rend für jedes rechts ansteigende Diagonalband nach dem Obigen die Spannungszahl gilt, welche für das symmetrisch gelegene Feld berechnet wurde. Für diesen Fall sind ferner die Verticalstiele der größten Zugspannung bei der vollen Trägerbelastung ausgesetzt, und diese größte Zugspannung berechnet sich nach (7) zu

$$q_2 = q \frac{h_2}{h_1 - h_2} = 3 \frac{2}{7-2} = 1{,}2\,\text{t}.$$

Als größte Druckspannung hat man für jeden Stiel den absolut größten Werth von denjenigen Beträgen anzunehmen, welche für diesen und den symmetrischen Stiel als P_{min} sich ergaben, z. B. hat man für $A_3 B_3$ und für $A_4 B_4$ die größte Druckkraft zu 0,857 t, und nicht, wie bei einfachen Diagonalen für $A_3 B_3$ sich fand, zu 0,457 t anzunehmen. Dementsprechend sind die für gekreuzte Diagonalen geltenden Spannungszahlen in die Fig. 302 eingetragen.

Häng- und Sprengwerke. In gleicher Weise wie die Fachwerke hat man auch die bei Bauausführungen häufigen sogenannten Häng- und Sprengwerke zu beurtheilen. Man versteht darunter im Allgemeinen solche Constructionen, welche dazu dienen, Balken von größerer Länge in einzelnen Punkten zwischen den Auflagern durch geeignet angeordnete Zwischenglieder derartig zu unterstützen, daß die Last der unterstützten Punkte durch eben diese Zwischenglieder nach den festen Auflagern hin übertragen wird. Wenn hierbei der Balken von oben unterstützt wird, so heißt die Construction ein Hängwerk, während vermittelst der Sprengwerke die Unterstützung von unten bewirkt wird. Bei allen Häng- und Sprengwerken treten als charakteristische Zwischenglieder geneigte Stäbe auf, welche ebensowohl als Druckstreben wie als Zugbänder wirken können. Verticale Pfosten werden hauptsächlich bei den Hängwerken als sogenannte Hängesäulen in Anwendung gebracht, kommen indessen auch bei einzelnen Sprengwerken als Druckstiele vor. Ebenso finden sich horizontale Glieder sowohl als Zuganker wie als gedrückte Spannriegel. Sehr häufig aber ersetzt man, insbesondere bei den Sprengwerken, die Wirkung solcher horizontalen Stangen durch die von festen Widerlagsmauern ausgeübten Reactionen. Je nachdem die Unterstützung des Balkens in nur einem oder in mehreren Punkten vorgenommen wird, werden wohl einfache und zusammengesetzte Häng- und Sprengwerke unterschieden. §. 62.

Ein einfaches Hängwerk, ein sogenannter Hängebock, ist durch Fig. 303 (a. f. S.) dargestellt. Der in AA auf Stützen ruhende Balken wird in der Mitte mittelst des Hängeeisens DE durch die Hängesäule BC getragen, welche letztere den auf sie ausgeübten Zug Q auf die beiden Streben BA überträgt. In jeder dieser Streben wird, wie aus der Zerlegung der Kraft Q sich ergiebt, eine Druckspannung

$$S = \frac{1}{2} \frac{Q}{\sin \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

hervorgerufen, welche an jedem Ende A einen Horizontalschub

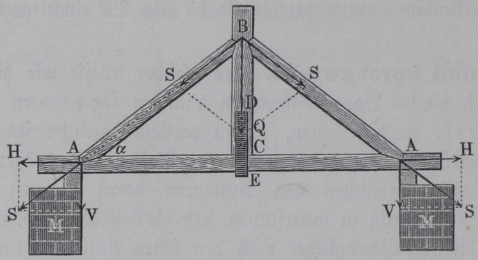
$$H = S \cos \alpha = \frac{1}{2}\, Q \operatorname{cotg} \alpha \ldots \ldots \quad (2)$$

und einen Verticaldruck

$$V = S \sin \alpha = \frac{Q}{2} \ldots \ldots \quad (3)$$

erzeugt. Für Q hat man außer dem Eigengewichte der Hängesäule BE und der halben Streben BA und BA noch die etwa direct in C angebrachte

Fig. 303.

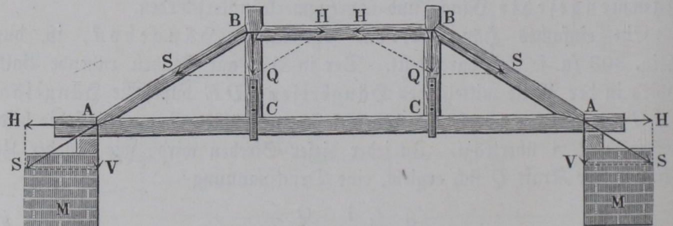


Belastung im vollen Betrage anzunehmen, während man von dem Eigengewichte des Balkens AA und der gleichmäßig darüber verbreiteten Last $^3/_8$ als in C wirkend zu denken hat, gemäß den Verhältnissen, welche für einen auf drei gleich hohen Stützen ruhenden Balken gelten (s. §. 38). Der Balken AA wird außer auf Biegung noch durch die Kraft H auf Zug beansprucht.

Bei einer größeren Länge des Balkens kann derselbe durch das Hängwerk, Fig. 304, in zwei Zwischenpunkten C und C gestützt werden, wobei der zwischen die Köpfe der beiden Streben eingesetzte horizontale Spannriegel BB der Druckkraft

$$H = Q \operatorname{cotg} \alpha \ldots \ldots \quad (4)$$

Fig. 304.



zu widerstehen hat. Eine ebenso große Horizontalkraft spannt hierbei den Balken und sucht die Fasern an den Enden abzuscheeren. Von dem Eigengewichte des Balkens und der auf demselben gleichmäßig vertheilten Belastung hat man, wie bei einem Balken auf vier gleich weit entfernten Stützen, $^3/_8$ des ganzen Betrages in jedem Punkte C und $^1/_8$ je in A wirksam zu denken (s. §. 39).

In welcher Weise man zusammengesetzte Hängwerke nach Art der Figuren 305 und 306 zu berechnen hat, wird nach dem bisher Angeführten deutlich sein. In beiden Fällen läßt sich bei gleicher Entfernung der Stützpunkte annehmen, daß von der ganzen gleichmäßig über den Balken ausgebreiteten Belastung jede der äußeren Hängesäulen $^9/_{40}$, jede der inneren $^8/_{40}$, und jeder Auflagerpunkt $^3/_{40}$ zu tragen hat.

Fig. 305.

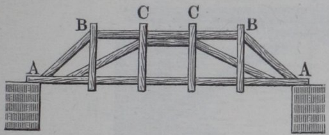
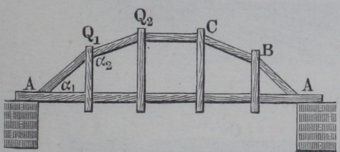


Fig. 306.



Daß bei der Construction der Fig. 306 die Neigungen der Streben nicht willkürlich sind, sondern in der Weise mit einander in Beziehung stehen, daß in allen Punkten der gleiche Horizontalschub H auftritt, wurde bereits in §. 59 gelegentlich der Sparren angeführt. Bezeichnet man mit Q_1 und Q_2 die Belastungen der Stiele B und C, und sind α_1 und α_2 die Neigungswinkel der Streben AB und BC gegen den Horizont, so gilt daher die Gleichung

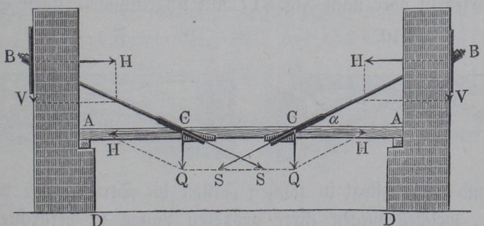
$$H = Q_2 \, cotg \, \alpha_2 = (Q_1 + Q_2) \, cotg \, \alpha_1$$

oder

$$\frac{tg \, \alpha_1}{tg \, \alpha_2} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Ein Hängwerk, bei welchem die Streben durch Zugkräfte in Anspruch genommen sind, stellt Fig. 307 vor. Hier wird der Balken nur in seinem

Fig. 307.



mittleren Theile CC durch die Kraft $H = Q\, cotg\, \alpha$ gezogen, während die Widerlagsmauern in B den Zugspannungen der Streben $S = \frac{Q}{sin\, \alpha}$ widerstehen müssen. Es bedarf nur der Erwähnung, daß für die Stabilität dieser Mauern gegen Kippen und Gleiten die im zweiten Capitel angegebenen betreffenden Bemerkungen volle Gültigkeit haben.

Ein einfaches Sprengwerk ist durch Fig. 308 und ein doppeltes durch Fig. 309 dargestellt. Für die Vertheilung der Kräfte gelten genau dieselben

Fig. 308.

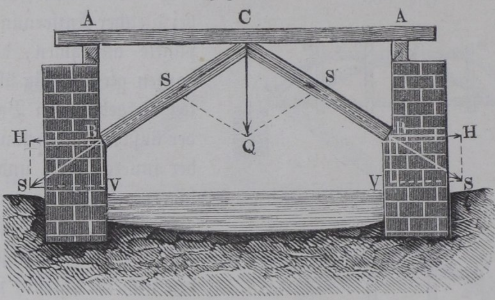
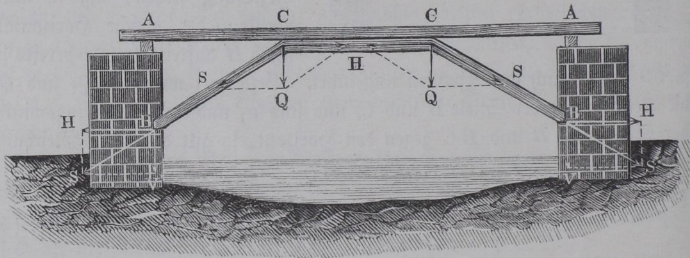


Fig. 309.



Regeln wie für die Hängwerke, Fig. 303 und Fig. 304. Bei einer größeren Anzahl zu unterstützender Punkte kann man die Construction nach Fig. 310 mit Spannriegeln oder nach Fig. 311 mit ungleichschenkeligen Sprengwerken

Fig. 310.

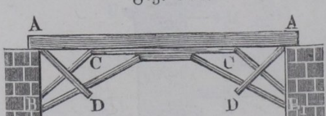
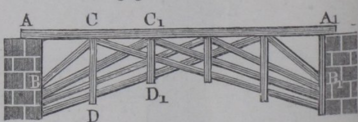


Fig. 311.



wählen, und man pflegt in solchen Fällen die Streben vor dem seitlichen Ausbiegen, welches wegen ihrer größeren Länge zu befürchten ist, durch

Zangen D zu sichern. Bei ungleichen Neigungen α_1 und α_2 der Streben gegen den Horizont, Fig. 312, findet man die Spannkräfte S_1 und S_2 in den Streben nach der Figur ohne Weiteres aus:

$$S_1 : S_2 : Q = sin\,(90^0 - \alpha_2) : sin\,(90^0 - \alpha_1) : sin\,(\alpha_1 + \alpha_2)$$

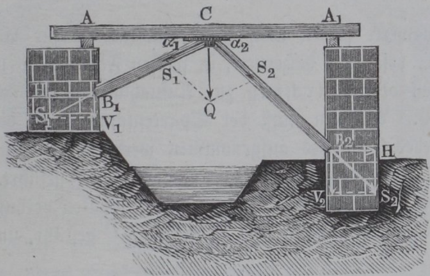
zu

$$S_1 = Q\,\frac{cos\,\alpha_2}{sin\,(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

und

$$S_2 = Q\,\frac{cos\,\alpha_1}{sin\,(\alpha_1 + \alpha_2)}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Fig. 312.



während der Horizontalschub für jede Strebe und für jedes Widerlager durch

$$H = S_1\,cos\,\alpha_1 = S_2\,cos\,\alpha_2 = Q\,\frac{cos\,\alpha_1\;cos\,\alpha_2}{sin\,(\alpha_1 + \alpha_2)} = \frac{Q}{tg\,\alpha_1 + tg\,\alpha_2} \quad (8)$$

ausgedrückt ist. Für die Verticalkräfte in B_1 und B_2 hat man:

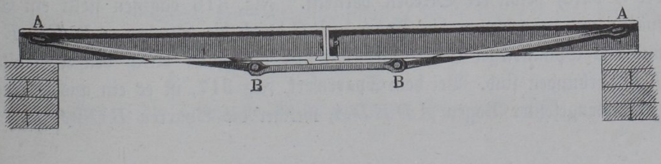
$$V_1 = H\,tg\,\alpha_1 = Q\,\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_1 + tg\,\alpha_2} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

und

$$V_2 = H\,tg\,\alpha_2 = Q\,\frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1 + tg\,\alpha_2} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

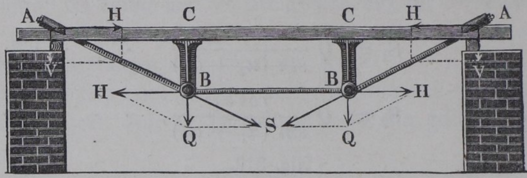
Man kann auch Sprengwerke, d. h. Constructionen, welche den Balken von unten unterstützen, so anordnen, daß die Streben gezogen werden, in welchem Falle man meistens den Horizontalzug der Streben nicht durch Widerlagsmauern, sondern durch die rückwirkende Festigkeit des gesprengten Balkens aufnimmt. Als Beispiel hierfür hat man den gesprengten oder armirten gußeisernen Balken, Fig. 313, und das Sprengwerk mit hölzernen

Fig. 313.



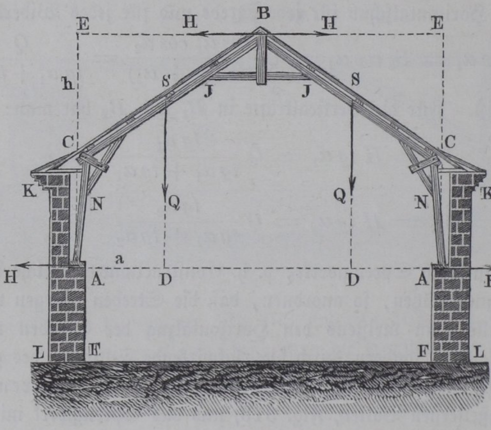
Balken, Fig. 314. Einen Horizontalschub auf die Unterstützungsmauern üben diese Constructionen natürlich nicht aus.

Fig. 314.



Die Sprengwerke finden auch wohl Anwendung zur Construction von Dachgesperren, besonders hölzernen, in solchen Fällen, wo man einen horizontalen Balken oder Durchzug zur Aufnahme des Sparrenschubes nicht anbringen will. Alsdann muß der Sparrenschub durch die Seiten= oder Stützmauern des Gebäudes aufgenommen werden. In den Figuren 315, 316 und 317 sind drei solche Gespärre vor Augen geführt. Hierbei sind in Fig. 315 die beiden oberhalb durch einen Kehlbalken verbundenen Sparren BC durch die schrägen Stiele oder Streben AC gestützt, und in den Ecken

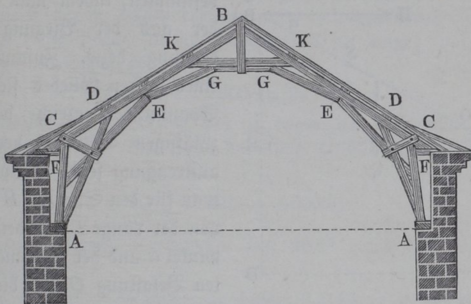
Fig. 315.



bei C durch besondere Streben versteift. Fig. 316 dagegen stellt ein Gespärre vor, bei welchem die Sparren BC durch die Streben AD, FE, EG und den Spannriegel GG unterstützt und gleichfalls durch den Kehlbalken KK verbunden sind. Bei dem Sparrwerk, Fig. 317, ist es ein aus Streben zusammengesetzter Bogen $ADEDA$, welcher die Sparren BC stützt.

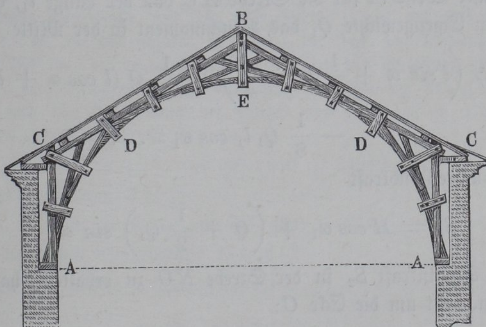
Die Ermittelung des Horizontalschubes dieser Sprengwerke ist in aller Strenge nur unter Berücksichtigung der Elasticitätsverhältnisse der einzelnen Glieder möglich, und es möge dieserhalb auf das im Folgenden über den elastischen Bogen Angegebene verwiesen werden. Durch die Verbindung der

Fig. 316.



Sparren durch Zangen, Bänder ꝛc. läßt sich der auf die Mauern ausgeübte Horizontalschub zum Theil herabziehen, indem diese Verbindungstheile einen entsprechenden Theil der Schubkraft aufzunehmen vermögen, ebenso wie bei der Anwendung eines Durchzuges dieser gewissermaßen wie die untere Gurtung eines Fachwerkträgers den ganzen Horizontalzug aufnimmt, so daß die Stützmauern nur den verticalen Druck auszuhalten haben. Annähernd

Fig. 317.



kann man bei Gespärren, wie Fig. 315, wenn man von der Wirkung des Kehlbalkens JJ absieht, den Horizontalschub H im Scheitel B und den Fußpunkten A gleich

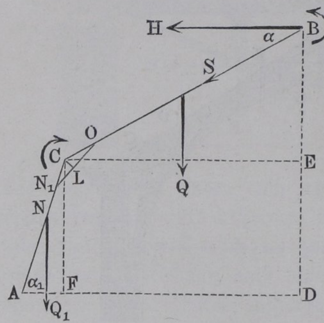
$$H = Q\,\frac{a}{h}$$

setzen, unter Q die gesammte Belastung eines Sparrens BC, unter h die

Höhe AE und unter a den horizontalen Abstand des Schwerpunktes S von dem Fuße A verstanden.

Die Dimensionen der einzelnen Theile des Gespärres sind nach den Regeln der zusammengesetzten Festigkeit (s. Thl. I, Abschn. IV, Cap. 5) zu bestimmen, indem man die Summe der aus der Biegung und Ausdehnung bezw. Zusammendrückung eines solchen Gliedes sich ergebenden Spannungen gleich dem höchsten zulässigen Betrage der Materialanstrengung setzt. Beispielsweise hat man für den Sparren BC, Fig. 318, von der Länge l und dem Neigungswinkel α und der gleichmäßig vertheilten Belastung Q für die Mitte das auf Biegung wirkende Moment

Fig. 318.



$$M = \frac{1}{2} H l \sin \alpha - \frac{1}{8} Q l \cos \alpha, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

und die auf Zusammendrücken wirkende Kraft ebenfalls in der Mitte:

$$S = H \cos \alpha + \frac{1}{2} Q \sin \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

In gleicher Weise ist für die Strebe AC von der Länge l_1, der Neigung α_1 und dem Eigengewichte Q_1 das Bruchmoment in der Mitte

$$M_1 = H \left(l \sin \alpha + \frac{1}{2} l_1 \sin \alpha_1 \right) - \frac{1}{2} Q (l \cos \alpha + l_1 \cos \alpha_1)$$
$$- \frac{1}{8} Q_1 l_1 \cos \alpha_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

und die Compressionskraft

$$S_1 = H \cos \alpha_1 + \left(Q + \frac{1}{2} Q_1 \right) \sin \alpha_1 \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Um die Spannkraft S_2 in der Strebe NO zu erhalten, hat man das Drehungsmoment um die Ecke C:

$$M_2 = H l \sin \alpha - \frac{1}{2} Q l \cos \alpha, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

woraus man

$$S_2 = \frac{M_2}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

erhält, wenn d den normalen Abstand des Eckpunktes C von NO bedeutet.

Graphisch lassen sich aus den bekannten Belastungen der Knotenpunkte von Sprengwerken immer durch einfache Zerlegung der Kräfte die in den einzelnen Gliedern der Sprengwerke auftretenden Anstrengungen ermitteln, worüber im folgenden Paragraphen gelegentlich der Behandlung der Lehrgerüste ein Näheres angegeben werden soll.

Beispiele: 1. Wenn das doppelte Hängwerk in Fig. 304 eine 20 m lange und 4 m breite Brücke zu tragen bestimmt ist, und angenommen wird, daß jeder Quadratmeter dieser Brücke sammt Belastung 300 kg wiegt, so ergiebt sich das Gewicht der ganzen Brücke zu

$$Q = 20 \,.\, 4 \,.\, 300 = 24\,000 \text{ kg},$$

wovon die Hälfte mit 12 000 kg von je einem der beiderseits angeordneten Hängwerke zu tragen ist. Von dieser Belastung entfällt auf jede Hängsäule der Betrag von

$$Q = \frac{3}{8}\, 12\,000 = 4\,500 \text{ kg},$$

welcher bei einer Neigung der Streben von 22,5° gegen den Horizont, einen Horizontalschub

$$H = 4\,500 \; cotg \; 22^1/_2{}^0 = 4\,500 \,.\, 2{,}4142 = 10\,864 \text{ kg}$$

und eine Strebenkraft

$$S = \frac{4\,500}{sin \; 22^1/_2{}^0} = \frac{4\,500}{0{,}3827} = 11\,758 \text{ kg}$$

erzeugt. Wenn man wegen der größeren Länge der Streben und Spannriegel in denselben eine Spannung von nur 0,2 kg pro Quadratmillimeter zulassen will, so hat man dem Spannriegel einen Querschnitt von 543,20 qcm und jeder Strebe einen solchen von 587,9 qcm zu geben, was bei 20 cm Breite der Hölzer bezw. 27 cm und 30 cm Höhe derselben ergiebt.

2. Bei einem Ziegeldache, wie Fig. 318, sei die Länge des oberen Sparrens $BC = l = 8$ m, die des unteren $AC = l_1 = 5$ m, der Neigungswinkel des ersteren $\alpha = 30^0$, der des letzteren $\alpha_1 = 75^0$ gegen den Horizont. Nimmt man incl. Schnee- und Winddruck eine Belastung von 250 kg pro Quadratmeter Grundfläche und eine Entfernung der Binder von 2 m an, so erhält man die Belastung des oberen Sparrens BC zu

$$Q = 2 \,.\, 8 \,.\, cos\; 30^0 \,.\, 250 = 3464 \text{ kg},$$

und diejenige des unteren AB zu

$$Q_1 = 2 \,.\, 5 \,.\, cos\; 75^0 \,.\, 250 = 647 \text{ kg}.$$

Man erhält daher den Sparrenschub H aus

$$H(8\, sin\, 30^0 + 5\, sin\, 75^0) = 3464\,(5\, cos\, 75^0 + 4\, cos\, 30^0) + 647 \,.\, 2{,}5 \,.\, cos\, 75^0$$

zu

$$H = \frac{16481{,}7 + 418{,}6}{4 + 4{,}83} = 1915 \text{ kg}.$$

Für die Mitte S des Sparrens CB hat man daher nach (11) das Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{2}\, 1915 \,.\, 8 \,.\, 0{,}5 - \frac{1}{8}\, 3464 \,.\, 8 \,.\, 0{,}8660 = 3930 - 3000 = 930 \text{ mkg},$$

und die Spannung nach (12):

$$S = 1915 \,.\, 0{,}8660 + \frac{1}{2} 3464 \,.\, 0{,}5 = 1658 + 866 = 2524 \text{ kg}.$$

In gleicher Weise erhält man für den unteren Sparren AC in der Mitte nach (13) und (14):

$$M_1 = 1915 \left(8 \,.\, 0{,}5 + \frac{5}{2} 0{,}9659\right) - \frac{1}{2} 3464 \,(8 \,.\, 0{,}8660 + 5 \,.\, 0{,}2588)$$

$$- \frac{1}{8} 647 \,.\, 5 \,.\, 0{,}2588 = 12\,285 - 14\,240 - 105 = -2060 \text{ mkg}$$

und

$$S_1 = 1915 \,.\, 0{,}2588 + \left(3464 + \frac{1}{2} 647\right) 0{,}9659 = 496 + 3659 = 4155 \text{ kg}.$$

Für die Ecke C endlich hat man nach (15) das Biegungsmoment:

$$M_2 = 1915 \,.\, 8 \,.\, 0{,}5 - \frac{1}{2} 3464 \,.\, 8 \,.\, 0{,}8660 = 7660 - 12\,000 = -4340 \text{ mkg},$$

so daß, bei einem Abstande der Strebe NO von der Ecke C gleich 0,5 m, die Druckspannung dieser Strebe zu

$$S_2 = \frac{4340}{0{,}5} = 8680 \text{ kg}$$

folgt. Das negative Vorzeichen von M_1 und M_2 deutet an, daß die Biegung in dem unteren Sparren AC nach rechts im Sinne des Pfeiles geschieht, d. h. daß der Sparren nach außen convex gebogen wird, während der positive Werth von M auf eine solche Biegung des oberen Sparrentheils deutet, vermöge deren dieser Theil nach außen concav gebogen wird, wie sich dies aus der für diese Stelle vorwiegenden Einwirkung von H gegenüber Q erklärt.

Aus den berechneten Momenten M und Spannungen S hat man nun die Querschnitte der Hölzer so zu bestimmen, daß die größte Faserspannung den für das Material nach §. 35 zulässigen Werth nicht überschreitet. Wählt man beispielsweise für den unteren Sparren AC eine Breite des rechteckigen Querschnittes von 180 mm und nimmt die Höhe desselben etwa $^7/_5$ mal so groß mit 250 mm an, so erzeugt das Moment $M_1 = 2060$ mkg eine äußerste Biegungsspannung s_b, welche sich aus

$$2060 \,.\, 1000 = \frac{1}{6} 180 \,.\, 250^2 \, s_b$$

zu

$$s_b = \frac{2060}{3 \,.\, 625} = 1{,}10 \text{ kg}$$

bestimmt. Außerdem wird durch die Pressung $S_1 = 4155$ kg noch eine specifische Druckspannung von

$$s_d = \frac{4155}{180 \,.\, 250} = 0{,}092 \text{ kg}$$

erzeugt, so daß das Holz daselbst auf der Innenseite mit der größten Spannung von

$$1{,}10 + 0{,}092 = 1{,}2 \text{ kg}$$

beansprucht wird, welcher Betrag für Dächer noch zulässig erscheint. Die Stärke der Mauer, auf welcher das Gespärre bei A aufruht, ist nach den in Cap. 1 angegebenen Regeln zu ermitteln, indem dabei ein auf Umsturz wirkender Horizontalschub $H = 1915$ kg und eine verticale Belastung von $Q + Q_1 = 4111$ kg für jede Mauerlänge von 2 m zwischen zwei Bindern einzuführen ist.