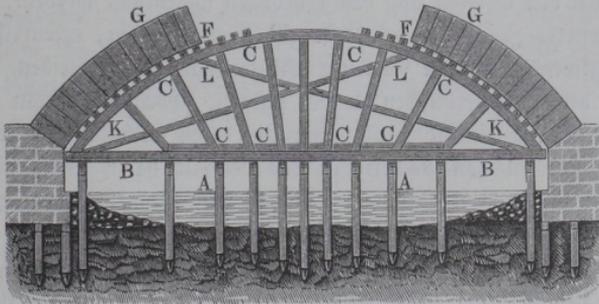


Lehrgerüste. Besonders häufige Verwendung finden die zusammen- §. 63.
 gefegten Sprengwerke als sogenannte Lehrgerüste bei der Ausführung der
 Gewölbe, wobei diese Gerüste dazu dienen, das Aneinanderfügen der ein-
 zelnen Wölbsteine genau in der beabsichtigten Art zu ermöglichen, und diesen
 Steinen so lange eine Unterstützung zu gewähren, so lange dies vor ge-
 schehenem Schluß des Gewölbes nöthig ist. Hierzu bestehen die Lehrgerüste
 in der Regel aus einer hinreichend großen Anzahl von bogenförmigen Trag-
 rippen von der entsprechenden Form, welche unterhalb durch Sprengwerke
 gestützt werden und äußerlich mit neben einander liegenden Latten, so-
 genannten Schaallatten, versehen sind, welche die Form der beabsichtigten
 inneren Wölbbleibung festlegen und auf welchen die Wölbsteine während des
 Baues direct aufrufen.

Die Lehrgerüste unterscheidet man in gestützte, d. h. solche, welche unter-
 halb auf eingerammten Pfählen oder besonders zu diesem Zwecke aufgeführten
 Pfeilern ruhen, und in gesprengte, bei denen die Lehrbögen durch Spreng-
 werke getragen werden, welche sich gegen die Widerlagspfeiler des Gewölbes
 stemmen. Diese gesprengten Lehrgerüste, welche hier vorzugsweise betrachtet
 werden sollen, gewähren den Vortheil, daß sie die zu überbrückende Oeff-
 nung (Straße, Canal 2c.) während des Baues nicht versperren, wie dies
 durch die gestützten Lehrgerüste geschieht.

Ein gestütztes Lehrgerüst zeigt Fig. 319, bei welchem das aus dem Kranze
KK, den Streben *CC*... und der Zangen *L* bestehende Gerüst vermittelt

Fig. 319.



des horizontalen Balkens *BB* auf den eingerammten Pfeilern *A* ruht. Die
 über die einzelnen Lehrbögen *K* genagelten Schaallatten *F* sind mehr oder
 minder starke Hölzer, auf welchen direct die Wölbsteine ruhen.

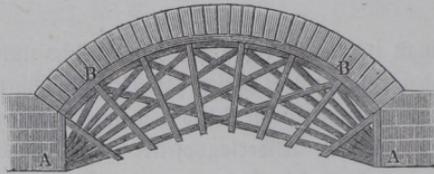
Die Figuren 320 und 321 (a. f. S.) zeigen dagegen zwei gesprengte
 Lehrgerüste, welche sich gegen die Widerlagspfeiler *AA* stützen. Bei dem
 ersteren Gerüste findet sich zwischen je zwei zusammengehörigen Streben ein
 horizontaler Spannriegel, weshalb bei der Anwendung eines solchen Lehr-

gerüstet das Gewölbe gleichzeitig von beiden Seiten B und B her ausgeführt werden muß. Bei dem Gerüste Fig. 321 dagegen, bei welchem sich je zwei

Fig. 320.



Fig. 321.



Streben direct gegen einander stemmen, könnte auch eine einseitige Ausführung des Gewölbes vorgenommen werden. Die angewendeten Bänder und Zangen haben vorzugsweise den Zweck, die seitlichen Ausbiegungen der Streben wirksam zu verhindern, welche bei der oft beträchtlichen Länge dieser Hölzer durch die Druckkräfte angestrebt werden.

Damit sich das geschlossene Gewölbe allmählig und gleichmäßig setzen kann, muß die

Einrichtung so getroffen werden, daß die Ausrüstung ebenfalls allmählig und ohne Stoßwirkung vorgenommen werden kann. Zu dem Ende läßt man wohl das Gerüst auf Keilen ruhen, welche nach Vollendung des Gewölbes nach und nach gelüftet werden, um eine allmähliche Senkung des Gewölbes zu bewirken. Diese Keile könnten ebensowohl zwischen den Stützpfehlern und dem Hauptträger, wie auch zwischen diesem und den Streben oder zwischen den letzteren und den Lehrbögen angebracht werden. Auch hat man in neuerer Zeit statt der Keile eiserne Schrauben, excentrische Scheiben *z.* angewendet, um die starken Erschütterungen zu vermeiden, welche mit dem Lösen der Keile verbunden zu sein pflegen. Ebenso hat man zur Unterstützung mit Sand gefüllte Säcke verwendet, deren allmähliche Entleerung man durch Einschneiden von Löchern in der Gewalt hat. Ueber die eisernen Lehrgerüste, wie sie zum Bau von Tunneln von Rhzihä vorgeschlagen und verwendet sind, ist dessen Werk*) nachzulesen.

Zur Feststellung der Verhältnisse dieser Lehrgerüste ist zunächst die Ermittlung des Druckes erforderlich, welcher von dem in der Ausführung befindlichen Gewölbe auf die Schaalung in verschiedenen Punkten ausgeübt wird.

Es sei zu dem Ende durch ABC , Fig. 322, ein im Bau begriffenes Gewölbe und durch ab_1 der zuletzt aufgelegte Wölbstein dargestellt, dessen Gewicht G_1 in dem Schwerpunkte s_1 wirksam zu denken ist. Damit dieser Stein auf der unter dem Winkel α_1 gegen den Horizont geneigten Lager-

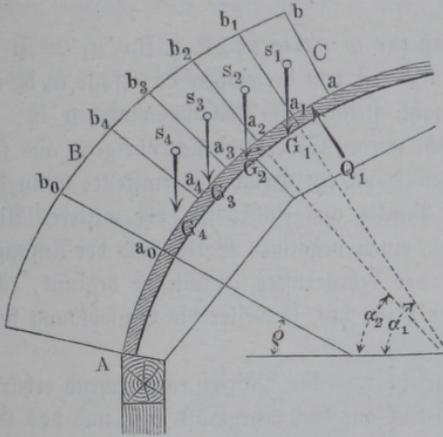
*) Rhzihä, Die neue Tunnelbaumethode in Eisen, 1864.

fläche $a_1 b_1$, auf welcher er ruht, nicht abgleite, muß das Lehrgerüst in der Fläche a_1 eine Reaction gegen den Stein ausüben, welche in der Richtung der Gleitfläche $a_1 b_1$ wirksam, nach den bekannten Gesetzen der schiefen Ebene den Werth:

$$Q_1 = G_1 (\sin \alpha_1 - \varphi \cos \alpha_1) \dots \dots \dots (1)$$

hat, wenn φ den Reibungscoefficienten der Steine auf einander oder richtiger denjenigen des nassen Mörtels bedeutet. Denkt man sich diese Kraft Q_1

Fig. 322.



von der Schaalung $a a_1$ ausgeübt, und untersucht, welche Reaction Q_2 die Schaalung $a_1 a_2$ gegen den vorhergehenden Stein $a_1 b_2$ in der Richtung $a_2 b_2$ ausüben müsse, um auch diesen am Abgleiten zu verhindern, so findet sich, daß dieser Stein im Gleichgewichte sein muß unter Einwirkung seines Eigengewichtes G_2 , der Reaction Q_2 in $a_1 a_2$ nach der Richtung der Fläche $a_2 b_2$, ferner der in der Fläche $a_1 b_1$ wirksam zu denkenden Reaction Q_1 und der Reibung, welche sich

einem Abgleiten des Steins entlang der Lagerfuge $a_2 b_2$ entgegengesetzt. Wenn diese letztere den Winkel α_2 mit dem Horizonte, also denjenigen $\alpha_1 - \alpha_2$ mit Q_1 bildet, so findet man die das Abgleiten anstrebende Kraft zu

$$G_2 \sin \alpha_2 - Q_1 \cos (\alpha_1 - \alpha_2) - Q_2$$

und die das Abgleiten hindernde Reibung auf $a_2 b_2$ zu

$$\varphi [G_2 \cos \alpha_2 - Q_1 \sin (\alpha_1 - \alpha_2)],$$

so daß man für den Gleichgewichtszustand durch Gleichsetzung beider Ausdrücke die von $a_1 a_2$ auszuübende Reaction zu

$$Q_2 = G_2 (\sin \alpha_2 - \varphi \cos \alpha_2) - Q_1 [\cos (\alpha_1 - \alpha_2) - \varphi \sin (\alpha_1 - \alpha_2)] \\ = A - B \dots \dots \dots (2)$$

erhält. Diese Gleichung gilt offenbar allgemein für jeden beliebigen Stein wie z. B. $a_3 b_4$, wenn man für G_2 dessen Gewicht und für Q_1 diejenige Reaction einführt, welche von dem Lehrgerüste auf alle oberhalb $a_3 b_3$ noch verlegten Steine $a_3 a$ ausgeübt wird.

Der Druck Q_2 besteht der Gleichung (2) zufolge aus einer Differenz $A - B$, welche immer kleiner sein wird als der Minuend A , da man leicht

erkennt, daß unter den gewöhnlichen Verhältnissen *) der Subtrahend $B = Q_1 [\cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \varphi \sin(\alpha_1 - \alpha_2)]$ immer positiv sein wird. Der Werth $A = G_2 (\sin \alpha + \varphi \cos \alpha)$ bedeutet aber nach (1) für irgend welchen Stein denjenigen Druck Q , welchen er auf das Lehrgerüst ausübt, wenn er der zuletzt aufgelegte ist, so daß hieraus ohne Weiteres die Regel folgt: Der Druck auf das Lehrgerüst an irgend einer Stelle wird am größten, sobald das Gewölbe bis zu dieser Stelle vorge= schritten ist, jede weitere Fortsetzung der Einwölbung ver= mindert den specifischen Druck auf das Lehrgerüst an der betrachteten Stelle.

Aus (1) folgt unmittelbar, daß für $\varphi = \operatorname{tg} \alpha_1$, d. h. für $\alpha_1 = \varrho$ der Druck Q gleich Null wird, daß also erst von derjenigen Lagerfuge $a_0 b_0$ an, deren Neigung gegen den Horizont gleich dem Reibungswinkel ϱ ist, ein Druck auf das Lehrgerüst ausgeübt wird. Es ergibt sich übrigens aus (2), daß in diesem Grenzpunkte a_0 nur dann ein Druck sich einstellt, wenn das Gewölbe gerade bis zu diesem Punkte ausgeführt ist, bei weiterer Aus= führung giebt (2) für den Punkt a_0 einen negativen Werth, und der Anfangs= punkt, in welchem die Reaction des Lehrgerüstes zu wirken beginnt, rückt von a_0 aus um so mehr nach der Mitte hin, je weiter die Einwölbung fort= schreitet.

Nachdem der Schlußstein eingesetzt und der Mörtel entsprechend erhärtet ist, hört natürlich jeder weitere Druck auf das Lehrgerüst auf, und das Ge= wölbe gewinnt nach dem Ausrüsten des Lehrgerüstes seine Stabilität durch den Eintritt des bezüglichen Horizontalschubes, wie im Cap. 2 ausführlich erörtert worden ist.

Nimmt man, um den Druck des Gewölbes auf das Lehrgerüst zu be= stimmen, der Sicherheit wegen an, daß in jedem Punkte der maximale mög= liche Druck in demselben auf das Lehrgerüst wirke, eine Voraussetzung, die in Wirklichkeit nach dem Vorstehenden niemals eintreten wird, da der Druck in jedem Punkte von dem maximalen Werthe mit dem Fortgange der Aus= führung sich vermindert, so kann man am einfachsten graphisch durch fol= gende Construction die Gesamtbelastung des Lehrgerüstes ermitteln.

Der Druck auf das Lehrgerüst in einem Elemente $a_1 a_2$, Fig. 323, in centraler zu $a_1 a_2$ senkrechter Richtung bestimmt sich, wenn das Gewölbe von AB bis $a_1 b_1$ ausgeführt ist, nach (1) zu $\partial Q_1 = \partial G_1 (\sin \alpha_1 - \varphi \cos \alpha_1)$, wenn ∂G_1 das Gewicht eines Wölbsteinelementes $a_1 b_2$ von der unendlich

*) Für gewöhnlich ist $\varphi = \operatorname{tg} 22^\circ = 0,4$; α_1 höchstens 90° , α_2 nach dem Folgenden mindestens 22° , daher äußersten Falles

$\cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \varphi (\sin \alpha_1 - \alpha_2) = \cos 68^\circ - 0,4 \sin 68^\circ = 0,374 - 0,374 = 0$, in allen anderen Fällen aber größer.

geringen Breite $a_1 a_2$ und α_1 die Neigung dieses Elementes gegen den Horizont bezeichnet. Dieses Gewicht bestimmt sich für die Einheit in der Breitenrichtung parallel der Gewölbaxe zu

$$\partial G_1 = a_1 b_1 \cdot a_1 a_2 \cdot \gamma,$$

unter γ das spezifische Gewicht des Wölbmaterials verstanden. Der spezifische Druck auf die Flächeneinheit in a_1 ist daher durch

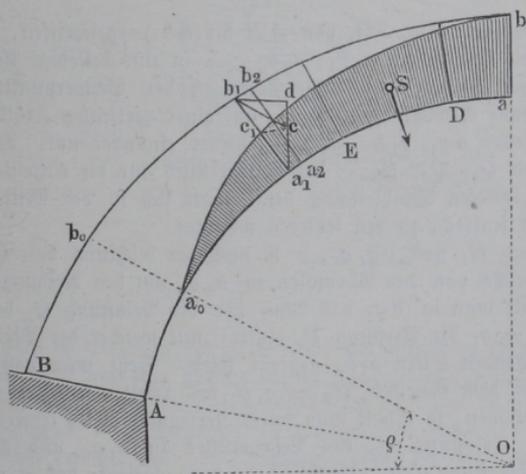
$$\frac{\partial Q_1}{a_1 a_2} = a_1 b_1 \cdot \gamma (\sin \alpha_1 - \varphi \cos \alpha_1)$$

gegeben. Zieht man daher durch a_1 eine Verticallinie $a_1 d$ und durch b_1 eine gegen die Horizontale $b_1 d$ unter dem Reibungswinkel φ geneigte Gerade $b_1 c$, so erhält man

$$\begin{aligned} a_1 c &= a_1 d - dc = a_1 b_1 (\sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \varphi) \\ &= a_1 b_1 (\sin \alpha_1 - \varphi \cos \alpha_1). \end{aligned}$$

Legt man daher einen Maßstab für die Kräfte zu Grunde, nach welchem die Einheit gleich dem Gewichte γ einer Cubikeinheit Gewölbmasse ist, so

Fig. 323.



kann man die Strecke $a_1 c$ als das Maß für den in a_1 nach der centralen Richtung $b_1 a_1$ auf das Lehrgerüst ausgeübten Druck ansehen. Wenn man daher $a_1 c_1 = a_1 c$ macht, und diese Construction für eine hinreichend große Anzahl von Fugen wiederholt, so liefert die Verbindung aller so erhaltenen Punkte c_1 eine Curve $a_0 c_1 b$, welche sich im Scheitel b tangential an die äußere Wölbung anschließt und in

der inneren Wölbung in dem Punkte a_0 verläuft, für welchen die Fuge $a_0 b_0$ unter dem Winkel φ gegen den Horizont geneigt ist. Man kann daher die zwischen dieser Curve und der inneren Wölbung enthaltene, in der Figur schraffierte Fläche als die Belastungsfläche des Lehrgerüsts ansehen, derart nämlich, daß auf jedes Element wie $a_1 a_2$ des Lehrbogens in der Fugenrichtung $b_1 a_1$ das Gewicht eines Steinprismas von der Dicke $a_1 a_2$ und der Höhe $a_1 c_1$ wirkt. Mit Rücksicht hierauf kann man in der bekannten

Weise durch Flächenverwandlung für jedes Stück DE des Lehrbogens zwischen zwei Stützpunkten D und E , wie sie durch die Streben hergestellt werden, den centralen Druck ermitteln, der, im Schwerpunkte S der zugehörigen Belastungsfläche angreifend, das Lehrgerüst belastet, und daraus findet man wieder die auf die Stützpunkte D und E selbst entfallenden Belastungen.

Auf eine nähere Bestimmung dieser Belastungen für die verschiedenen Gewölbe soll hier nicht eingegangen werden; es möge genügen, darauf hinzuweisen, daß diese Bestimmung auf analytischem Wege u. A. von Hei-
zerling in einem Artikel der Berliner Bauzeitung *) ausführlich vorgenommen ist.

Anmerkung. Es muß hier bemerkt werden, daß die vorstehende Untersuchung den Druck auf das Lehrgerüst nur unter der Voraussetzung eines angestrebten Abgleitens der Gewölbtheile bestimmt. Da nun aber auch ein Einsturz durch Ruppen geschehen kann und geschehen wird, sobald das Lehrgerüst den zur Verhinderung des Kantens erforderlichen Gegendruck nicht zu äußern vermag, so hat man die Inanspruchnahme auch in dieser Hinsicht zu prüfen. Culmann giebt hierfür im Wesentlichen die folgende graphische Construction an.

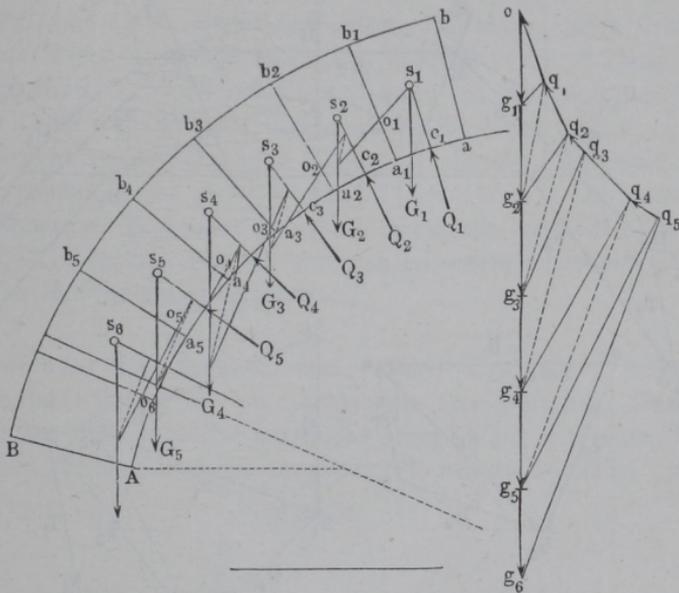
Es sei der Bau des Gewölbes, Fig. 324, von AB bis ab vorgeschritten, so theile man dasselbe durch die Lagerfugen $a_1 b_1, a_2 b_2 \dots$ in eine beliebige Anzahl gleicher oder ungleicher Theile, und trage deren in den Schwerpunkten $s_1, s_2 \dots$ wirksam zu denkende Gewichte $G_1, G_2 \dots$ auf einer verticalen Kräfte-
linie als die einzelnen Strecken $o g_1, g_1 g_2, g_2 g_3 \dots$ hinter einander auf. Die Belastungen oder Reactionen $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$ des Lehrgerüstes für die einzelnen Theile $a a_1, a_1 a_2 \dots$ der inneren Wölbtheile denkt man sich in den Mitten $c_1, c_2, c_3 \dots$ dieser Flächen senkrecht zu den letzteren wirksam.

zerlegt man nun $o g_1 = G_1$ nach $o q_1 g_1$, d. h. nach der Richtung von Q_1 und einer solchen $o_1 s_1$, welche von der Normalen zu $a_1 b_1$ um den Reibungswinkel ρ abweicht, so erhält man in $o q_1$ das Maß für die Belastung Q_1 des Lehrbogens $a a_1$, während $q_1 g_1$ die Pressung P_1 ergiebt, mit welcher der Stein $a b_1$ in o_1 gegen den folgenden Stein $a_1 b_2$ gepreßt wird. Setzt man daher diese Kraft $P_1 = q_1 g_1$ mit dem Gewichte $G_2 = g_1 g_2$ des zweiten Steines zu einer Mittelkraft $q_1 g_2$ zusammen, so erhält man durch Zerlegung dieser letzteren nach $q_1 g_2$ und $g_2 g_2$ die Belastung Q_2 des Lehrgerüstes in $a_1 a_2$ und die Pressung P_2 , mit welcher die Fuge $a_2 b_2$ gepreßt wird, vorausgesetzt, daß $q_1 g_2$ parallel der Kraft Q_2 in c_2 gezogen wird, und daß $g_2 g_2$ wieder um den Reibungswinkel ρ von der Normalen zur Fuge $a_2 b_2$ abweicht. In dem man in bekannter Weise parallel zu den Kräften des Kräftepolygons das Seilpolygon zeichnet, erhält man in o_2 den Angriffspunkt der Pressung P_2 in der Fuge $a_2 b_2$. Fährt man in dieser Weise fort, so erhält man in den Strecken $o q_1, q_1 g_2, q_2 g_3 \dots$ die Druckkräfte, denen das Lehrgerüst in $c_1, c_2, c_3 \dots$ widerstehen muß, um ein Abgleiten der betreffenden Gewölbtheile zu verhindern, so lange die Angriffspunkte o_1, o_2, o_3 der Fugenpressungen noch in das Gewölbe selbst hinein-

*) Erbkam, Zeitschr. f. Bauwesen, 1874.

fallen. Wenn indessen, wie dies in der Figur für die Fuge $a_4 b_4$ der Fall ist, die wie angegeben gezeichnete Pressung P_4 die Fuge $a_4 b_4$ außerhalb der Wölbstärke trifft, so ist dies ein Beweis, daß das Gewölbe in dieser Fuge nicht mehr durch Gleiten, sondern durch Kippen gefährdet ist. Man hat daher jetzt die Mittelkraft $q_3 g_4$, welche den Stein $a_3 b_4$ angreift, nach $q_3 g_4$ parallel mit Q_4 und nach einer solchen Richtung $q_4 g_4$ zu zerlegen, daß die hiermit parallele Fugenpressung P_4 die Fuge $a_4 b_4$ selbst noch innerhalb des Gewölbes, also mindestens in der inneren Kante a_4 trifft. Besser

Fig. 324.



wird es sein, um ein Zerbröckeln der Kante a_4 zu vermeiden, den Angriffspunkt o_4 noch um eine gewisse Größe $a_4 o_4$ (0,09 bis 0,120 m nach Culmann) von der Kante entfernt anzunehmen. In derselben Weise hat man weiter im Kräftepolygone die Richtungen für die Fugenpressungen $P_5, P_6 \dots$ zu bestimmen, und man erkennt aus der Zeichnung, daß diese mit Rücksicht auf das Kantenanzunehmenden Richtungen von $P_4, P_5 \dots$ flacher, daher die betreffenden Stützkräfte $Q_4, Q_5 \dots$ des Lehrgerüsts größer ausfallen, als dieselben für die gleichen Fugen mit Rücksicht auf das Gleiten werden würden. Während sonach die obersten Schichten bei nicht genügend starkem Lehrgerüste abgleiten, findet eine Gefährdung des Baues durch ein Kippen der unteren Schichten statt.

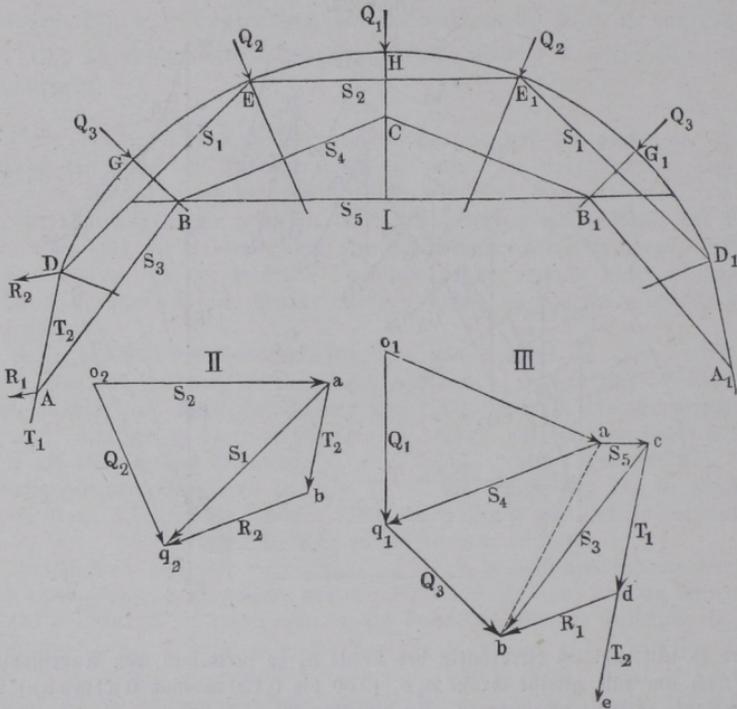
Die Kräfte, welchen die Streben eines Lehrgerüsts ausgesetzt sind, lassen sich nach dem oben über Sparren und über Sprengwerke Gesagten leicht ermitteln. Ist Q der centrale Druck, welchen die Belastung des Lehrbogens auf den Vereinigungspunkt zweier Streben ausübt, die unter den Winkeln

β_1 und β_2 gegen diese Kraft geneigt sein mögen, so findet man diese Strebenkräfte durch Zerlegung von Q ohne Weiteres zu:

$$S_1 = Q \frac{\sin \beta_2}{\sin (\beta_1 + \beta_2)} \text{ und } S_2 = Q \frac{\sin \beta_1}{\sin (\beta_1 + \beta_2)}.$$

Schließlich möge noch die graphische Ermittlung der in den Gliedern eines Lehrgerüstes auftretenden Kräfte gezeigt werden, zu welchem Zwecke man nur

Fig. 325.

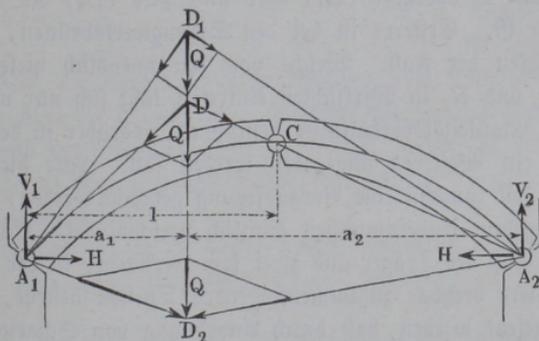


die Zeichnung des zugehörigen Kräftepolygons auszuführen hat. Es sei etwa das Lehrgerüst, Fig. 325, zu Grunde gelegt, welches aus den beiden einfachen Systemen $ABCB_1A_1$ und DEE_1D_1 besteht, deren centrale Belastungen in HC durch Q_1 , in E und E_1 durch Q_2 und in GB und G_1B_1 durch Q_3 bezeichnet sein mögen. Trägt man in Fig. 325 II nach dem gewählten Kräftemaßstabe die Belastung $Q_2 = o_2 q_2$ der Richtung und Größe nach auf, zieht durch o_2 eine Horizontale $o_2 a$ und durch q_2 eine Parallele zur Sehne DE , so erhält man die Druckkräfte $S_2 = o_2 a$ in dem Spannriegel EE_1 und $S_1 = a q_2$ in der Sehne ED . Letztere Kraft $S_1 = a q_2$ kann man ferner zerlegen in ab parallel dem Stiele DA und

$b q_2$ nach einer Richtung, welche von der Normalen zur Widerlagsmauer in D um den Reibungswinkel zwischen Holz und Mauerwerk abweicht. Alsdann erhält man in $ab = T_2$ die Pressung des Stieles AD unterhalb D , und in $b q_2 = B_2$ den Druck gegen die Mauer in D . Ganz in derselben Weise giebt das Kräftepolygon, Fig. III, die Kräfte, welche in den Gliedern des zweiten Sprengwerkes $ABC B_1 A_1$ wirken, wenn man $o_1 q_1 = Q_1$ macht, durch die Endpunkte o_1 und q_1 mit CB_1 und CB Parallelen zieht, die Strebenkraft $S_4 = a q_1$ in CB mit der Belastung $Q_3 = q_1 b$ zusammensetzt, und die Resultirende ab nach der Richtung ac des Spannsriegels BB_1 und cb der Strebe BA zerlegt. Aus dieser letzteren Kraft S_3 erhält man wieder die in dem Stiele DA unterhalb A zur Wirkung kommende Druckkraft $T_1 = cd$ und die in A gegen das Widerlager ausgeübte Pressung ab in einer Richtung, welche von der Normalen zu DA um den Reibungswinkel zwischen Holz und Mauerwerk abweicht. Der Stiel DA ist daher zwischen D und A der Pressung $T_2 = ab$ in II und unterhalb A der Summe der Pressungen T_2 und $T_1 = cd$, also der Kraft ce in III ausgesetzt. In ähnlicher Art hat man auch bei anders angeordneten Lehrgerüsten die Kräftezerlegung vorzunehmen.

Bogenträger mit Scharnieren. Unter Bogenträgern sollen im §. 64. Folgenden solche Träger mit einer gekrümmten oder polygonalen Gurtung $A_1 CA_2$, Fig. 326, verstanden werden, bei denen die andere Gurtung fehlt, indem deren Wirkung durch die horizontalen Reactionen der Widerlager in

Fig. 326.



ähnlicher Weise wie bei den Sprengwerken und Gewölben ersetzt wird. Denkt man sich einen irgendwie gekrümmten Balken $A_1 CA_2$, für welchen in der Folge immer eine zur Mitte C symmetrische Form, also auch gleiche Höhe der Stützpunkte A_1 und A_2 vorausgesetzt werden sollen, in einem beliebigen Punkte D durch eine Last Q angegriffen, so erkennt man, daß