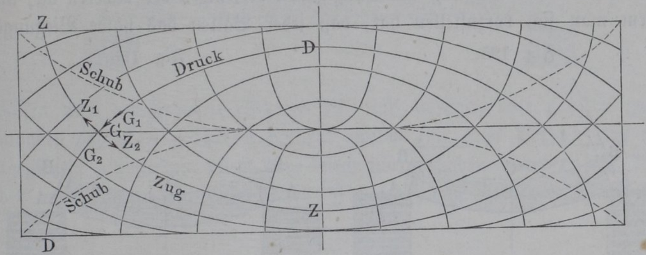
daß in jeder Curve des einen Systems, wie z. B. derjenigen DGD, in irgend einem Elemente $G_1 G_2$ nur eine normal zu diesem Elemente wirkende Spannung thätig sein kann, d. h. eine Spannung, welche nach der Tangente $Z_1 Z_2$ der durch diesen Punkt G hindurchgehenden Curve ZGZ des anderen

Fig. 194.



Systems gerichtet ist. Man hat sich daher diese beiden Curvensysteme als solche zu denken, in welchen lediglich Spannungen nach der Richtung dieser Curven auftreten, etwa wie bei Seilcurven, wenn, wie in Z diese Spannungen Zugspannungen sind, oder wie bei Gewölben, wenn, wie in der Curve D Druckspannungen auftreten. Beispielsweise mag man sich vorstellen, daß in dem Punkte G drei Kräfte einander das Gleichgewicht halten, von denen die eine, in der Richtung von G_1 nach G_2 wirkende, in den beiden von G ausgehenden Seilstücken GZ_1 und GZ_2 Zugspannungen hervorruft, deren Resultante zusammen mit der in der Richtung $G_1 G_2$ wirkenden Kraft das Element GG_1 comprimirt.

Verzahnte Balken. Bei den gewöhnlichen hölzernen und eisernen Trägern, welche aus einem einzigen Stücke bestehen, ist der Einfluß der Schubspannungen σ im Vergleiche mit den Biegungsspannungen in der Regel so gering, daß man die ersteren unbeachtet lassen darf. Dies ist nicht mehr zulässig, sobald die Träger aus mehreren mit einander verbundenen Theilen zusammengesetzt sind, wie dies bei manchen Holzconstructionen, z. B. den verzahnten Trägern, und bei den aus Blechplatten und Winkeleisen bestehenden Blechträgern der Fall ist. Bei den letzteren erfordert auch die Feststellung der immer nur geringen Dicke der Mittelwand eine Untersuchung, um die Schubspannung in dieser Mittelwand nicht übermäßig groß werden zu lassen. §. 50.

Hölzerne Balken, welche für eine gegebene Tragweite und Belastung nicht in genügender Stärke aus einem Stamme geschnitten werden können, stellt man zuweilen wohl aus mehreren übereinander gelegten Balken von rechteckigem Querschnitte her, welche mit einander so zu vereinigen sind, daß die ganze Verbindung gegen die biegenden Momente wie ein einziger aus einem Stücke bestehender Träger sich verhält.

Wenn man zwei Balken A und B, Fig. 195, von rechteckigem Querschnitte einfach über einander legt und durch eine Kraft K belastet, so nimmt jeder Balken eine Biegung unabhängig von derjenigen des anderen an, und indem man sich vorzustellen hat, daß jeder Balken das halbe Biegungs-

Fig. 195.

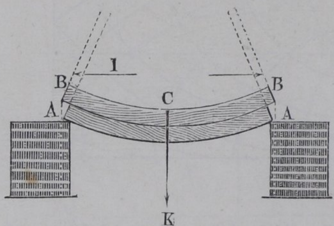
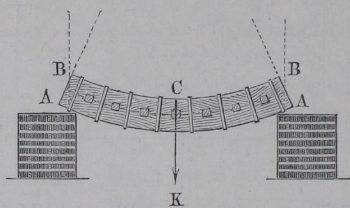


Fig. 196.



moment aufnimmt, d. h. die Hälfte der Last K trägt, bestimmen sich die Breite b und Höhe h für den Querschnitt jedes der beiden Balken durch

$$\frac{1}{2} M = \frac{1}{2} \frac{K l}{4} = s \frac{b h^2}{6},$$

oder

$$K = \frac{4}{3} s b h^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Denkt man sich jedoch die beiden Balken so mit einander vereinigt, daß eine Verschiebung des einen gegen den anderen ebensowohl wie eine Trennung der Balken von einander ausgeschlossen ist, so tritt die Biegung nach Fig. 196 wie diejenige eines einfachen Balkens von der Breite b und Höhe $2h$ des Querschnittes ein, so daß jetzt die Bedingung

$$M = \frac{K l}{4} = s \frac{b (2h)^2}{6},$$

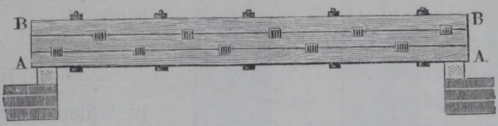
oder

$$K = \frac{8}{3} s b h^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

gilt. Der Balken in Fig. 196 hat daher bei gleichen Dimensionen die doppelte Tragfähigkeit von derjenigen der einfach über einander gelegten Balken in Fig. 195. Ebenso findet sich, daß ein aus drei, vier oder allgemein n Einzelbalken vereinigter Träger, Fig. 197, die drei, vier oder allgemein n fache Tragfähigkeit der einfach über einander liegenden Balken von gleichen Dimensionen besitzt.

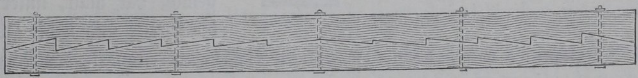
Um dieses Resultat zu erzielen, muß die Art der Vereinigung zunächst eine Verschiebung der einzelnen Balken auf einander verhindern, was man entweder durch zwischen die Balken eingeschobene Keile oder Dübel (Fig. 196 und 197) erreicht, verdübelte Träger, oder dadurch, daß man die

Fig. 197.



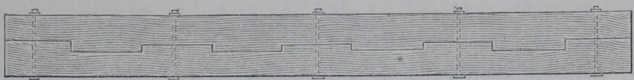
Balken nach den Figuren 198 und 199 mit schrägen oder geraden gegen einander passenden Zähnen versieht, welche sich einer Verschiebung entgegensetzen. Außerdem pflegt man durch übergeschobene Bänder, Fig. 196, oder durchgezogene Schraubenbolzen, Fig. 197, eine Trennung der Balken

Fig. 198.



zu verhindern, welche sich deshalb einstellen würde, weil bei gleicher Gestalt der elastischen Linien in den Mittellinien beider Balken die unterste Faserschicht des oberen Balkens größere Krümmungshalbmesser annimmt, als die oberste Faserschicht des unteren Balkens. Durch die Einschnitte für die Dübel

Fig. 199.



und Zähne sowie durch die Bolzenlöcher werden natürlich die Balken entsprechend geschwächt, wodurch der Gewinn an Tragfähigkeit wieder herabgezogen wird und worauf bei der Berechnung gerücksichtigt werden muß. Auch wirft man diesen Balken vor, daß das Holz in den Einschnitten in Folge von Feuchtigkeit einer schnellen Fäulniß ausgesetzt ist, wodurch die Widerstandsfähigkeit der Zähne gegen Verschiebung bedenklich beeinträchtigt wird. Aus diesem Grunde und wegen der heutzutage wohlfeilen Herstellung eiserner Bauconstructionen wendet man verzahnte und verdübelte Träger nur noch selten und nur etwa da an, wo durch die besonderen Verhältnisse die Verwendung von Holz bedingt ist. Bei eisernen Trägern verwendet man Verzahnungen niemals und Dübel oder Keile nur selten, indem man sich zur Verbindung bei Schmiedeeisen fast ausschließlich der Nieten, bei Gußeisen der Schraubenbolzen bedient.

Die zwischen zwei auf einander liegenden Balken angebrachten Zähne müssen der an der Vereinigungsstelle auftretenden horizontalen Schubkraft widerstehen, welche letztere nach §. 48, Gleichung (7) durch

Fig. 200.

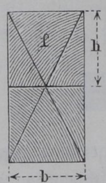


Fig. 201.

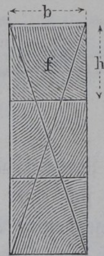
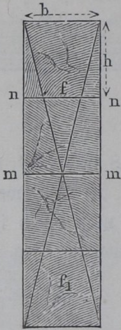


Fig. 202.



$$\sigma = \frac{1}{b}\,\frac{f}{W}\,V$$

zu bestimmen ist. Hierin bedeutet f den einerseits der Berührungsfläche gelegenen Theil der reducirten Querschnittsfläche, deren Widerstandsmoment mit W bezeichnet ist. Demgemäß hat man, unter b die Breite und h die Höhe des Querschnittes von jedem einzelnen Balken verstanden, den Werth von $\frac{f}{W}$ bei einem:

a) zweifachen Balken, Fig. 200,

$$\frac{f}{W} = \frac{\frac{1}{2}\,b\,h}{\frac{1}{6}\,b\,(2\,h)^2} = \frac{3}{4\,h} = \frac{3}{2\,H};$$

b) dreifachen Balken, Fig. 201,

$$\frac{f}{W} = \frac{(1 - \frac{1}{9})\,\frac{1}{2}\,b\,.\,\frac{3}{2}\,h}{\frac{1}{6}\,b\,(3\,h)^2} = \frac{4}{9\,h} = \frac{4}{3\,H};$$

c) vierfachen Balken, Fig. 202, in der Fuge $m\,m$:

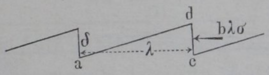
$$\frac{f}{W} = \frac{b\,h}{\frac{16}{6}\,b\,h^2} = \frac{3}{8\,h} = \frac{3}{2\,H},$$

und in der Fuge $n\,n$:

$$\frac{f}{W} = \frac{\frac{3}{4}\,b\,h}{\frac{16}{6}\,b\,h^2} = \frac{9}{32\,h} = \frac{9}{8\,H}.$$

Der durch obige Formel $\sigma = \frac{1}{b}\,\frac{f}{W}\,V$ bestimmten Schubspannung muß das Holz durch seine Scheerfestigkeit in allen Punkten widerstehen können, und man hat selbstredend bei dieser Untersuchung diejenigen Stellen ins Auge zu fassen, für welche V ein Maximum ist, also die Endpunkte des auf zwei Stützen aufliegenden Balkens. Dieser Schubkraft wird das Holz bei den gewöhnlichen Ausführungen meistens widerstehen können. Es mag hierbei bemerkt werden, daß die Schubspannungen um so größer ausfallen müssen, je größer die Verticalkraft V, d. h. je größer die Belastung K und je kleiner die Länge l des Balkens ist, über welche sich doch die Schubkraft vertheilt. Die Zähne müssen aber auch eine bestimmte Tiefe $cd = \delta$, Fig. 203, erhalten, so daß der specifische Druck auf die verticale Stoßfläche cd das für die Druckfestigkeit zulässige Maß s_d nicht übersteigt. Bezeichnet $\lambda = ac$ die Länge eines Zahnes, so ist die von dem letzteren aufzunehmende Schubkraft durch $\lambda b \sigma$ ausgedrückt, und da die diesen Druck aufnehmende Fläche cd die Größe δb hat, so erhält man die auf die letztere entfallende Druckkraft pro Flächeneinheit durch

Fig. 203.



$$\lambda b \sigma = \delta b s \text{ zu } s = \frac{\lambda}{\delta} \sigma = n \sigma,$$

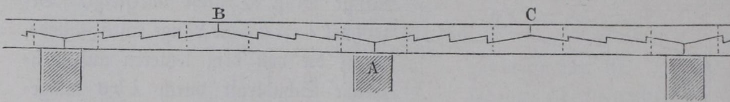
wenn das Verhältniß $\frac{\lambda}{\delta}$ der Länge zur Höhe eines Zahns durch n ausgedrückt wird. In der Regel wird dieses Verhältniß zwischen 5 und 10 angenommen.

Da die Hölzer durch die Zähne um so mehr geschwächt werden, je größer deren Tiefe δ ist, so erscheint es zweckmäßig, den Zähnen nur die durch die Größe des Schubes bedingte, also an verschiedenen Stellen wegen der Veränderlichkeit der Schubkraft eine verschieden große Höhe zu geben. Insbesondere wird es sich empfehlen, in der Mitte zwischen den Stützen, wo das Moment M ein Maximum und die Verticalkraft $V = 0$ ist, den Zähnen nur eine geringe Höhe δ zu geben, und diese Höhe nach den Enden hin dem Wachsthum von V entsprechend zu vergrößern. Liegt der Balken an diesen Enden frei auf Stützen, so ist die Verschwächung durch hohe Zähne an diesen Stellen nicht bedenklich, da das Biegungsmoment daselbst bis zu Null abnimmt. Wenn jedoch der Träger an den Enden eingemauert ist, oder wenn er als continuirlicher Balken über die Stützen hinwegreicht, so hat man an diesen Stellen mit Rücksicht auf die daselbst auftretenden Biegungsmomente eine beträchtliche Verschwächung durch tiefe Zähne möglichst zu vermeiden.

Bei schrägen Zähnen ist natürlich deren Richtung derjenigen der wirkenden Schubkraft entsprechend anzuordnen, also sind von dem Querschnitte des Maximalmomentes aus, wo die Schubkraft Null ist, nach beiden Seiten entgegengesetzte Richtungen anzunehmen, wie in Fig. 198. Wenn diese Stelle des Maximalmomentes ihren Platz ändert, wie dies in §. 36 für mobile Belastungen gezeigt worden ist, so werden gerade Zähne nach Fig. 199 den schrägen vorzuziehen sein, da die ersteren nach beiden Seiten wirksam sind.

Bei langen verzahnten Trägern, besonders bei continuirlichen über mehrere Stützen wegreichenden, wird man oft genöthigt sein, jeden der einzelnen Balken aus mehreren Hölzern darzustellen; dabei wird man die Stoßfugen möglichst an solchen Stellen anzuordnen haben, wo das zu stoßende Stück einer Pressung ausgesetzt ist, also z. B. in Fig. 204 das untere Holz über der Zwischenstütze A, das obere in den Mitten B und C der Oeffnungen.

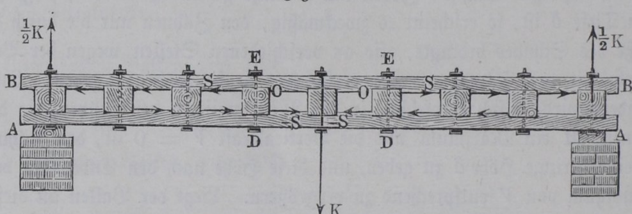
Fig. 204.



Jedenfalls wird man bei einer größeren Anzahl von mit einander zu verbindenden Hölzern niemals zwei derselben in demselben Querschnitte, sondern immer in gehöriger Abwechselung zusammenstoßen und für die Tragfähigkeit des aus n einfachen Balken bestehenden Trägers nur $n - 1$ Balken in Rechnung bringen.

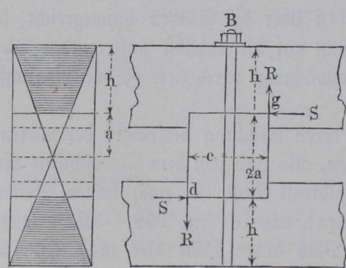
In ähnlicher Art, wie die verzahnten und verdübelten Balken sind auch die nach Fig. 205 aus zwei Längshölzern und zwischengelegten Holzklötzen O

Fig. 205.



durch Schrauben ED zusammengebolzten Träger zu beurtheilen, wobei die Holzklötze O die Schubkraft aufzunehmen haben und gewissermaßen als Dübel anzusehen sind. Bezeichnet hier wieder, Fig. 206, b die Breite und h die Höhe eines der Längshölzer an der durch einen Klotz verschwächten Stelle und $2a$ die Höhe dieses Klotzes, so hat man hier die halbe reducirte Querschnittsfläche nach der Figur zu

Fig. 206.



$$f = \frac{b}{2}(a + h) - \frac{b}{2}\frac{a}{a + h}a = \frac{bh}{2}\frac{2a + h}{a + h},$$

und das Widerstandsmoment

$$W = {}^1/_{12}\, b\, \frac{8\,(a+h)^3 - 8\,a^3}{a+h} = {}^2/_3\, b\, \frac{3\,a^2 h + 3\,a h^2 + h^3}{a+h},$$

woraus die Schubspannung pro Längeneinheit

$$\sigma b = \frac{f}{W}\, V = \frac{3\,h}{4}\, \frac{2\,a + h}{3\,a^2 h + 3\,a h^2 + h^3}\, V$$

folgt. Ist λ die Entfernung zweier Klötze und σ die in der Mitte eines Klotzes wirkende specifische Schubkraft, so ist der Klotz einem Schube jedes der Längshölzer von der Größe

$$S = \lambda b \sigma$$

ausgesetzt. Diese beiden nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte S erzeugen in den Ecken d und g zwei verticale Reactionen R von solcher Größe, daß, unter c die Länge eines Klotzes verstanden,

$$R c = S a$$

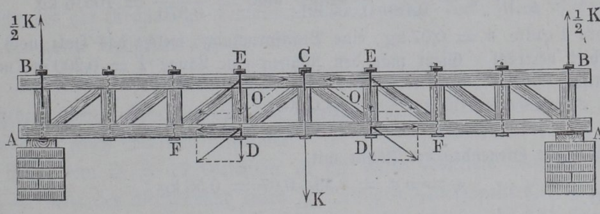
ist, und daher müssen die Schraubenbolzen dem Zuge

$$R = S\, \frac{a}{c}$$

durch ihre absolute Festigkeit widerstehen.

Um diesem Bestreben zum Drehen der Klötze oder Bolzen kräftig entgegen zu wirken, ordnet man wohl nach Fig. 207 zwischen den Längsbalken

Fig. 207.



noch Streben CD und EF an, und setzt auch wohl Kreuz- oder Gegenstreben ein, so daß der Zwischenraum zwischen je zwei Bolzen durch ein sogenanntes Andreaskreuz ausgefüllt ist. Derartige Constructionen sind wie die Fachwerke zu beurtheilen, über welche weiter unten das Nähere angegeben ist.

Beispiel. Ein verzahnter Balken von 6 m freier Länge dient als Unterzug unter den Balken einer Etage, durch welche eine gleichmäßig vertheilte Last von 1200 kg auf jeden laufenden Meter der Trägerlänge übertragen wird. Wie stark müssen die beiden, den Träger bildenden Hölzer werden, wenn denselben eine Breite von 0,20 m gegeben wird?

Das größte Biegungsmoment stellt sich hier in der Mitte zu

$$M = q \frac{l^2}{8} = 1200 \frac{36}{8} = 5400 \,\text{mkg}.$$

Nimmt man an, daß die Bolzen 20 mm stark sind, also nur eine wirksame Breite von 200 — 20 = 180 mm verbleibt, und setzt man voraus, daß in der Mitte des Balkens eine Verschwächung durch Zähne nicht stattfindet, so erhält man die Höhe $2h$ des verzahnten Trägers durch

$$M = s W = s \frac{1}{6} 0{,}180 \; (2 \, h)^2,$$

woraus mit $s = 1$ kg pro Quadratmeter

$$2 h = \sqrt{\frac{M}{s \,.\, 0{,}03}} = \sqrt{\frac{5400}{1 \,.\, 1000\,000 \,.\, 0{,}03}} = 0{,}424 \,\text{m}$$

folgt. Giebt man daher jedem der beiden Balken eine Höhe von 0,212 m und den Zähnen eine Tiefe $\delta = 0{,}024$ m, so hat man für die Träger an den Enden das Widerstandsmoment

$$W = \frac{1}{12} 0{,}180 \frac{0{,}424^3 - 0{,}024^3}{0{,}212} = 0{,}005391$$

und die reducirte Querschnittsfläche jeder Querschnittshälfte

$$f = \frac{1}{2} \cdot 0{,}180 \left(0{,}212 - \frac{0{,}012}{0{,}212} \, 0{,}012\right) = 0{,}09 \,.\, 0{,}211 = 0{,}019.$$

Da ferner für die Enden des Trägers

$$V = q \frac{l}{2} = 1200 \,.\, 3 = 3600 \,\text{kg}$$

ist, so erhält man die Schubspannung daselbst pro Quadratmeter zu

$$\sigma = \frac{1}{b} \frac{f}{W} Q = \frac{1}{0{,}180} \frac{0{,}019}{0{,}005391} 3600 = \frac{68\,400}{0{,}970} = 70516 \,\text{kg}$$

oder pro 1 qmm $\sigma = 0{,}07$ kg, eine Beanspruchung, welche das Holz noch mit Sicherheit verträgt. Giebt man den Zähnen eine Länge $\lambda = 0{,}200$ m, macht man also

$$n = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{0{,}200}{0{,}024} = 8{,}33,$$

so werden die Hirnenden der Zähne mit

$$s = n \sigma = 8{,}33 \,.\, 0{,}07 = 0{,}56 \,\text{kg}$$

gedrückt.

§. 51. **Blechbalken.** Da bei allen der Biegung unterworfenen Balken das Material um so vortheilhafter ausgenutzt wird, in je größerer Entfernung von der neutralen Axe dasselbe angebracht ist, so ist man bei allen größeren Trägern, wie sie für Brücken und Ueberdachungen ausgeführt werden, dazu übergegangen, das den Zug bezw. Druck vornehmlich aufnehmende Material in zwei zu beiden Seiten der neutralen Axe angeordneten Längsbändern oder sogenannten Gurtungen (Streckbäumen) unterzubringen. Diese Gurtungen, welche gewissermaßen den Flanschen der I förmigen Träger entsprechen, sind durch zwischen denselben anzubringende Füllungsglieder