

$$V_{5max} = \frac{3}{2}7 + \frac{7}{12} \frac{8}{2}14 = 43,17; \quad T_{5max} = 49,86 \text{ t.}$$

$$V_{5min} = \frac{3}{2}7 - 5 \frac{4}{24}14 = -1,17; \quad T_{5min} = -1,35 \text{ t.}$$

$$V_{6max} = \frac{1}{2}7 + \frac{6}{12} \frac{7}{2}14 = 28; \quad T_{6max} = 32,34 \text{ t.}$$

$$V_{6min} = \frac{1}{2}7 - 6 \frac{5}{24}14 = -14; \quad T_{6min} = -16,17 \text{ t.}$$

Die so gefundenen Spannungszahlen sind in Fig. 246 eingetragen.

Parabelträger. Bei den bisher betrachteten Fachwerkträgern mit §. 56. parallelen Gurtungen fällt die Spannung in den Streckbäumen wegen der constanten Trägerhöhe h in den verschiedenen Feldern sehr verschieden aus, entsprechend der Größe des Biegemomentes M , welches von dem Werthe Null über den Stützen bis zu dem größten Betrage in der Trägermitte veränderlich ist. Man hat daher, will man das Material nicht unnütz verwenden, die Querschnitte der Gurtungen von der Mitte nach den Enden hin in den einzelnen Knotenpunkten entsprechend zu verringern. Es erscheint aber sowohl aus constructiven wie aus theoretischen Gründen vortheilhaft, die Anordnung so zu treffen, daß die Spannkraften in den Gurtungen möglichst constant ausfallen, indem hierfür nicht nur die Ausführung der Gurtungen mit constantem Querschnitte erleichtert, sondern auch die Anstrengung der Zwischenglieder vermindert wird, welche letztere in dem Falle gleich Null werden würde, in welchem es möglich wäre, die Spannungen der Gurtungen überall von gleicher Größe zu erhalten. Letztere Bedingung ist zwar nicht zu erfüllen, wenigstens nicht bei einer einseitigen Belastung des Trägers, doch erscheint es zweckmäßig, solche Constructionen anzuwenden, bei denen für die volle Belastung, also für das Auftreten der größten Biegemomente dieser Zustand ganz oder nahezu erreicht wird.

Eine solche Construction ist durch den sogenannten Parabelträger gegeben, so genannt, weil die Knotenpunkte der einen Gurtung in einer Parabel gelegen sind, deren Verhältnisse sich aus dem Folgenden ergeben werden. Es sei die Aufgabe gestellt, einen Fachwerkträger von der Länge $AA_n = l$, Fig. 247 (a. f. S.), dessen untere Gurtung geradlinig ist, so anzuordnen, daß bei der vollen Belastung des Trägers die Spannkraft U der unteren Gurtung in allen Punkten dieselbe Größe hat. Es sei wieder eine Belastung des Trägers in jedem Knotenpunkte mit $q = p + k$ vorausgesetzt, und unter $a = \frac{l}{n}$ die Weite jedes der n gleich breiten Felder verstanden; ferner soll die Höhe des Trägers in der Mitte zwischen den Gurtungsschwerpunkten gleich h vorausgesetzt werden. Die Anzahl n der Felder

$$M_v = Rva - q(1 + 2 + \dots + v - 1)a = aq \left(\frac{n-1}{2} v - \frac{v-1}{2} v \right) \\ = aqv \frac{n-v}{2} \dots \dots \dots (4)$$

gegeben. Soll nun in diesem Querschnitte, in welchem die Höhe gleich y sein mag, die Spannung der unteren Gurtung denselben Werth U wie in der Mitte haben, so hat man nach (3) und (4) die Gleichung:

$$\frac{M_v}{y} = aqv \frac{n-v}{2y} = \frac{q}{a} \frac{l^2}{8h} \dots \dots \dots (5)$$

Setzt man hierin $an = l$, und den Abstand des betrachteten Querschnittes von A also $va = x$, so erhält man:

$$x \frac{l-x}{2y} = \frac{l^2}{8h}, \text{ oder } y = \frac{4h}{l^2} (l-x)x \dots \dots \dots (6)$$

Diese Gleichung stellt eine Parabel*) mit verticaler Axe und der Pfeilhöhe h in der Mitte zwischen A und A_n vor, welche Pfeilhöhe, wie schon bemerkt worden ist, bei einer geraden Felderzahl mit der Höhe des Mittelpostens übereinstimmt. Man schließt daraus, daß die oberen Knotenpunkte B des Trägers in dieser Parabel gelegen sein müssen, wenn der Bedingung einer constanten Spannkraft in der unteren Gurtung genügt werden soll. Es kann bemerkt werden, daß diese Parabel mit derjenigen übereinstimmt, welche für den gleichförmig mit nq belasteten Träger die Momentenfläche begrenzt, vorausgesetzt, daß man den Maßstab so wählt, daß die Höhe h das Moment in der Mitte $M_{max} = q \frac{n^2}{8} a$ vorstellt.

Die obere Gurtung setzt sich zwischen den einzelnen Knotenpunkten aus geradlinigen Stücken zusammen, in denen, wie sich leicht ergibt, die Spannung O nicht von gleicher Größe sein kann. Bezeichnet man nämlich mit α den Winkel, welchen irgend eine dieser Parabelsehnen, z. B. B_2B_3 , mit dem Horizonte bildet, so findet man aus der Momentengleichung in Bezug auf den unteren Knotenpunkt A_2 $M = O_2 \cos \alpha \cdot y_2$, woraus mit Rücksicht auf (5) die Spannung der oberen Gurtung allgemein zu

$$O = \frac{M}{y \cos \alpha} = \frac{U}{\cos \alpha} \dots \dots \dots (7)$$

*) Um dies einzusehen, setze man zum Zwecke der Verlegung des Coordinatenanfangs von A nach B_4 in (5):

$$y = y_1 + h \text{ und } x = x_1 + \frac{l}{2},$$

so erhält man die Scheiteltgleichung:

$$x_1^2 = - \frac{l^2}{4h} y. \quad (5^a)$$

folgt, d. h. es verhält sich überall die Spannung der oberen Gurtung zu der constanten Spannung U der unteren wie die Länge

$$\lambda = \frac{a}{\cos \alpha} \text{ der Parabelsehne zu der Weite } a \text{ des Feldes.}$$

Die größte Spannung in der oberen Gurtung ist daher größer als die Maximalspannung in der unteren Gurtung und zwar nimmt diese Spannung von der Mitte des Trägers nach beiden Enden hin an Größe zu. Nur bei einer ungeraden Felderzahl sind in dem mittleren Felde die Maximalspannungen der beiden daselbst parallelen Gurtungen gleich groß.

Die in den Feldern befindlichen Diagonalen $A_2 B_1, A_3 B_2 \dots$ sind bei der hier vorausgesetzten vollen Belastung keinerlei Spannungen ausgesetzt, wie man ohne Weiteres daraus erkennt, daß das Gleichgewicht für einen unteren Knotenpunkt wie A_3 wegen der Gleichheit der Kräfte in den beiden daselbst zusammenstoßenden Gurtungstheilen mit einer Spannung der Diagonale $A_3 D_2$ unverträglich ist, indem keine Kraft vorhanden ist, welche der horizontalen Componente einer solchen Strebenspannung das Gleichgewicht halten könnte. Ebenso ergibt sich, daß in den verticalen Pfosten wie $A_3 B_3$ keine andere Spannung stattfinden kann, als die durch die in dem unteren Knotenpunkte angebrachte Belastung q hervorgerufene, und es folgt also auch für die beiden in dem oberen Knotenpunkte B_3 unter den Winkeln α_2 und α_3 zusammentreffenden Gurtungstheile, daß die Differenz, von deren Verticalspannungen ebenfalls gleich der Kraft q in den Pfosten ist, daß man also

$$O_2 \sin \alpha_2 - O_3 \sin \alpha_3 = U (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_3) = q \quad . \quad (8)$$

hat.

Man kann die Begrenzung des Parabelträgers auch als ein Seilpolygon betrachten, dessen Schlußlinie mit der unteren Gurtung zusammenfällt. In einem solchen Seilpolygone ist bekanntlich die vertical gemessene Ordinate y jedes Punktes ein Maß für das Moment M der äußeren Kräfte in diesem Punkte, und zwar ist dieses Moment durch $M = yH$ gegeben, wenn H den Horizontalzug oder die Polabstand des zugehörigen Kräftepolygons bedeutet. Wendet man diese Regel auf den mittleren Querschnitt A_4 an, für welchen nach (2) $M_{max} = \frac{q}{a} \frac{l^2}{8}$ gefunden wurde, und nimmt die Polabstand des Kräftepolygons $H = \frac{l}{2}$ an, so findet sich, daß die Ordinate y in der Mitte $A_4 B_4 = h$ nach dem Kräftemaßstabe eine Kraft

$$\frac{M_{max}}{H} = \frac{q}{a} \frac{l^2}{8 \frac{l}{2}} = \frac{q}{a} \frac{l}{4} = q \frac{n}{4}$$

vorstellen muß, wenn man die Gurtungen selbst als Seilpolygon auffassen will. Hieraus ergibt sich ohne Weiteres folgende Construction für die Verzeichnung des Trägers. Man wählt den Maßstab für die Kräfte so, daß die gegebene mittlere Trägerhöhe h eine Kraft gleich $q \frac{n}{4}$ ist, trägt daher in A_4 zu jeder Seite der horizontalen unteren Gurtung

$$A_4 o = A_4 q_n = q \frac{n}{2} = 2h$$

an, indem man auf dieser Kräfteinie die einzelnen Belastungen und zwar

$$o q = q_7 q_n = \frac{q}{2} \text{ und } q q_1 = q_1 q_2 = \dots q_6 q_7 = q$$

markirt, und wählt als Pol den Auflagerpunkt A im Abstände $\frac{l}{2}$ von der Kräfteinie. Dann erhält man in dem Polstrahle von A nach q direct das erste Gurtungsstück AB_1 , ferner in der durch B_1 mit dem folgenden Polstrahle Aq_1 gezogenen Parallelen die Gurtung $B_1 B_2$ des zweiten Feldes; in $B_2 B_3$ parallel mit Aq_2 das folgende Stück der oberen Gurtung u. s. w. Auf diese Weise erhält man nicht nur die einzelnen Höhen $A_1 B_1, A_2 B_2 \dots$ der Verticalstiele ohne Berechnung derselben nach (6), sondern gleichzeitig in den Polstrahlen $Aq, Aq_1, Aq_2 \dots$ die Größen der in den damit parallelen Gurtungsstücken auftretenden Kräfte, bezogen auf den zu Grunde gelegten Kräftemaßstab $h = q \frac{n}{4}$. Ebenso ergibt sich nach demselben Maßstabe die constante Spannung U der unteren Gurtung in der Strecke AA_4 , welche gleichzeitig auch die horizontale Componente der Pressungen in allen Stücken der oberen Gurtung vorstellt.

Diese Betrachtung der Trägerbegrenzung als Seilpolygon läßt auch noch in anderer Weise die schon oben gefundene Eigenschaft des Fachwerkes erkennen, wonach bei voller Belastung desselben in den Diagonalen keinerlei Spannung auftreten kann. Denkt man nämlich durch irgend ein Feld einen Schnitt wie $a_2 b_2$ geführt, so erhält man nach der bekannten Eigenschaft des Seilpolygons in dem Durchschnittspunkte C der beiden Endseile Aa_2 und $B_2 b_2$ einen Punkt, durch welchen die Mittelkraft aller auf das Balkenstück $a_2 A b_2$ wirkenden äußeren Kräfte hindurchgeht. Nimmt man daher diesen Punkt C als den Mittelpunkt der statischen Momente an, so folgt, da die Spannungen U und O_2 durch diesen Punkt hindurchgehen, daß in der mit durchschnittenen Diagonale $A_3 B_2$ keine Spannung stattfinden kann.

Aus der letzteren Betrachtung ergibt sich aber auch weiter, daß der mehr besprochene Zustand der vollständigen Spannungslosigkeit der Diagonalen an die Bedingung geknüpft ist, daß die Mittelkraft aller auf ein Trägerstück

wie $a_2 A b_2$ wirkenden äußeren Kräfte durch den besagten Schnittpunkt C der beiden durchschnittenen Gurtungstheile hindurchgehe. Diese Bedingung trifft nach dem Vorhergehenden nur bei einer gleichmäßig über den ganzen Träger ausgebreiteten Belastung zu, also sowohl für den voll mit $nq = n(p + k)$, wie für den ganz leeren nur durch sein Eigengewicht np belasteten Träger. Es ist klar, daß diesen beiden Zuständen die größten bezw. kleinsten Spannungen für sämtliche Gurtungstheile zukommen, und man erhält diese größten wie kleinsten Spannungen in den Polstrahlen desselben Kräftepolygons $A o q_n$, je nachdem man einen Kräftemaßstab zu Grunde legt, nach welchem die Pfeilhöhe $h = A_4 B_4$ der Kraft $q \frac{n}{4}$ oder $p \frac{n}{4}$ entspricht.

Denkt man jetzt den Träger einer einseitigen Belastung unterworfen, so werden auch in den Diagonalen und zwar wie sich ergeben wird, gleichzeitig in sämtlichen Diagonalen, Spannungen erzeugt. Um diesen Einfluß einer einseitigen oder beweglichen Belastung kennen zu lernen, sei vorausgesetzt, daß der Träger außer seinem Eigengewichte np einer Verkehrslast nur in einem einzigen Knotenpunkte etwa in A_6 unterworfen sein soll. Wie oben gezeigt worden, ging die Resultierende aller auf das Stück $a_2 A b_2$ wirkenden äußeren Kräfte durch den Schnittpunkt C , so lange die einseitige Last k in A_6 den Träger noch nicht beeinflusste. Diese Mittelkraft, aus der vertical aufwärts gerichteten Auflagerreaction in A und den Belastungen in A_1 und A_2 durch das Eigengewicht zusammengesetzt, ist in C , wie leicht zu sehen ist, ebenfalls vertical aufwärts gerichtet, so lange der Schnitt $a_2 b_2$ noch zwischen A und dem mittleren Querschnitte A_4 gelegen ist. Durch die nun in A_6 hinzutretende Belastung k wird die Auflagerreaction in A um einen gewissen Betrag Z_1 vergrößert, und wenn man diesen Zuwachs mit der gedachten in C wirkenden Mittelkraft W vereinigt, so erhält man die nunmehrige Resultierende aller äußeren Kräfte $W_1 = W + Z_1$, deren Angriffspunkt wegen der gleichen Richtung von W und Z_1 offenbar zwischen A und C , etwa in C_1 gelegen sein wird. Wählt man nun wieder, um das Gleichgewicht des Balkenstückes $a_2 A b_2$ zu prüfen, den Durchschnittpunkt C der Gurtungen zum Momentenmittelpunkte, so erhält man zur Bestimmung der Diagonalkraft T die Gleichung

$$W_1 \cdot c_1 = Td,$$

woraus

$$T = \frac{c_1}{d} W_1$$

folgt. Man erkennt auch leicht, daß diese Diagonalspannung eine Zugkraft sein, muß damit sie durch ihre das Stück $a_2 A b_2$ um C rechts drehende

Richtung im Stande ist, der links um drehenden Mittelkraft W_1 das Gleichgewicht zu halten.

Dieselbe Betrachtung wie für A_6 gilt natürlich für jeden Knotenpunkt, welcher jenseits der Schnittfläche, d. h. zwischen $a_2 b_2$ und A_n gelegen ist, jede dort aufgebrachte Belastung bringt in der Diagonale $A_3 B_2$ Zugspannungen hervor. Dagegen findet sich ebenso, daß eine diesseits des Schnittes, also zwischen $a_2 b_2$ und A , etwa in A_1 aufgesetzte Belastung in der Diagonale $A_3 B_2$ Druckspannungen hervorruft. Durch die Last k in A_1 wird nämlich das betrachtete Balkenstück $a_2 A b_2$ einer vertical abwärts wirkenden zusätzlichen Kraft Z_2 unterworfen, welche sich als Differenz von k und der hierdurch in A erzeugten Auflagerreaction, d. h. also gleich dem Auflagerdrucke ergibt, welchen die Last k in A_1 für sich allein in A_n hervorbringt. Setzt man diese in A_n wirkende Kraft Z_2 mit W in C zusammen, so erhält man eine Resultirende, welche links von C , etwa in C_2 wirkt, wenn sie aufwärts gerichtet ist (W_2), dagegen rechts von A_n etwa in C_2' angreift, falls sie abwärts zieht (W_2'), d. h. falls $Z_2 > W$ ist. In jedem der beiden Fälle sucht diese Mittelkraft das Balkenstück $a_2 A b_2$ um den Punkt C rechts um zu drehen, welchem Bestreben nur durch eine Druckkraft T der Strebe $A_3 B_2$ entgegengewirkt werden kann, für welche Kraft man ebenfalls aus $W_2 c_2 = T d$

$$T = \frac{c_2}{d} W_2$$

erhält.

Hieraus folgt, daß bei dem vorliegenden Träger eine Diagonale der größten positiven (Zug-) Kraft unterworfen ist, wenn sämtliche Knotenpunkte jenseits derselben zwischen dem Schnitte und A_n belastet sind, während die größte negative (Druck-) Kraft in der Diagonale bei einer Belastung sämtlicher diesseits zwischen dem Schnitte und A gelegenen Knotenpunkte eintritt. Diese beiden größten Anstrengungen müssen gleichen Werth haben, da für die volle Belastung des Trägers die Diagonalen im spannungslosen Zustande sich befinden.

Daß auch die verticalen Stiele durch die einseitigen Belastungen Spannungen unterworfen sind, welche zu den durch die Eigengewichtsbelastung p der unteren Knotenpunkte in ihnen erzeugten hinzutreten, ist ohne Weiteres klar, wenn man einen Knotenpunkt der geraden Gurtung z. B. A_3 ins Auge faßt. Das Gleichgewicht für denselben erfordert, daß, wenn durch die einseitige Belastung des Trägers in der Diagonale $A_3 B_2$ eine Spannung T_2 auftritt, in dem Stiele $A_3 B_3$ eine Spannung $T_2 \sin \delta$ hervorgerufen wird, welche zu der in demselben schon durch die Belastung von A_3 hervorgerufenen Zugspannung hinzutritt. Diese von T erzeugte Spannung ist, wie man leicht erkennt, eine Druckspannung, wenn die Diagonale gezogen

wird, und umgekehrt eine Zugspannung, sobald die Diagonale gepreßt wird. Wenn daher die Letztere der maximalen Zugspannung $+ T_{max}$ ausgesetzt ist, so tritt zu der für diesen Fall in $A_3 B_3$ vorhandenen Zugspannung $(p + k) = q$ noch die Druckspannung $- T_{2max} \sin \delta$ hinzu, so daß der Stiel $A_3 B_2$ einer Spannung

$$q - T_{max} \sin \delta$$

ausgesetzt ist, welche Zug oder Druck bedeutet, je nachdem dieser Werth positiv oder negativ ist. Andererseits ist bei Belastung aller links vom Schnitte befindlichen Knotenpunkte, für welchen Fall die Diagonale mit $- T_{max}$ gepreßt und der Knotenpunkt A_3 nur mit dem Eigengewichte p belastet ist, in dem Pfosten $A_3 B_3$ die stets positive also Zugspannung vorhanden

$$p + T_{2min} \sin \delta.$$

Denkt man sich einen Schnitt $a_3 b_2$ durch den Pfosten $A_3 B_3$ gelegt, so zeigt eine ähnliche Betrachtung, wie die hinsichtlich der Diagonale angestellte, daß die äußersten Anstrengungen des Pfostens $A_3 B_3$ erzeugt werden, wenn entweder alle Knotenpunkte $A_4, A_5 \dots A_{n-1}$ rechts vom Schnitte, oder alle Knotenpunkte A_1, A_2, A_3 links vom Schnitte mit der Verkehrslast bedeckt sind, und zwar erzeugen bei der Anordnung des Trägers nach der Figur die Belastungen rechts Druckspannungen, diejenigen links Zugspannungen in dem Pfosten.

Aus den vorstehenden Betrachtungen erkennt man leicht folgendes Verhalten. Wenn man den Träger durch irgend einen Schnitt, welcher außer den Gurtungen nur ein Zwischenglied trifft, in zwei Theile zerlegt denkt, so wird jede Belastung des einen Balkentheiles in dem Zwischengliede eine **Zugspannung** hervorrufen, sobald dieser Balkentheil den **unteren** Knotenpunkt des Zwischengliedes enthält, wogegen eine **Druckspannung** erzeugt wird, wenn der **obere** Knotenpunkt des Zwischengliedes mit dem belasteten Balkentheile verbunden ist.

Um die größte Anspannung in einer Diagonale wie $A_3 B_2$ zu bestimmen, hat man daher sämtliche jenseitigen Knotenpunkte $A_3, A_4, A_5 \dots A_n$ mit k belastet zu denken und kann von dem Eigengewichte p ganz absehen, da dasselbe Spannungen in den Diagonalen nicht hervorrufft. Bestimmt man dann durch Rechnung oder durch ein Seilpolygon die Größe des durch diese einseitige Belastung in A erzeugten Auflagerdruckes R_v , so erhält man die Diagonalkraft zu

$$T = R_v \frac{c}{d}, \quad \dots \dots \dots (9)$$

worin c und d die Abstände des Durchschnittspunktes C der beiden zugehörigen Gurtungstheile A_2A_3 und B_2B_3 bezw. von dem Auflager A , und von der Diagonalenrichtung A_3B_2 bedeuten. Diese Abstände wird man am einfachsten aus der Zeichnung entnehmen, die Auflagerreaction R_v erhält man für diesen Fall, je nachdem die eine oder andere Seite belastet ist, durch:

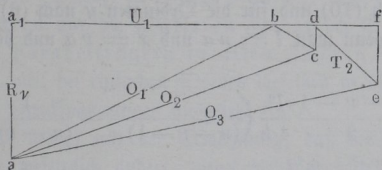
$$R_v = k \frac{1 + 2 + \dots n - v - 1}{n} = k \frac{n - v}{n} \frac{n - v - 1}{2} \dots \quad (10)$$

bezw.

$$R_v = k \frac{(n - 1) + (n - 2) + \dots n - v}{n} = k \frac{v}{n} \frac{2n - v - 1}{2}. \quad (11)$$

Aus dem gefundenen Auflagerdrucke R_v kann man übrigens auch durch ein KräftepolYGON nach Fig. 248 die Spannungen der Zwischenglieder er-

Fig. 248.



mitteln, welche der vorausgesetzten Belastung entsprechen. Macht man nämlich $aa_1 = R_v$, zieht durch a_1 die Horizontale a_1b und durch a die Parallelen ab , ac , ae zu den auf einander folgenden Stücken AB_1 , B_1B_2 , B_2B_3 der oberen

Gurtung, ferner durch b die zur Diagonale A_2B_1 Parallele bc , durch c die Linie cd vertical und durch d wieder parallel zu der Diagonale A_3A_2 , so liefert die Strecke de die gesuchte Spannung T_2 in der Diagonale A_3B_2 der Fig. 247. Diese Construction, welche leicht verständlich sein dürfte, hat man natürlich für jede Diagonale besonders zu führen, indem man dabei immer denjenigen Werth von R_v zu Grunde legt, welcher dem für die betreffende Diagonale ungünstigsten Belastungszustande entspricht. Wie man aus diesen Spannungen der Diagonalen diejenigen der Verticalpfosten unter Berücksichtigung des Eigengewichtes findet, ist bereits besprochen, für die größte Anstrengung der Gurtungen hat man nach dem oben Angeführten überall die volle Belastung des Trägers voranzusetzen.

Die größte Anspannung einer Diagonale läßt sich auch mit Rücksicht auf das Gleichgewicht in dem oberen Knotenpunkte derselben bestimmen, welches erfordert, daß die algebraische Summe der horizontalen Componenten der Spannungen in den daselbst zusammenstoßenden Fachwerksgliedern gleich Null ist. Danach muß z. B. für die Diagonale A_3B_2 die Spannungskomponente $T_2 \cos \delta_2$ gleich der Differenz derjenigen Horizontalspannungen H_2 und H_3 sein, die in den oberen Gurtungen B_2B_1 und B_2B_3 sich bei

derjenigen Belastung des Trägers einstellen, welche die größte Anstrengung der Diagonale hervorruft. Für diesen Zustand, also wenn sämtliche Knotenpunkte rechts von dem ν ten Pfosten mit je k belastet sind, hat man offenbar, unter R_ν den durch k veranlaßten Auflagerdruck in A verstanden, die Horizontalspannung im $\nu - 1$ ten Felde $A_1 A_2$ gleich

$$H_{\nu-1} = \frac{1}{y_\nu} R_\nu \nu a$$

und diejenige im folgenden Felde $A_2 A_3$:

$$H_\nu = \frac{1}{y_{\nu+1}} R_\nu (\nu + 1) a,$$

folglich erhält man allgemein die größte bzw. kleinste Spannung in der ν ten Diagonale durch

$$T_\nu \cos \delta_\nu = \pm R_\nu a \left(\frac{\nu + 1}{y_{\nu+1}} - \frac{\nu}{y_\nu} \right).$$

Führt man hierin für R_ν nach (10) und für die Ordinaten y nach (6) die Werthe ein, so erhält man, wenn man $l = na$ und $x = \nu a$ und bezw. $(\nu + 1) a$ setzt:

$$\begin{aligned} T_\nu \cos \delta_\nu &= \pm k \frac{n - \nu}{n} \frac{n - \nu - 1}{2} \frac{l^2}{4h} \left(\frac{1}{(n - \nu - 1)a} - \frac{1}{(n - \nu)a} \right) \\ &= \pm \frac{k}{2n} \frac{l^2}{4h} \frac{1}{a} = \pm k \frac{l}{8h} \end{aligned}$$

oder

$$T = \pm \frac{k}{\cos \delta} \frac{l}{8h} = \pm \frac{k}{a} \frac{a}{\cos \delta} \frac{l}{8h} = \pm \kappa \lambda \frac{l}{8h}, \dots (12)$$

wenn $\kappa = \frac{k}{a}$ die Verkehrsbelastung pro laufenden Meter und $\lambda = \frac{a}{\cos \delta}$ die Länge der Diagonale ist.

Für den Fall, daß man der Construction das Verhältniß $l = 8h$ zu Grunde legt, erhält man für die Maximalspannung der Diagonalen die einfache Beziehung $T = \kappa \lambda$, d. h. für diesen Fall ist die Maximalspannung jeder Diagonale gleich der auf eine Länge gleich derjenigen der Diagonale ausgebreiteten Verkehrslast, bei einem anderen Verhältniße von $l:h$ hat man dieses Gewicht mit dem Bruche $\frac{l}{8h}$ zu multipliciren, um die größte Diagonalspannung zu erhalten.

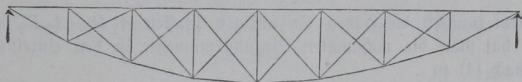
Wenn man in dem Träger der Fig. 247 die Diagonalen entsprechend den punktirten Linien von rechts nach links abfallend anstatt ansteigend anbringt, so gelten die sämtlichen vorstehend angestellten Betrachtungen

auch für diesen Träger mit dem einzigen Unterschiede, daß nunmehr eine einseitige Belastung in der Diagonale irgend eines Feldes einen Druck erzeugt, wenn sie bei der ursprünglichen Anordnung eine Zugkraft hervorrief und umgekehrt. Im Besonderen wird daher beispielsweise in der Diagonale $A_2 B_3$ durch jede rechts aufgebrauchte Belastung Druck, durch jede Belastung eines links gelegenen Feldes Zug hervorgerufen, wie man in derselben Art wie vordem aus der Betrachtung der Richtung erkennt, in welcher die Resultirende aller äußeren Kräfte das Balkenstück $a_2 A b_2$ um den Schnittpunkt C zu drehen strebt.

Hieraus folgt nun, daß man durch Anwendung gekreuzter Streben in den einzelnen Feldern erreichen kann, daß die Streben sämmtlich nur durch Zug- oder nur durch Druckkräfte angegriffen werden, je nachdem man die Streben nur gegen die eine oder die andere Beanspruchung widerstandsfähig macht. In dieser Hinsicht kann auf das in den vorhergehenden Paragraphen gelegentlich der Träger mit parallelen Gurtungen Gesagte verwiesen werden. Hierbei ist nur zu bemerken, daß, während bei den Parabelträgern nur die mittleren Felder der Gegenstreben bedürfen, bei den Parabelträgern in allen Feldern Gegenstreben erforderlich sind, weil bei einfachen Streben dieselben in allen Feldern abwechselnd Zug- und Druckspannungen ausgesetzt sind.

Es bedarf nur der Erwähnung, daß die vorstehende Untersuchung sich nicht wesentlich ändert, wenn der Parabelträger nach Fig. 249 die obere

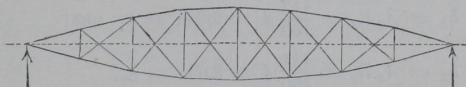
Fig. 249.



Gurtung geradlinig begrenzt erhält. Selbstredend wird dann diese gerade Gurtung mit konstanter Kraft gedrückt, und die parabelförmige untere Gurtung wie eine Kette gezogen, und es werden die Pfosten durch die nunmehr auf der oberen Gurtung angebrachte Fahrbahn auf Druck beansprucht.

Denkt man sich ferner zwei Träger wie die Figuren 247 und 249, deren Spannweiten, Höhen und Belastungen gleich groß sind, mit ihren geraden

Fig. 250.



Gurtungen auf einander gelegt, so kann man in den vereinigten Balken die geraden Gurtungen beseitigen, da deren Spannungen gleich groß und ent-

gegengesetzt sind und man gelangt zu der Trägerform Fig. 250 (a. v. S.). Auch für diesen Doppelparabelträger, auch wohl Fischbauchträger genannt, gelten die vorstehend entwickelten Gesetze, und es sind hier in jedem Felde nicht nur die horizontalen Componenten der Gurtungsspannungen, sondern wegen der symmetrischen Trägerform diese Spannungen selbst in der oberen und unteren Gurtung von gleicher Größe, wenn der ganze Träger gleichmäßig belastet ist.

Beispiel. Für einen Parabelträger von 36 m Länge, welcher in neun gleiche Felder von 4 m Länge getheilt ist, sollen die größten Spannungen der einzelnen Fachwerkglieder unter der Voraussetzung ermittelt werden, daß die untere gerade Gurtung in jedem Knotenpunkte durch das Eigengewicht mit $p = 4$ Tonnen und durch die Verkehrslast mit $k = 12$ Tonnen belastet wird, und daß die Höhe des Trägers in dem mittleren Felde ebenfalls zu 4 m angenommen wird.

Bei der vollen Belastung des Trägers ermittelt sich die Auflagerreaction an jedem Ende zu

$$R = \frac{n-1}{2} q = \frac{8}{2} (4 + 12) = 64 \text{ Tonnen,}$$

und das größte Moment für das Mittelfeld $A_4 A_5$, Fig. 251, zu

$$M_4 = R \cdot 4a - qa(1 + 2 + 3) = 256a - 96a = 160a = 640 \text{ Meter-tonnen,}$$

so daß man die größte Spannung in den horizontalen Gurtungen des Mittelfeldes:

$$O_5 = U_5 = \frac{M_4}{h_4} = \frac{640}{4} = 160 \text{ Tonnen}$$

erhält. Um zunächst die Höhen der übrigen Pfosten $A_1 B_1, A_2 B_2 \dots$ zu bestimmen, hat man die maximalen Biegemomente in den einzelnen Knotenpunkten nach (4) zu

$$M_1 = q \cdot 1 \cdot \frac{9-1}{2} a = 64a,$$

$$M_2 = q \cdot 2 \cdot \frac{9-2}{2} a = 112a,$$

$$M_3 = q \cdot 3 \cdot \frac{9-3}{2} a = 144a;$$

daher folgen die Höhen der Pfosten proportional mit den Momenten zu

$$h_1 = A_1 B_1 = \frac{64}{160} k_4 = \frac{64}{160} 4 = 1,6 \text{ m} = h_8,$$

$$h_2 = A_2 B_2 = \frac{112}{160} 4 = 2,8 \text{ m} = h_7 \text{ und}$$

$$h_3 = A_3 B_3 = \frac{144}{160} 4 = 3,6 \text{ m} = h_6,$$

wonach sich die obere Gurtung zeichnen läßt. Wegen der ungeraden Anzahl der Felder stimmt die Höhe h_4 des mittleren Feldes nicht mit der Scheitelhöhe h überein, vielmehr erhält man dieselbe aus der Proportion:

$$h : h - h_4 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 : \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 81 : 1$$

zu

$$h = \frac{81}{80} h_4 = 4,05 \text{ m.}$$

Für die Neigungswinkel der einzelnen Theile der oberen Gurtung hat man:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1}{a} = 0,4; \quad \alpha = 21^\circ 49' = \alpha_9,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h_2 - h_1}{a} = 0,3; \quad \alpha_1 = 16^\circ 42' = \alpha_8,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{h_3 - h_2}{a} = 0,2; \quad \alpha_2 = 11^\circ 19' = \alpha_7,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{h_4 - h_3}{a} = 0,1; \quad \alpha_3 = 5^\circ 43' = \alpha_6.$$

Dementsprechend ergeben sich nun die Druckspannungen der oberen Gurtung zu

$$O_1 = \frac{U}{\cos 21^\circ 49'} = \frac{160}{0,9283} = 172,4 t = O_9,$$

$$O_2 = \frac{U}{\cos 16^\circ 42'} = \frac{160}{0,9577} = 167,05 t = O_8,$$

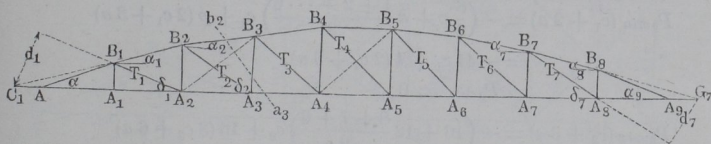
$$O_3 = \frac{U}{\cos 11^\circ 19'} = \frac{160}{0,9806} = 163,2 t = O_7,$$

$$O_4 = \frac{U}{\cos 5^\circ 43'} = \frac{160}{0,9950} = 160,8 t = O_6,$$

$$O_5 = U = 160 t.$$

Um die größten Anstrengungen T der Streben zu ermitteln, seien zunächst nur einfache Diagonalen nach Fig. 251 angenommen, welche sowohl Druck- wie

Fig. 251.



Zugkräften widerstehen können. Es bestimmen sich zuvörderst die Längen λ der Diagonalen zu:

$$\lambda_1 = \sqrt{a^2 + h_1^2} = \sqrt{16 + 2,56} = 4,308 \text{ m,}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{a^2 + h_2^2} = \sqrt{16 + 7,84} = 4,883 \text{ m} = \lambda_7,$$

$$\lambda_3 = \sqrt{a^2 + h_3^2} = \sqrt{16 + 12,96} = 5,382 \text{ m} = \lambda_6,$$

$$\lambda_4 = \sqrt{a^2 + h_4^2} = \sqrt{32} = 5,657 \text{ m.}$$

Da man ferner

$$x = \frac{k}{a} = \frac{12}{4} = 3 t \quad \text{und} \quad \frac{l}{8h} = \frac{36}{8 \cdot 4,05} = 1,111$$

hat, so erhält man nach (12):

$$T_1 = \pm 4,308 \cdot 3 \cdot 1,111 = \pm 14,36 \text{ t},$$

$$T_2 = \pm 4,888 \cdot 3,333 = \pm 16,277 \text{ t} = T_7,$$

$$T_3 = \pm 5,382 \cdot 3,333 = \pm 17,94 \text{ t} = T_6,$$

$$T_4 = \pm 5,657 \cdot 3,333 = \pm 18,86 \text{ t} = T_5.$$

In Betreff der verticalen Pfosten denkt man sich den Träger durch Schnitte wie $a_3 b_2$ zerlegt und wählt den Durchschnitt der beiden durchschnittenen Gurturen $A_3 A_4$ und $B_2 B_3$ zum Mittelpunkt der Momente. Dann erzeugen alle links von dem Schnitte angebrachten Belastungen Zugspannungen, und alle rechts angebrachten Druckspannungen in den Pfosten und zwar darf hier das Eigengewicht p nicht vernachlässigt werden, wie es bei der Ermittlung der Diagonalspannungen geschehen konnte. Bezeichnet man die Abstände der gedachten Schnittpunkte der Gurturen von A und bezw. von A_0 mit c_1, c_2, c_3 und c_7, c_6, c_5 , so findet man zunächst:

$$c_1 = h_1 \cotg \alpha_1 - a = \frac{1,6}{0,3} - 4 = 1,333 \text{ m} = c_7,$$

$$c_2 = h_2 \cotg \alpha_2 - 2a = \frac{2,8}{0,2} - 8 = 6 \text{ m} = c_6,$$

$$c_3 = h_3 \cotg \alpha_3 - 3a = \frac{3,6}{0,1} - 12 = 24 \text{ m} = c_5.$$

Hiernach erhält man nun die Spannungen P in den Pfosten durch:

$$P_{1max} = 0 + p + k = 16 \text{ t},$$

$$P_{1min} = 0 + p = 4 \text{ t},$$

$$\begin{aligned} P_{2max}(c_1 + 2a) &= -\left(\frac{8}{2}p + k \frac{8+7}{9}\right)c_1 + (p+k)(c_1 + a + c_1 + 2a) \\ &= -36c_1 + 16(2c_1 + 3a), \end{aligned}$$

$$P_{2max} = \frac{234,66 - 48}{9,33} = + 20 \text{ t};$$

$$\begin{aligned} P_{2min}(c_1 + 2a) &= -\left(\frac{8}{2}p + k \frac{1+2+\dots+6}{9}\right)c_1 + p(2c_1 + 3a) \\ &= -44c_1 + 4(2c_1 + 3a), \end{aligned}$$

$$P_{2min} = 0;$$

$$\begin{aligned} P_{3max}(c_2 + 3a) &= -\left(16 + 12 \frac{8+7+6}{9}\right)c_2 + 16(3c_2 + 6a) \\ &= 4c_2 + 96a, \end{aligned}$$

$$P_{3max} = + 22,75 \text{ t};$$

$$\begin{aligned} P_{3min}(c_2 + 3a) &= -\left(16 + 12 \frac{1+2+\dots+5}{9}\right)c_2 + 4(3c_2 + 6a) \\ &= -24c_2 + 24a = -2,75, \end{aligned}$$

$$P_{3min} = - 2,75 \text{ t};$$

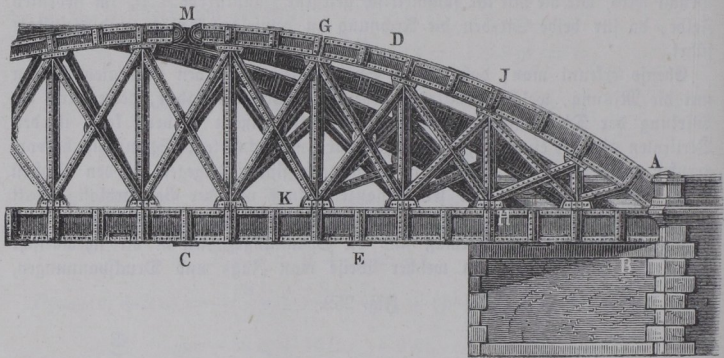
$$\begin{aligned} P_{4max}(c_3 + 4a) &= -\left(16 + 12 \frac{8+7+6+5}{9}\right)c_3 + 16(4c_3 + 10a) \\ &= 13,33c_3 + 160a, \end{aligned}$$

$$P_{4max} = + 24 \text{ t};$$

oben liegender Basis, während für die untere Gurtung und für die Verticalen die doppelt T förmige Querschnittsgestalt gewählt ist; die mit Keilvorrichtungen zum Anspannen versehenen gekreuzten Diagonalen bestehen aus flachen Zugschienen. Bei der gleichfalls von Brunel ausgeführten Saltashbrücke bei Plymouth haben die Träger bei 139 m Spannweite in der Mitte 17 m Höhe erhalten, und es ist auch für die untere Gurtung nach Art der Fischbauchträger eine gekrümmte Form gewählt worden.

In Fig. 253 ist ein Theil der schiefen Eisenbahnbrücke abgebildet, welche zu Dudenarden über die Schelde führt. Diese Brücke gehört in gewissem

Fig. 253.

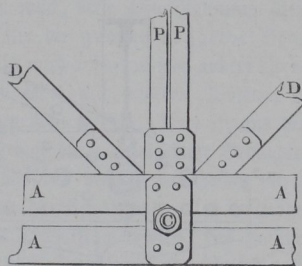
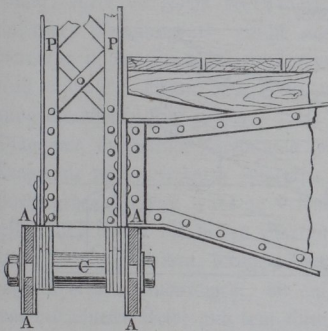


Grade dem Scharnierbrückensysteme (s. unten) an, indem hierbei die obere Gurtung aus zwei gesonderten Stücken besteht, welche sich in dem Scheitelscharniere *M* gegen einander stemmen, eine Anordnung, wie sie wohl auch bei gewissen Bogenbrücken gewählt wird, um den nachtheiligen Einflüssen zu begegnen, welche durch Temperaturveränderungen und einseitige Belastungen hervorgerufen werden. An den Enden sind die Gurtungen natürlich fest durch Nietung mit einander verbunden, und während der Träger an dem einen Ende fest auf dem Pfeilerkopfe *B* aufruhet, ist dem anderen Ende wegen der Temperaturveränderungen mittelst untergelegter Walzen eine kleine Verschiebung auf dem Pfeiler gestattet. Die Länge eines Trägers beträgt 27,8 m bei einer Höhe von 6 m in der Mitte. Die Gurtungen sind aus Eisenblech von 10 bis 13 mm Dicke mit doppelt T förmigem Querschnitte hergestellt und mit den verticalen Pfosten *KG*, *JH* und diagonalen Zugbändern *DH*, *DK* fest vernietet. Diese Brücke hat noch die Eigenthümlichkeit, daß zwischen den die Hauptträger verbindenden Querträgern Ziegelgewölbe ausgeführt sind, welche ein über 0,5 m dickes Schotterbett für die Bahnschwellen tragen.

Eine sehr schöne Brücke mit Parabelträgern ist die über die Brahe bei Czerek*) geführte schiefe Eisenbahnbrücke. Dieselbe überspannt jede der beiden $63,56' = 19,95$ m im Lichten weiten Deffnungen unter einem Winkel von $58^{\circ} 29'$ gegen die Stromrichtung, wonach den beiden Parabelträgern, welche für jedes Geleise aufgestellt sind, eine Länge von $81' = 25,4$ m zwischen den Auflagerpunkten und der Parabel, nach welcher die obere Gur tung angeordnet ist, eine Pfeilhöhe zwischen den Schwerpunkten der Gur tungen von $\frac{l}{8} = 3,2$ m gegeben worden ist.

Fig. 254.

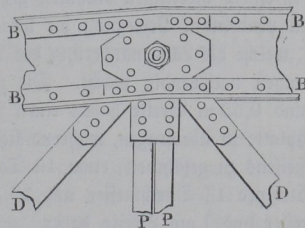
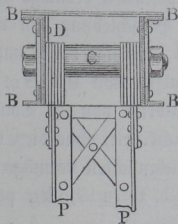
Fig. 255.



Während die untere Gur tung oder der Zugbaum nach den Figuren 254 und 255 aus vier Flachschienen A von 26×130 mm gebildet ist, durch deren Zwischenraum horizontale Diagonalstangen zur Herstellung eines

Fig. 256.

Fig. 257.

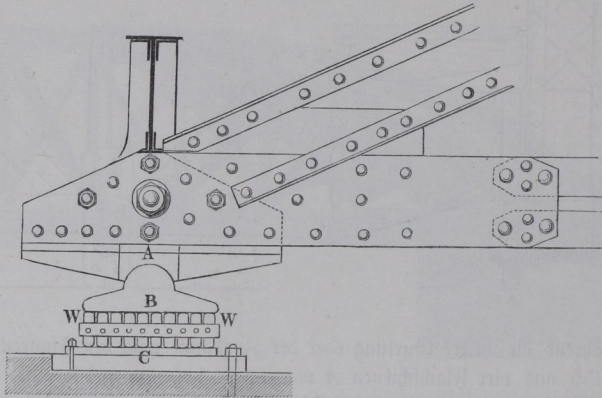


Kreuzverbandes unterhalb der Fahrbahn hindurchgehen, ist der oberen Gur tung ein druckfähiger Querschnitt durch zwei \square förmige Balken B von 0,314 m Höhe, Fig. 256 und Fig. 257, gegeben, welche oberhalb durch Gitter-

*) E. Schwedler's Aufsatz in Erbkam's Zeitschr. f. Bauwesen 1861.

stäbe gegen einander versteift sind. Desgleichen sind die verticalen Pfosten *P* aus je vier Eeisen mit zwischengelegtem Gitter gebildet, während die Diagonalen *D* aus je zwei Flachschienen von 10×105 mm bestehen. Die Verbindung der Gurtungen mit den Zwischengliedern ist, wie aus den Figuren 254 bis 257 ersichtlich ist, überall durch Bolzen *C* von 52 mm Dicke gebildet, in deren Axen die Schwerlinien der verbundenen Theile sich kreuzen. Auch hier sind die Trägerenden jeder Deffnung auf einer Seite durch ein festes Auflager auf dem Pfeiler gestützt, während jedes der anderen Enden mit Hülse eines gußeisernen Schuhs *A*, Fig. 258, und einer Platte *B* auf eine Anzahl (10) von Walzensegmenten *W* drückt, welche auf der

Fig. 258.



Stützplatte *C* des Landpfeilers ruhen. Diese Walzensegmente, mit ihren Zapfen in einem viereckigen Rahmen gehalten, gestatten vermöge der ihnen möglichen pendelnden Bewegung die horizontale Verschiebung von ungefähr 30 mm, welche die Längenänderung des Trägers in Folge der Temperaturschwankungen nothwendig macht. Die zehn Walzen von 0,118 m Durchmesser und 0,52 m Breite haben einen Maximaldruck von 36 Tonnen auf die Stützplatte zu übertragen, während sie mit Sicherheit, ohne die Elasticität des Gußeisens zu gefährden, etwa 46 Tonnen auszuhalten vermögen, nämlich 1 Etr. pro 1" Durchmesser und 1" Breite, d. h. ca. 7,5 kg pro 1 cm Durchmesser und 1 cm Breite, daher

$$10 \cdot 52 \cdot 11,8 \cdot 7,5 = 46\,000 \text{ kg.}$$

§. 57. **Schwedler'sche Träger.** Im vorhergehenden Paragraphen wurde gefunden, daß bei dem Parabelträger, dessen Form aus der Bedingung einer constanten Spannung in der geraden Gurtung folgte, die Dia-