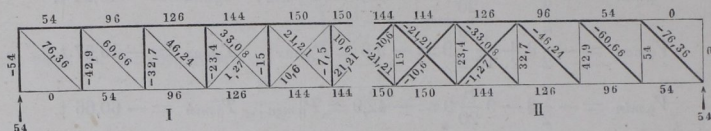


d. h. den oberen Knotenpunkt ins Auge faßt, auf welchen durch die Diagonalen nur a b w ä r t s gerichtete Kräfte ausgeübt werden.

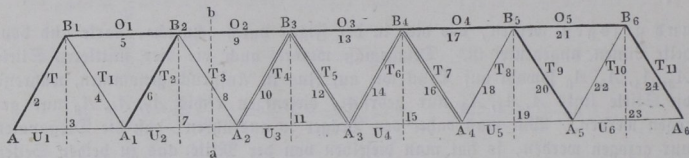
Fig. 234.



In gleicher Weise stellt Fig. 234 II die Anordnung von der Hälfte eines Trägers vor, in welchem die Diagonalen nur gegen Druckkräfte widerstandsfähig sind, in Folge dessen daselbst also die Stiele nur gezogen werden können. Die in Fig. 234 eingetragenen Spannungszahlen lassen sich ohne Weiteres aus Fig. 233 entnehmen.

§. 55. **Zusammengesetzte Fachwerkträger.** Wenn die Füllungs- glieder zwischen den Gurtungen des Fachwerkträgers nicht nach recht- winkeligen, sondern nach anderen, etwa nach gleichschenkeligen Dreiecken an- geordnet sind, wie dies bei dem Reville'schen Systeme, Fig. 235, der Fall ist, so ändert sich die Untersuchung nicht wesentlich. Nimmt man etwa an, der Träger sei in den unteren Knotenpunkten belastet, und setzt zur Bestim-

Fig. 235.



mung der Spannungen in den Gurtungen die ganze Länge l des Trägers belastet voraus, so erhält man für irgend einen Schnitt ab die Spannung in der oberen Gurtung, wenn man A_2 als Mittelpunkt für die Momente annimmt, zu

$$O_2 = \frac{1}{h} (R \cdot 2a - qa),$$

und ebenso für den Mittelpunkt B_2 die Spannung der unteren Gurtung zwischen A_1 und A_2 zu:

$$U_2 = \frac{1}{h} \left(R_1 \frac{3}{2} a - q \frac{a}{2} \right),$$

also allgemein die Spannung in einem Gurtungsstücke

$$S = \frac{1}{h} M, \dots \dots \dots (1)$$

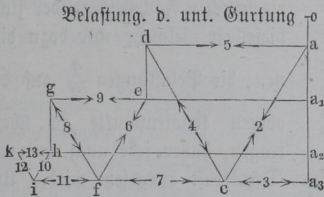
wenn M das Moment der äußeren Kräfte für den dem betreffenden Stücke

gegenüber liegenden Knotenpunkt der anderen Gurtung bedeutet. Ebenso findet man die Spannung T in irgend einem Zwischenstücke wie $A_2 B_2$ dadurch, daß für dieselbe die Verticalcomponente gleich der verticalen Scheerkraft V des Trägers in dem betreffenden zwischen den Endpunkten der Diagonale A_2 und B_2 gelegenen Trägerteile sein muß, zu

$$T = \frac{V}{\sin \alpha} \dots \dots \dots (2)$$

Es ist klar, daß auch hier für jedes der beiden Stücke, in welche der Träger durch den Maximalmomentenquerschnitt ($V = 0$) getheilt wird, das Gesetz gilt, wonach ein Zwischenglied gezogen oder gedrückt wird, je nachdem es in der Richtung von diesem Querschnitte aus nach dem zugehörigen Auflager hin ansteigt oder abfällt. Hieraus geht weiter hervor, daß die beiden Streben, welche von dem in diesem Grenzschnitt ($V = 0$) gelegenen Knotenpunkte nach beiden Seiten hin ausgehen, jederzeit gleichartigen Spannungen, Zug oder Druck, unterworfen sind, wie dies bei der vollen Belastung mit den mittleren Gliedern in der Figur $A_3 B_3$ und $A_3 B_4$ der Fall

Fig. 236.



ist, während in allen übrigen Knotenpunkten Zug- und Druckstreben abwechseln. Ebenso ist es klar, daß in denjenigen Gliedern ein Wechsel zwischen Druck und Zug sich einstellen wird, welche innerhalb der mittleren Strecke gelegen sind, um welche in Folge der Bewegung der Last der Maximalmomentenquerschnitt

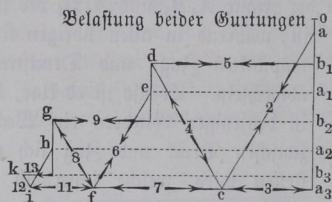
sich verschiebt. In diesen Beziehungen gelten daher die im vorhergehenden Paragraphen angeführten Bemerkungen.

Um die Spannungen der einzelnen Glieder für volle Belastung durch die Zeichnung zu finden, trägt man nach Fig. 236 auf der verticalen Kräfte-
linie $o a_3$ nach einander die Belastungen $\frac{q}{2} = oa$ in A , $q = aa_1$ in A_1 ,
 $q = a_1 a_2$ in A_2 und $\frac{q}{2} = a_2 a_3$ als die halbe Belastung des mittleren
Knotenpunktes A_3 auf, zieht durch a_3 die Horizontale $a_3 i$, und durch a eine
Parallele zur Strebe AB_1 , welche in $a_3 c$ die Zugkraft der unteren Gur-
tung AA_1 und in ca die Druckkraft in der Strebe AB_1 liefert. Letztere
Kraft zerlegt sich dann in da horizontal als Gurtungspressung in $B_1 B_2$
und den Diagonalzug cd in $B_1 A_1$. Setzt man diese letztere Kraft cd mit
der Belastung $q = de$ in A_1 zusammen zur Mittelkraft ce , so erhält man
durch Zerlegung dieser horizontal in cf und parallel mit $A_1 B_2$ in fe die
Kräfte in $A_1 A_2$ und $A_1 B_2$ u. s. w. Aus der Figur, in welcher die Span-

nungen mit denselben Ziffern bezeichnet sind wie die correspondirenden Glieder in Fig. 235, ist die Construction für die Hälfte des Trägers ersichtlich; die Spannungen in den entsprechenden Gliedern der anderen Balkenhälfte sind wegen der symmetrischen Anordnung von derselben Größe.

Man kann den Träger, Fig. 235, auch leicht so einrichten, daß beide Gurtungen gleichmäßig durch die Fahrbahn belastet werden, wenn man an den oberen Knotenpunkten *B* verticale Hängeschienen anbringt, von denen jede einen Querträger trägt. Hierdurch wird die Entfernung der letzteren auf die halbe Größe $\frac{a}{2}$ reducirt, und die Belastung jedes inneren Knotenpunktes der oberen wie der unteren Gurtung beträgt nur $\frac{q}{2}$, während die äußeren Knoten *A* und *A₆* mit $\frac{q}{4}$ belastet sind. Bei dieser Anordnung ist die Berechnung der Spannungen der einzelnen Glieder in derselben Weise,

Fig. 237.



dieser Kraft gezogen, niemals aber einer Druckkraft ausgesetzt wird. Um für diesen Träger den Kräfteplan zu zeichnen, hat man daher nach Fig. 237 auf der verticalen Kräftelinie oa_3 die Belastungen

$$oa = \frac{1}{4} q, \quad ab_1 = b_1 a_1 = a_1 b_2 = b_2 a_2 = a_2 b_3 = \frac{1}{2} q \text{ und}$$

$$b_3 a_3 = \frac{1}{4} q$$

als die halbe Belastung von *A₃* anzutragen, und nun in der angegebenen Weise die Kräfte durch Parallelen mit den Gurtungen und Diagonalen zu zerlegen. Auf diese Weise erhält man für jede Trägerhälfte in $oa a_3 c d e f g h i k$ den Kräfteplan für die volle Belastung des Trägers, und es sind mit Rücksicht auf die in den Figuren 235 und 237 übereinstimmende Nummerirung diese Constructionen ohne weitere Erläuterung klar. Die so gefundenen Spannungen geben, wie schon mehrfach bemerkt, für die Gurtungen die größten Anstrengungen, während man die äußersten Zug- oder Druckspannungen in den Streben in der oben besprochenen Art durch Rechnung nach (2) oder durch die Zeichnung nach Fig. 230 zu ermitteln hat. Es ist klar,

daß bei diesem Trägersysteme die Diagonalen des mittleren Theiles ebenso wohl gegen Zug- wie Druckkräfte widerstandsfähig sein müssen.

Wenn man nach den Figuren 238 und 239 zwei Träger für dieselbe Spannweite AA_6 und von gleicher Höhe nach dem Neville'schen Systeme

Fig. 238.

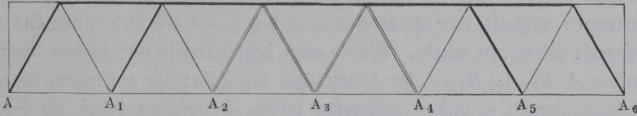
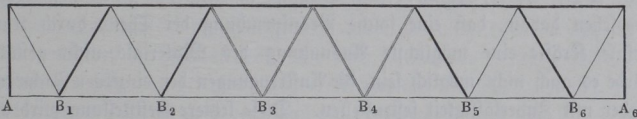


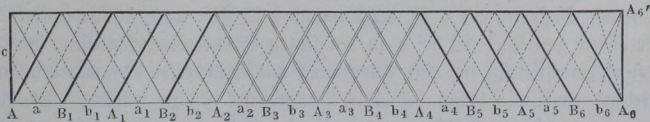
Fig. 239.



derart construirt denkt, daß die Knotenpunkte der Gurtungen beider Träger gegen einander um die halbe Fachlänge $\frac{a}{2}$ versetzt sind, so werden diese Träger sich in derselben Art berechnen lassen, und der Unterschied in der Anstrengung der Diagonalen wird nur darin beruhen, daß bei der vollen Trägerbelastung in Fig. 238 in der Mitte zwei Zugbänder, dagegen in Fig. 239 zwei Druckstreben zusammenstoßen. In den Figuren sind die gedrückten Streben durch stärkere Linien angedeutet als die durch schwache Linien dargestellten Zugbänder, während durch Doppellinien die abwechselnde Beanspruchung durch Zug oder Druck angedeutet ist.

Denkt man sich nun beide Träger zu einem einzigen nach Fig. 240 vereinigt, so erhält man ein zusammengesetztes Fachwerk, bei welchem jede

Fig. 240.



der Gurtungen mit doppelt so vielen Knotenpunkten behaftet ist, als bei den einfachen Trägern der Figuren 238 und 239. Man wendet derartige mehrfache Fachwerke bei langen und hohen Trägern an, für welche bei dem einfachen Systeme die Weite der Felder eine zu große werden, daher sehr schwere Hülfssträger zur Herstellung der Fahrbahn bedingen würde.

Man kann auch, falls die Entfernung der Knotenpunkte noch zu groß ist, die Vereinigung einer größeren Anzahl von einfachen Trägern vornehmen, und man würde z. B. ein vierfaches System erhalten, wenn man in den Mitten zwischen den Streben der Fig. 240 noch andere, nach den punkirt gezeichneten Linien einlegen würde. Jedenfalls muß dafür Sorge getragen werden, daß die Last in allen Knotenpunkten einer bezw. beider Gurtungen angreift, wie es im Eingange des §. 53 als Bedingung für alle Fachwerke angegeben wurde. Wollte man beispielsweise nur in den Knotenpunkten $A, B_1, A_2, B_2 \dots$ die Querträger der Fahrbahn anhängen, dagegen die Knotenpunkte a und b unbelastet lassen, so würden durch die Spannungen der in $a, b_1, a_2 \dots$ sich anschließenden Diagonalen die Gurtungstheile $AB_1, B_1A_1, A_1B_2 \dots$ auf Biegung in Anspruch genommen werden. Abgesehen davon, daß eine solche Beanspruchung der Theile durch transversale Kräfte eine möglichste Ausnutzung des Materials nicht gestattet, würde es auch nicht möglich sein, die Anstrengungen der einzelnen Fachwerksglieder mit Zuverlässigkeit festzustellen. Diese letztere Feststellung wird aber bei einem reinen Fachwerke von der in §. 53 geforderten Bedingung, dessen sämtliche Glieder nur Längenanstrengungen ausgesetzt sind, keinen Schwierigkeiten unterliegen. Man hat nur, wenn das Fachwerk etwa ein m faches, d. h. ein aus m einfachen Systemen zusammengesetztes ist, jedes einzelne Fachwerk als durch den m ten Theil der Last beansprucht nach dem Vorstehenden zu untersuchen, um die in den einzelnen Diagonalen wirkenden Kräfte zu erhalten, während natürlich in jedem Querschnitte der Gurtungen die Summe aller derjenigen Spannungen wirksam ist, welche für diesen Punkt aus allen einzelnen Systemen resultirt. Ein näheres Eingehen auf dieses Verfahren, welches im Vorstehenden hinreichend erläutert sein dürfte, soll hier unterbleiben.

Es mag noch bemerkt werden, daß eine consequente Durchführung des Principis, wonach kein Glied eines Fachwerkes in gegen seine Länge transversaler Richtung beansprucht werden soll, auch dazu führt die Endstreben einzelner Systeme, wie z. B. derer a und b in Fig. 240, nicht wie links in der Figur gezeichnet ist, bei c an den letzten Ständer anzuschließen, sondern daß es gerechtfertigt ist, eine Anordnung mit veränderter Neigung der Endstreben, etwa wie rechts bei $A_6 A_6'$ angedeutet ist, zu wählen. Die Anstrengungen dieser Endstreben wie $b_6 A_6'$ finden sich natürlich aus dem Kräfteplane in derselben Weise wie diejenigen aller anderen.

Die vorstehenden Betrachtungen ergeben auch, warum die engmaschigen Gitterträger, wie sie bei den ersten eisernen Brücken seiner Zeit vielfach zur Anwendung gekommen sind, z. B. bei der Ringzigbrücke zu Offenburg und der Dirschauener Weichselbrücke, als wenig rationelle Constructionen heute nicht mehr angewendet werden, ebenso wie die im §. 52 beschriebenen Blech-

röhrenbrücken keine Anwendung mehr finden. Die engmaschigen Gitterträger nach Fig. 212 werden sich ebenso wie die Blechträger nur für solche Fälle eignen, wo die Last nicht, wie bei Brücken, in einzelnen von einander entfernten Stellen concentrirt ist, sondern in nahe neben einander angebrachten Punkten aufruhet, wie bei Balkendecken, oder wo sie gleichmäßig vertheilt ist, wie etwa bei Waarenspeichern zc.

Es ergibt sich ohne Weiteres, daß es bei der Zusammensetzung mehrerer einfacher Fachwerkssysteme, wie sie in Fig. 240 angegeben ist, keinen wesentlichen Unterschied machen wird, ob man bei diesen Systemen nach Fig. 235 die verticalen Hängeschienen anordnet, welche die Belastung direct auf die oberen Knotenpunkte übertragen, oder ob man unter Weglassung dieser Hängestangen direct nur die unteren Knotenpunkte belastet. Man wird dementsprechend natürlich bei der Ermittlung der Spannungen in den einzelnen Gliedern entweder die Figuren 237 oder 236 zu Grunde zu legen haben.

Anstatt den zusammengesetzten Fachwerksträger aus Einzelträgern nach dem Neville'schen Systeme zu bilden, kann man selbstredend auch Mohr'sche

Fig. 241.



Fig. 242.



Fig. 243.

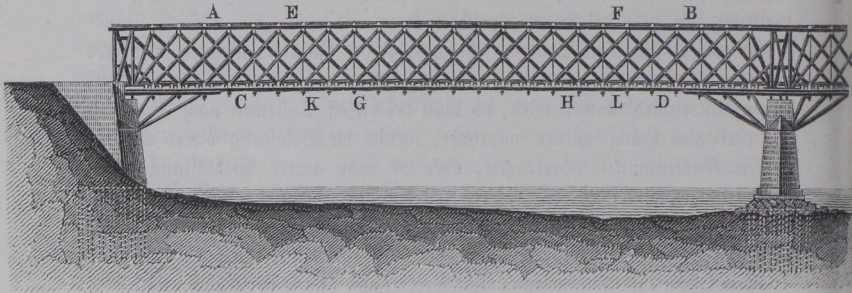


Träger dazu verwenden, deren Untersuchung nach dem im §. 54 Angeführten zu geschehen hat. So wird man beispielsweise die Anstrengungen in dem Fachwerksträger, Fig. 243, feststellen, wenn man die beiden Einzelträger, Fig. 241 und Fig. 242, aus denen er besteht, jeden für sich mit der halben Last behaftet untersucht.

Ein Beispiel für eine Brücke mit combinirten, aus vier Einzelsystemen bestehenden Fachwerksträgern zeigt Fig. 244 (a. f. S.). Jeder der zwei Hauptträger besteht aus den beiden Gurtungen AB und CD , von welchen jede aus drei neben einander liegenden Balken zusammengesetzt ist. Während nun die Streben CE und HF doppelt ausgeführt sind und sich gegen die äußeren Balken der Gurtungen stemmen, gehen die entgegengesetzten Streben wie GE und DF als einfache Hölzer zwischen jenen hindurch und stehen mit den mittleren Gurtungsbalken in Verbindung. Zur Vereinigung der Streben mit den Gurtungen sind in den Knotenpunkten $C, E, G \dots$ entsprechende Querbölzer angebracht, und die Verbindung der oberen mit den unteren Knotenpunkten ist durch je zwei schmiedeiserne Ankerbolzen von

50 mm Stärke mittelst Schrauben bewirkt, deren Muttern auf entsprechenden Querhölzern ruhen. Man kann dieses System, welches häufig als das Howe'sche bezeichnet wird, auch als eine mehrfache Combination des

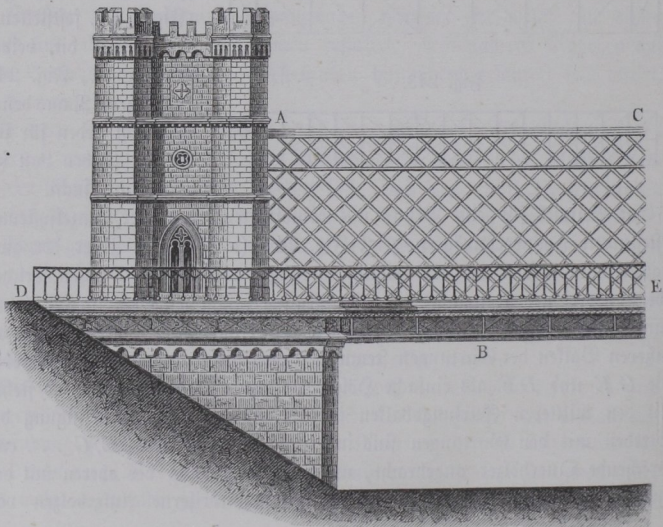
Fig. 244.



Neville'schen, Fig. 235, auffassen, da die verticalen Ankerbolzen nur befähigt sind, Zugwirkungen in sich aufzunehmen, wie sie durch die Uebertragung der unten angehängten Fahrbahn auf die oberen Knotenpunkte erzeugt werden.

In Fig. 245 ist noch ein Stück der Gitterbrücke über die Kinzig bei Offenburg dargestellt. Diese Brücke trägt neben dem doppelten Schienen-

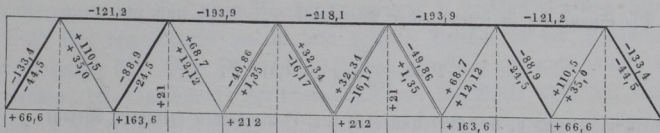
Fig. 245.



wege *DE* noch zwei Fußwege zu den Seiten, und besteht aus drei 6,25 m hohen und 71,12 m langen Gitterwänden wie *ABC*. Die Gitterstäbe, welche sich unter rechten Winkeln kreuzen, haben bei 21 mm Stärke 105 mm Breite und sind in den Kreuzungspunkten durch 30 mm starke Bolzen vernietet. Um die Festigkeit dieser Brücke zu erhöhen, hat man die Tragwände derselben nicht allein an jedem Ende 4 m lang aufgelagert, sondern auch noch mit den Pfeilern fest verankert. Zur seitlichen Versteifung sind diese Wände auch oben noch durch eiserne Schienen mit einander verbunden.

Beispiel. Die Spannungen der Glieder eines Fachwerksträgers nach Fig. 246 sollen ermittelt werden, wenn die ganze Trägerlänge 60 m und die Anzahl der Felder 12 beträgt, und die Belastung sowohl an die unteren wie oberen Knotenpunkte gehängt ist. Die Belastung des Trägers pro Meter Länge soll zu

Fig. 246.



1,4 Tonn. durch das Eigengewicht und zu 2,8 Tonn. durch die Verkehrslast angenommen werden.

Man findet hier, da die horizontale Entfernung zweier Lastpunkte gleich $\frac{60}{12} = 5$ m ist, die Belastung für jeden Knoten zu

$$p = 5 \cdot 1,4 = 7 \text{ t und } k = 5 \cdot 2,8 = 14 \text{ t, daher } q = 21 \text{ t.}$$

Setzt man die einzelnen Dreiecke als gleichschenkelige voraus, so ergibt sich die Trägerhöhe

$$h = 5 \operatorname{tg} 60^\circ = 5 \cdot 1,732 = 8,66 \text{ m.}$$

Für die volle Belastung hat man den Auflagerdruck zu jeder Seite

$$R = \frac{11}{2} \cdot 21 = 115,5 \text{ t.}$$

Die Biegemomente für die auf einander folgenden Knotenpunkte beider Gurtungen bestimmen sich nach der Gleichung (8a) in §. 54:

$$M = q a v \frac{n - v}{2},$$

wenn man darin $n = 12$ und $v = 1, 2, 3 \dots 11$ setzt, und aus diesen Momenten ergibt sich die betreffende Gurtungsspannung O oder U nach (1) zu

$$\frac{1}{h} M = \frac{M}{1,732 a} = 0,577 \frac{M}{a}.$$

Man erhält demgemäß

$$M_1 = qa \cdot 1 \frac{11}{2} = 21a \frac{11}{2} = 115,5a; \quad U_1 = 0,577 \cdot 115,5 = 66,6 \text{ t.}$$

$$M_2 = 21 \cdot 2 \frac{10}{2} a = 210a; \quad O_1 = 0,577 \cdot 210 = 121,2 \text{ t.}$$

$$M_3 = 21 \cdot 3 \frac{9}{2} a = 283,5a; \quad U_2 = 0,577 \cdot 283,5 = 163,6 \text{ t.}$$

$$M_4 = 21 \cdot 4 \frac{8}{2} a = 336a; \quad O_2 = 0,577 \cdot 336 = 193,9 \text{ t.}$$

$$M_5 = 21 \cdot 5 \frac{7}{2} a = 367,5a; \quad U_3 = 0,577 \cdot 367,5 = 212,0 \text{ t.}$$

$$M_6 = 21 \cdot 6 \frac{6}{2} a = 378a; \quad O_3 = 0,577 \cdot 378 = 218,1 \text{ t.}$$

Für die folgenden Spannungen ergeben sich die nämlichen Werthe in umgekehrter Reihenfolge.

Die Spannung in irgend einer Diagonale ergibt sich nun zu

$$T = \frac{V}{\sin 60^\circ} = 1,155 V,$$

worin man nach §. 54, (12) und (13) für V die beiden extremen Werthe

$$V_{max} = \frac{n-2\nu+1}{2} p + \frac{n-\nu}{n} \frac{n-\nu+1}{2} k$$

und

$$V_{min} = \frac{n-2\nu+1}{2} p - \nu \frac{\nu-1}{2n} k$$

zu setzen hat, entsprechend einer Belastung des einen oder anderen Theiles, in welche der gedachte Schnitt den Träger zerlegt. Demgemäß erhält man:

$$V_{1max} = \frac{11}{2} 7 + \frac{11}{12} \frac{12}{2} 14 = 115,5; \quad T_{1max} = 1,155 \cdot 115,5 = 133,4 \text{ t.}$$

$$V_{1min} = \frac{11}{2} 7 - 0 = 38,5; \quad T_{1min} = 1,155 \cdot 38,5 = 44,5 \text{ t.}$$

$$V_{2max} = \frac{9}{2} 7 + \frac{10}{12} \frac{11}{2} 14 = 95,67; \quad T_{2max} = 110,5 \text{ t.}$$

$$V_{2min} = \frac{9}{2} 7 - 2 \frac{1}{24} 14 = 30,33; \quad T_{2min} = 35,0 \text{ t.}$$

$$V_{3max} = \frac{7}{2} 7 + \frac{9}{12} \frac{10}{2} 14 = 77,0; \quad T_{3max} = 88,9 \text{ t.}$$

$$V_{3min} = \frac{7}{2} 7 + 3 \frac{2}{24} 14 = 21,0; \quad T_{3min} = 24,25 \text{ t.}$$

$$V_{4max} = \frac{5}{2} 7 + \frac{8}{12} \frac{9}{2} 14 = 59,5; \quad T_{4max} = 68,7 \text{ t.}$$

$$V_{4min} = \frac{5}{2} 7 - 4 \frac{3}{24} 14 = 10,5; \quad T_{4min} = 12,12 \text{ t.}$$

$$V_{5max} = \frac{3}{2}7 + \frac{7}{12} \frac{8}{2}14 = 43,17; \quad T_{5max} = 49,86 \text{ t.}$$

$$V_{5min} = \frac{3}{2}7 - 5 \frac{4}{24}14 = -1,17; \quad T_{5min} = -1,35 \text{ t.}$$

$$V_{6max} = \frac{1}{2}7 + \frac{6}{12} \frac{7}{2}14 = 28; \quad T_{6max} = 32,34 \text{ t.}$$

$$V_{6min} = \frac{1}{2}7 - 6 \frac{5}{24}14 = -14; \quad T_{6min} = -16,17 \text{ t.}$$

Die so gefundenen Spannungszahlen sind in Fig. 246 eingetragen.

Parabelträger. Bei den bisher betrachteten Fachwerkträgern mit §. 56. parallelen Gurtungen fällt die Spannung in den Streckbäumen wegen der constanten Trägerhöhe h in den verschiedenen Feldern sehr verschieden aus, entsprechend der Größe des Biegemomentes M , welches von dem Werthe Null über den Stützen bis zu dem größten Betrage in der Trägermitte veränderlich ist. Man hat daher, will man das Material nicht unnütz verwenden, die Querschnitte der Gurtungen von der Mitte nach den Enden hin in den einzelnen Knotenpunkten entsprechend zu verringern. Es erscheint aber sowohl aus constructiven wie aus theoretischen Gründen vortheilhaft, die Anordnung so zu treffen, daß die Spannkraften in den Gurtungen möglichst constant ausfallen, indem hierfür nicht nur die Ausführung der Gurtungen mit constantem Querschnitte erleichtert, sondern auch die Anstrengung der Zwischenglieder vermindert wird, welche letztere in dem Falle gleich Null werden würde, in welchem es möglich wäre, die Spannungen der Gurtungen überall von gleicher Größe zu erhalten. Letztere Bedingung ist zwar nicht zu erfüllen, wenigstens nicht bei einer einseitigen Belastung des Trägers, doch erscheint es zweckmäßig, solche Constructionen anzuwenden, bei denen für die volle Belastung, also für das Auftreten der größten Biegemomente dieser Zustand ganz oder nahezu erreicht wird.

Eine solche Construction ist durch den sogenannten Parabelträger gegeben, so genannt, weil die Knotenpunkte der einen Gurtung in einer Parabel gelegen sind, deren Verhältnisse sich aus dem Folgenden ergeben werden. Es sei die Aufgabe gestellt, einen Fachwerkträger von der Länge $AA_n = l$, Fig. 247 (a. f. S.), dessen untere Gurtung geradlinig ist, so anzuordnen, daß bei der vollen Belastung des Trägers die Spannkraft U der unteren Gurtung in allen Punkten dieselbe Größe hat. Es sei wieder eine Belastung des Trägers in jedem Knotenpunkte mit $q = p + k$ vorausgesetzt, und unter $a = \frac{l}{n}$ die Weite jedes der n gleich breiten Felder verstanden; ferner soll die Höhe des Trägers in der Mitte zwischen den Gurtungsschwerpunkten gleich h vorausgesetzt werden. Die Anzahl n der Felder