

und den Horizontalzug nach (8):

$$H = 46163 \frac{20}{2 \,.\, 4} = 115\,408 \text{ kg}$$

erhält.

Nimmt man den Elasticitätsmodul des Ketteneisens zu $E = 20000$ an, so erhält man nach (14) die elastische Vergrößerung der Pfeilhöhe h durch die Belastung zu:

$$\eta = \frac{3}{4} \frac{46\,163}{12\,429 \,.\, 20\,000 \,.\, 0{,}3714} \frac{20000^2}{4000} = 37{,}5 \text{ mm}.$$

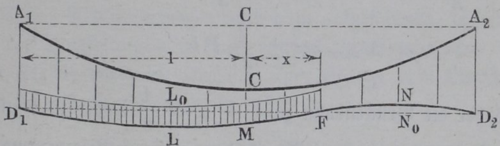
Für jeden Grad der Temperaturdifferenz ermittelt sich diese Veränderung nach (14 b) zu:

$$\eta_t = \pm\, 0{,}000009 \frac{20 \,.\, 20\,533}{4} = \pm\, 0{,}92 \text{ mm}.$$

also beispielsweise für 30° C. zu circa 28 mm.

§. 70. Fortsetzung. Für die einseitige Belastung der Hängebrücke, Fig. 362, lassen sich die Biegungsverhältnisse nach Rankine unter der Voraussetzung ermitteln, daß durch die mobile Last auf der nur an den Enden D_1 und D_2 festgehaltenen Brückenbahn die parabolische Form der Kette nicht wesentlich verändert werde. Denkt man sich, daß die bewegliche Last, welche wie bisher den Betrag k pro Längeneinheit haben möge, die Brücke von D_1 bis F auf eine Länge $l + x$ bedecke, so vertheilt sich diese Last $k\,(l + x)$ nach der

Fig. 362.



gemachten Voraussetzung über die ganze Tragkette $A_1\,CA_2$ und man hat für die Hängestangen derselben pro Längeneinheit eine Spannung:

$$k_0 = k\,\frac{l + x}{2\,l}$$

zu rechnen. Mit den dieser Spannung entsprechenden Zugkräften werden daher die Hängestangen die Brückenbahn nach oben zu biegen streben und das unbelastete Stück $D_2\,F$ auch thatsächlich biegen, während das belastete Stück $A_1\,F$ wegen des Uebergewichtes von k über k_0 convex nach unten gebogen wird. Man kann sich daher die beiden Balkenstrecken $D_1\,F$ und $D_2\,F$ wie zwei auf Stützen frei aufruhende Balken von den Längen $l + x$ und $l - x$ vorstellen, welche durch die gleichmäßig vertheilten specifischen Belastungen $k - k_0$ und bezw. k_0 nach entgegengesetzten Richtungen gebogen werden. Man erhält die gesammte Größe dieser Lasten für beide Strecken gleich, nämlich für $D_2\,F$ zu:

$$(l - x)\,k_0 = (l - x)\,k\,\frac{l + x}{2\,l} = k\,\frac{l^2 - x^2}{2\,l} = K_0,$$

und für $D_1\,F$ ebenfalls zu:

$$(l + x)\,(k - k_0) = (l + x)\,k\left(1 - \frac{l + x}{2\,l}\right) = k\,\frac{l^2 - x^2}{2\,l} = K_0 \quad (15)$$

Diese Kraft K_0 und also auch die Abscheerungskraft $\frac{K_0}{2}$ in F erreicht ihr Maximum für $x = 0$, d. h. wenn die Hälfte der Brücke mit der mobilen Last bedeckt ist.

Die größten Biegungsmomente für die beiden Strecken $D_1\,F$ und $D_2\,F$ stellen sich in deren Mitten L und N ein, und zwar berechnen sich dieselben bekanntlich für die belastete Strecke $D_1\,F$ zu:

$$M_l = K_0\,\frac{l + x}{8} = k\,\frac{(l + x)\,(l^2 - x^2)}{16\,l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

und für die unbelastete Strecke $D_2\,F$ zu:

$$M_n = K_0 \frac{l-x}{8} = k \frac{(l-x)(l^2-x^2)}{16\,l} \quad . \quad . \quad . \quad (16^a)$$

Durch Differentiiren überzeugt man sich leicht, daß M_l ein Maximum wird für $x = +\frac{l}{3}$ und M_n für $x = -\frac{l}{3}$, und zwar wird für diese Werthe:

$$M_{max} = \pm \frac{2}{27} l^2 k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16^b)$$

Wenn daher die Brückenbahn zu $l + x = \frac{4}{3} l$ oder zu $^2/_3$ ihrer Länge belastet ist, so ist die belastete Strecke dem größten Biegungsmomente ausgesetzt. Die Kraft K_0 bestimmt sich in diesem Falle zu

$$K_0 = k \frac{8\,l^2}{9\,.\,2\,l} = \frac{4}{9} k\,l,$$

und die Durchbiegungen der beiden Strecken $D_1 F$ und $D_2 F$ ergeben sich nach §. 35, 4 zu:

$$f_1 = \frac{5}{8} K_0 \frac{\left(\frac{4}{3} l\right)^3}{48\,TE} = \frac{10}{729} \frac{k\,l^4}{TE} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

und

$$f_2 = \frac{5}{8} K_0 \frac{\left(\frac{2}{3} l\right)^3}{48\,TE} = \frac{5}{2916} \frac{k\,l^4}{TE} = \frac{1}{8} f_1 \quad . \quad . \quad . \quad (17^a)$$

Ist andererseits die Brückenbahn nur auf $^1/_3$ ihrer ganzen Länge belastet, so findet sich die größte Beanspruchung des unbelasteten Stückes, welches nunmehr eine Durchbiegung gleich f_1 nach oben annimmt, während die belastete Strecke sich nur um $f_2 = \frac{1}{8} f_1$ nach unten durchbiegt.

Bei den Kettenbrücken ist es von besonderem Interesse, die Wirkung von Stößen und Erschütterungen zu untersuchen, wie solche z. B. dadurch entstehen, daß geschlossene Menschenmassen, wie Truppenkörper, im tactmäßigen Schritte über die Brücke marschiren. Dadurch kann, wie die folgende Rechnung ergeben wird, die Sicherheit der Brücke bedenklich gefährdet werden.

Es sei wieder p das Gewicht der ruhenden Belastung der Brückenbahn pro Längeneinheit und angenommen, daß eine Verkehrslast k pro Längeneinheit längs der ganzen Brücke in einem gewissen Augenblicke mit der Geschwindigkeit v auf die Bahn aufschlage. Nach den Gesetzen des Stoßes werden unmittelbar nach dem Aufschlagen die Gewichte $p + k$ mit einer Geschwindigkeit:

$$w = \frac{k\,v}{p + k}$$

niedersinken, und es ist vermöge dieser Geschwindigkeit in den Massen der ganzen Brückenbahn ein Arbeitsvermögen:

$$2\,l\,(p + k)\,\frac{w^2}{2g} = 2\,l\,\frac{k^2}{p + k}\,\frac{v^2}{2g} = A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

enthalten. Dieses Arbeitsvermögen wird dazu aufgebraucht, in den Hängestangen und der Tragkette gewisse Ausdehnungen hervorzubringen. Bekanntlich berechnet sich die durch die Kraft P einer Stange vom Querschnitte F und der Länge l ertheilte Ausdehnung zu:

$$\sigma = \frac{P\,l}{F\,E},$$

und die zur Ausdehnung aufgewendete Arbeit zu:

$$A_0 = P\,\frac{\sigma}{2} = \frac{P^2\,l}{2\,F\,E}.$$

Bezeichnet man demgemäß mit F_2 den Querschnitt aller Hängestangen und mit λ die mittlere Länge derselben, ferner mit P die Kraft, mit welcher die sämmtlichen Hängestangen durch den Stoß gespannt werden, so ist den Hängestangen eine Ausdehnung:

$$\sigma_2 = \frac{P\,\lambda}{F_2\,E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

ertheilt und dazu eine Arbeit:

$$A_2 = \frac{P\,\sigma_2}{2} = \frac{P^2\,\lambda}{2\,F_2 E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18^a)$$

verwendet.

Durch die Kraft P, mit welcher sämmtliche Hängestangen in Folge des Stoßes gespannt werden, wird in der Kette eine Spannung erzeugt, welche an den Aufhängepunkten durch:

$$S = \frac{P}{2\,sin\,\alpha_1}$$

gegeben ist.

Nimmt man hier die Spannung für alle Punkte der Kette von derselben Größe S an, so erlangt man für die Kette von der Länge $2\,b$, wenn deren Querschnitt F_1 ist, eine Längenausdehnung:

$$2\,\sigma_1 = \frac{S\,2\,b}{F_1\,E} = \frac{P\,b}{sin\,\alpha_1\,F_1\,E}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

wozu eine Arbeit erforderlich gewesen ist von:

$$A_1 = \frac{S\,2\,\sigma_1}{2} = \frac{1}{4}\,\frac{P^2\,b}{sin^2\,\alpha_1\,F_1\,E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18^b)$$

Setzt man nun $A = A_1 + A_2$, so erhält man aus:

$$2\,l\,\frac{k^2}{p+k}\,\frac{v^2}{2g} = P^2\left(\frac{b}{4\,sin^2\alpha_1\,F_1\,E} + \frac{\lambda}{2\,F_2 E}\right) = P^2 u:$$

$$P = \sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{l}{gu}}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

wenn der Kürze wegen der Ausdruck:

$$\frac{b}{4\,sin^2\alpha_1\,F_1\,E} + \frac{\lambda}{2\,F_2 E} = u$$

gesetzt wird.

Die mittlere Senkung der Brückenbahn in Folge der Ausdehnung der Hängestäbe beträgt nach (19):

$$\sigma_2 = \frac{P\lambda}{F_2\,E}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

und die mittlere Senkung derselben in Folge der Ausdehnung der Tragkette hat man nach (12) zu:

$$\eta = \frac{3}{4}\,\frac{l}{h}\,\sigma_1 = \frac{3}{8}\,\frac{l}{h}\,\frac{P\,b}{sin\,\alpha_1\,F_1\,E} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

Vernachlässigt man die Ausdehnung σ_2 der Hängestäbe, so wird nach (21):

$$P = \sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{l}{g}\,\frac{4\,sin^2\alpha_1\,F_1 E}{b}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23^{a})$$

und daher:

$$\eta = \frac{3}{4}\,\frac{l}{h}\sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{l}{g}\,\frac{b}{F_1\,E}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

oder annähernd, wenn man $b = l$ setzt:

$$\eta = \frac{3}{4}\,\frac{l^2}{h}\sqrt{\frac{k^2}{p+k}\,\frac{v^2}{g\,F_1\,E}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24^{a})$$

Wenn man sich vorstellt, daß in dem vorgedachten Falle einer tactmäßigen Bewegung von Menschen der hier betrachtete Stoß n mal hinter einander und zwar immer dann stattfinde, wenn die Brücke in Folge des vorhergegangenen Stoßes die größte Durchsenkung η erlangt hat, so ist die aufgewendete Stoßarbeit:

$$n\,A = n\,l\,\frac{k^2}{p+k}\,\frac{v^2}{g},$$

und folglich beträgt nunmehr die Senkung:

$$\eta' = \eta\,\sqrt{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

Die hierbei erfolgende Ausdehnung der Kette ist nach (20) und (23^{a}):

$$2\sigma' = \frac{P\,b}{\sin\alpha_1 F_1 E} = \sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{4\,l\,b\,n}{g F_1 E}}$$

annähernd

$$= 2\,l\sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{n}{g F_1 E}}, \quad \ldots \ldots \quad (26)$$

und die Spannung der Kette:

$$S' = \frac{2\,\sigma'}{2\,b}\,F_1 E = \sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{n F_1 E}{g}}. \quad \ldots \quad (27)$$

Selbstverständlich sind die Abmessungen (F_1) der Kette so zu wählen, daß die Summe der Spannungen, welche aus der ruhenden Belastung und aus den Erschütterungen sich ergeben, den für das Material höchstens zulässigen Betrag nicht überschreitet.

Beispiel. Wenn bei der in dem Beispiele des vorigen Paragraphen berechneten Kettenbrücke vorausgesetzt wird, daß die Verkehrslast (Menschengedränge) nicht ruhend sei, sondern mit einer Geschwindigkeit $v = 1\,\mathrm{m}$ aufschlage, so hat man mit $p = 1000\,\mathrm{kg}$ und $k = 1200\,\mathrm{kg}$:

$$\frac{k^2}{p+k} = 655,$$

und da der Querschnitt der Kette zu 12 429 qmm gefunden wurde, so folgt mit $E = 20\,000$ die Verlängerung der Tragkette in Folge eines Stoßes der Masse nach (26):

$$2\sigma' = 2\,l\sqrt{\frac{k^2 v^2}{p+k}\,\frac{1}{g F_1 E}} = 40\sqrt{655\,\frac{1}{9{,}81\,.\,12\,429\,.\,20\,000}} = 0{,}0208\,\mathrm{m}.$$

Demgemäß ist die entsprechende Vergrößerung der Kettenspannung pro Quadratmillimeter Querschnitt, da die Länge der ganzen Kette zu $2\,b = 2\,.\,20{,}533\,\mathrm{m}$ ermittelt wurde, gleich

$$s' = \frac{0{,}0208}{2\,.\,20{,}533}\cdot 20\,000 = 10{,}13\,\mathrm{kg}.$$

Da durch die ruhende Belastung die Ketten nur mit einer specifischen Spannung von $s = 10$ kg beansprucht werden, so erkennt man hieraus, wie durch den gedachten Stoß die Anstrengung mehr als verdoppelt wird. Nimmt man etwa an, daß das Ketteneisen bei einer Spannung von 40 kg zerrissen werde, so würde demnach eine durch Stoßwirkungen hervorgerufene zusätzliche Anstrengung von $40 - 10 = 30$ kg pro Quadratmillimeter den Bruch herbeiführen, und hierzu würde eine Anzahl n solcher aufeinander folgenden Stöße genügen, welche sich aus:

$$30 = 10{,}13\,\sqrt{n}$$

zu

$$n = \left(\frac{30}{10{,}13}\right)^2 = 8{,}76 \sim 9$$

ermittelt.

Anmerkung. Damit eine Hängebrücke den Wirkungen der beweglichen Last den nöthigen Widerstand entgegensetzen könne, versieht man die Brückenbahn wohl mit besonderen Tragwänden, welche die in einzelnen Punkten wirkenden Lasten auf eine größere Länge der Kette vertheilen. Diese Träger sind bei der gänzlich belasteten, sowie bei der vollständig leeren Brücke gar nicht beansprucht, indem für diese Belastungszustände die Gewichte durch die Hängestangen direct auf die Ketten übertragen werden, und die Träger sind daher nur auf die einseitigen Belastungen zu berechnen. Auch pflegt man wohl die Brücken mit Zugseilen zu versehen, welche von der Brückenbahn nach dem Boden oder den Brückenpfeilern herabgehen, wie z. B. bei der Niagarabrücke; ferner wendet man wohl unterhalb eine Gegenkette an, welche durch aufwärtsgehende Zugstangen mit der Brückenbahn verbunden wird. Desgleichen vergrößert man die Steifigkeit einer Hängebrücke dadurch, daß man zwei Tragketten über einander hängt und dieselben unter einander verstrebt, wie einen Fachwerksträger.

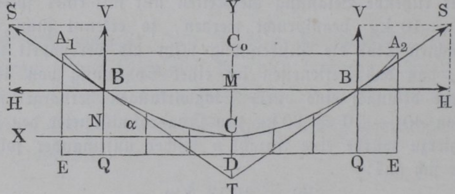
§. 71. **Ketten von gleichem Widerstande.** Da die Spannung der Tragketten einer Brücke von unten nach oben allmälig zunimmt, so sollte man auch den Querschnitt dieser Ketten vom Scheitel nach den Aufhängepunkten hin entsprechend größer werden lassen. Gewöhnlich sucht man dieser Forderung annähernd dadurch zu genügen, daß man entweder die Anzahl oder die Dicke der Schienen in den einzelnen Kettengliedern nach den Aufhängepunkten hin vergrößert. Streng genommen hätte man den Ketten die Form von Körpern gleichen Widerstandes zu geben, für welche die Forderung zu stellen ist, daß für jeden Punkt, dessen Querschnitt F und in welchem die Spannung S ist, die Bedingung:

$$\frac{S}{F} = s = const.$$

gilt, wenn wieder s die zulässige Materialspannung pro Flächeneinheit bedeutet.

Es seien $CN = x$ und $CM = y$, Fig. 363, die Ordinaten des Punktes B des Kettenbogens, dessen Tangente BT den Winkel α mit der

Fig. 363.



horizontalen X Axe bildet, so hat man, unter F den Querschnitt der Kette daselbst und unter γ das specifische Gewicht derselben verstanden, das Gewicht eines Bogenelementes ∂b durch $F \partial b . \gamma$ und daher das Gewicht des Bogenstückes CB durch: